

Logarithmic Perspective Shadow Maps

Konni Hartmann

Universität Göttingen

Sem. Computergrafik, 2009

- Überblick zu verschiedenen Shadow-Mapping-Techniken
- Herleitung einer Fehlermetrik für Punkt- und direktionale Lichtquellen
- Herleiten einer Parametrisierung (LogP) zur Minimierung von Aliasing Fehlern unabhängig von Szenengeometrie
- Übersicht zur praktischen Umsetzung von LogPSM

1 Shadow Maps

- Uniform Shadow Maps
- Warping
- Partitionierung

2 Fehler-Metrik

- Herleitung Aliasing-Fehler-Metrik
- Parametrisierung von m

3 Vereinfachte Parametrisierung der Verteilungsfunktion δ_b

- Einfache Parametrisierungen
- Logarithmisch-Perspektivische Parametrisierung
- LogPSM Algorithmus

4 Ausblick

- Implementierung auf aktueller Hardware
- Vergleich

1 Shadow Maps

- Uniform Shadow Maps
- Warping
- Partitionierung

2 Fehler-Metrik

- Herleitung Aliasing-Fehler-Metrik
- Parametrisierung von m

3 Vereinfachte Parametrisierung der Verteilungsfunktion δ_b

- Einfache Parametrisierungen
- Logarithmisch-Perspektivische Parametrisierung
- LogPSM Algorithmus

4 Ausblick

- Implementierung auf aktueller Hardware
- Vergleich

Uniform Shadow Mapping

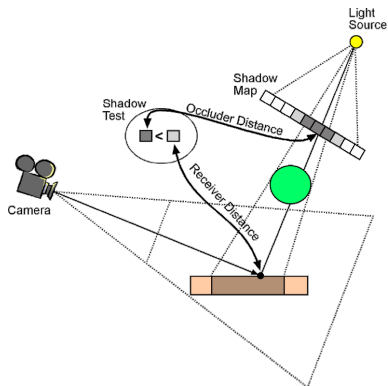


Abbildung: Shadow Mapping
[Brabec2002, Fig.1, S.2]

«Casting curved shadows on curved surfaces»

Uniform Shadow Maps
[Williams1987]

- Unabhängig vom Betrachter
- Unabhängig von Szenengeometrie

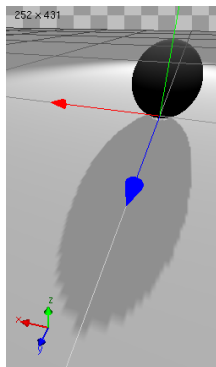


Abbildung: Beispiel für Aliasing Fehler in GroIMP

Auflösungsbedingt sind Aliasing-Artefakte zu sehen

- Bei Vergrößern eines Szene-Ausschnittes
- Bei starker Abweichung zwischen Licht- und Kamera-Perspektive^a

^aExtremfall: »duelling Frustra«

1 Shadow Maps

- Uniform Shadow Maps
- **Warping**
- Partitionierung

2 Fehler-Metrik

- Herleitung Aliasing-Fehler-Metrik
- Parametrisierung von m

3 Vereinfachte Parametrisierung der Verteilungsfunktion δ_b

- Einfache Parametrisierungen
- Logarithmisch-Perspektivische Parametrisierung
- LogPSM Algorithmus

4 Ausblick

- Implementierung auf aktueller Hardware
- Vergleich

- Gleichmäßige Verteilung der Schatten Texel führt zu nicht optimaler Nutzung
 - Ungenutzte Texel nahe des Betrachters (st-Auflösung)
 - Höchste Auflösung nahe der Lichtquelle, nicht nahe des Betrachters (z-Auflösung)
- Bestimme Transformation in Abhängigkeit von Kameraposition und Lichtquelle um Aliasing zu Reduzieren

Beispiele: PSM, LiPSM, TSM

Perspektivisches Warping

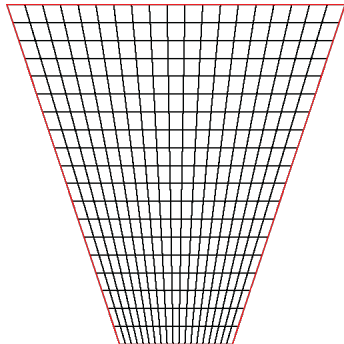
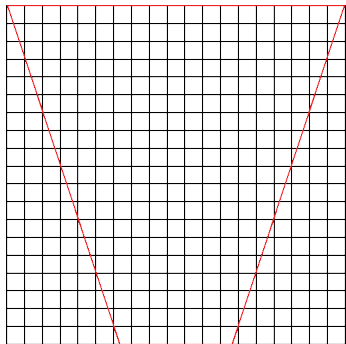


Abbildung: Warping der Texel in s-Richtung um effektive Auflösung zu erhöhen

1 Shadow Maps

- Uniform Shadow Maps
- Warping
- Partitionierung

2 Fehler-Metrik

- Herleitung Aliasing-Fehler-Metrik
- Parametrisierung von m

3 Vereinfachte Parametrisierung der Verteilungsfunktion δ_b

- Einfache Parametrisierungen
- Logarithmisch-Perspektivische Parametrisierung
- LogPSM Algorithmus

4 Ausblick

- Implementierung auf aktueller Hardware
- Vergleich

- 1 Teile Szene in »Regions-of-Interesst«
 - 2 Erstelle je Partition eine Shadow Map
 - 3 Schattentest je nach Partionierung durch einfache Indexfunktion abbildbar (Textur-Arrays!)
- Vorteile:
 - kann durch fixed-pipeline abgebildet werden.
somit auch auf älterer Hardware nutzbar
 - auf vielen Grafikkarten hardwarebeschleunigt (inkl. PCF¹)

Beispiele: Cascaded Shadow Maps, Adaptive Shadow Maps ...

1

Percentage Closer Filtering ähnlich bilinearer Filterung um Aliasing zu reduzieren

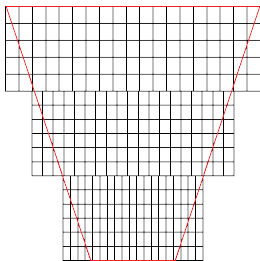


Abbildung: z-Partitionierung

- Teile Szene aus Kamerasicht in verschiedene z-Ebenen
- Bestimme für jede z-Ebene »enges« Shadow Frustrum
- einfach zu implementieren
- Cascaded Shadow Maps (für nicht interaktives Rendern genutzt)

Face-Partitionierung

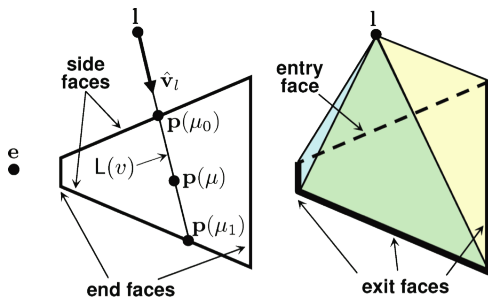


Abbildung: Face-Partitionierung [Lloyd2008, Fig.4, S.8]

- Erstelle Shadow Maps abhängig von Kamera- und Licht-Frustrum
- Geringe Anzahl an Shadow Maps (im Durchschnitt 3-4)
- Mit passendem Warping werden Aliasing-Fehler stark reduziert (siehe FP+LogPSM)

- 1 Shadow Maps
 - Uniform Shadow Maps
 - Warping
 - Partitionierung
- 2 Fehler-Metrik
 - Herleitung Aliasing-Fehler-Metrik
 - Parametrisierung von m
- 3 Vereinfachte Parametrisierung der Verteilungsfunktion δ_b
 - Einfache Parametrisierungen
 - Logarithmisch-Perspektivische Parametrisierung
 - LogPSM Algorithmus
- 4 Ausblick
 - Implementierung auf aktueller Hardware
 - Vergleich

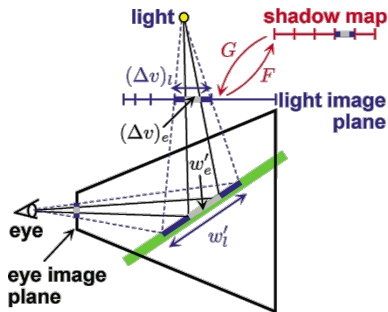


Abbildung: Metrik für Shadow Map [Lloyd2008, Fig.2, S.4]

Erhalte Metrik durch

$$m = \frac{r_j}{r_t} \frac{dj}{dt}$$

- $m > 1$ undersampled und $m < 1$ oversampled

r_j : Auflösung des Bildes
 r_t : Auflösung der Shadow Map

Fehler Ableiten (geometrisch, 2D)

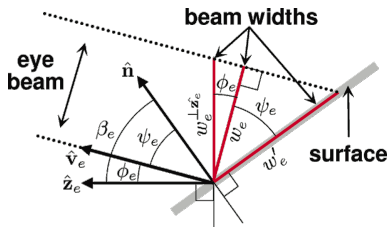


Abbildung: Geometrische Herleitung der Metrik m [Lloyd2008, Fig.3, S.6]

$$m = \frac{w'_I}{w'_e} \quad (1)$$

$$w_e^{\perp \hat{z}_e} = \frac{W_e d_e}{r_j n_e} \quad (2)$$

$$w'_e = \frac{w_e}{\cos \psi_e} = \frac{W_e d_e \cos \phi_e}{r_j n_e \cos \psi_e} \quad (3)$$

$$w'_I = \dots = \frac{W_I d_G d_I \cos \phi_I}{r_t dt n_I \cos \psi_I} \quad (4)$$

$$m = \frac{r_j}{r_t} \frac{dG}{dt} \frac{W_I n_I d_I \cos \phi_I \cos \psi_I}{\underbrace{W_e n_e d_e \cos \phi_e \cos \psi_e}_{=d_j/d_t}}$$

- 1 Shadow Maps
 - Uniform Shadow Maps
 - Warping
 - Partitionierung
- 2 Fehler-Metrik
 - Herleitung Aliasing-Fehler-Metrik
 - Parametrisierung von m
- 3 Vereinfachte Parametrisierung der Verteilungsfunktion δ_b
 - Einfache Parametrisierungen
 - Logarithmisch-Perspektivische Parametrisierung
 - LogPSM Algorithmus
- 4 Ausblick
 - Implementierung auf aktueller Hardware
 - Vergleich

$$m = \frac{r_j}{r_t} \underbrace{\left(\frac{dG}{dt} \right)}_{\delta_l} \underbrace{\left(\overbrace{\left(\frac{W_l}{W_e} \frac{n_l}{n_e} \frac{d_l}{d_e} \cos \phi_l \right)}^{1/\tilde{\delta}_e} \frac{\cos \psi_l}{\cos \psi_e} \right)}_{1/\delta_e}$$

$\frac{\cos \psi_l}{\cos \psi_e}$ basiert auf Ausrichtung der Oberflächen in der Szene und kann i.A. nicht Parametrisiert werden.²

$$\tilde{m} = \frac{r_j}{r_t} \frac{\delta_l}{\tilde{\delta}_e} = \frac{w_e}{w_l}$$

- wollen: $\tilde{m} = 1$ über die gesamte Szene
- einfacher $\tilde{m} \leq 1$ (oversampling)

²In Ausnahmefällen möglich. Erlaubt 1-zu-1 matching von Schatten-Texturen zu Bild-Pixeln

- suchen δ_b die strenge untere Grenze der perspektivischen Faktoren von δ_e darstellt:

$$\delta_b(v) \in \left[\frac{1}{C} \min(\tilde{\delta}_e(v)), \min(\tilde{\delta}_e(v)) \right], C > 1$$

- Nutze Face-Partitionierung um δ_b für einzelne Faces zu bestimmen.
- Parametrisierung aus δ_b immer noch zu komplex. Liefert aber untere Schranke für weitere Approximation

- 1 Shadow Maps
 - Uniform Shadow Maps
 - Warping
 - Partitionierung
- 2 Fehler-Metrik
 - Herleitung Aliasing-Fehler-Metrik
 - Parametrisierung von m
- 3 Vereinfachte Parametrisierung der Verteilungsfunktion δ_b
 - Einfache Parametrisierungen
 - Logarithmisch-Perspektivische Parametrisierung
 - LogPSM Algorithmus
- 4 Ausblick
 - Implementierung auf aktueller Hardware
 - Vergleich

Übersicht End- und Side-Faces

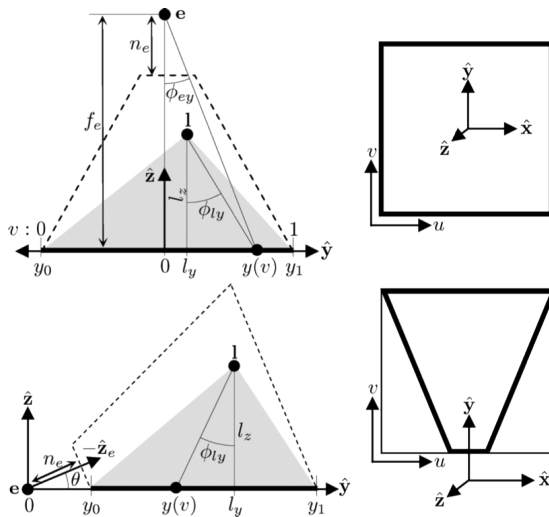


Abbildung: End- und Side-Face [Lloyd2008, Fig.5, S.9]

Gleichverteilte Parametrisierung führt zu Uniform-Shadow-Maps:

$$\begin{bmatrix} s \\ t \end{bmatrix} = \mathbf{F}_{un}(u, v) = \begin{bmatrix} s \\ t \end{bmatrix} \quad (5)$$

Perspektivische Parametrisierung wie in PSM und LiPSM:

$$\begin{bmatrix} s \\ t \end{bmatrix} = \mathbf{F}_p(u, v) = \begin{bmatrix} \frac{p_0 x(u) + p_1 (y(v) + a)}{y(v) + a} \\ \frac{p_2 (y(v) + a) + p_3}{y(v) + a} \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$p_0, p_1, p_2, p_3 = \dots$$

Logarithmische Parametrisierung in t-Richtung

$$t = \mathbf{F}_l(v) = \frac{\log\left(\frac{y(v) + a}{y_0 + a}\right)}{\log\left(\frac{y_1 + a}{y_0 + a}\right)} \quad (7)$$

- 1 Shadow Maps
 - Uniform Shadow Maps
 - Warping
 - Partitionierung
- 2 Fehler-Metrik
 - Herleitung Aliasing-Fehler-Metrik
 - Parametrisierung von m
- 3 Vereinfachte Parametrisierung der Verteilungsfunktion δ_b
 - Einfache Parametrisierungen
 - **Logarithmisch-Perspektivische Parametrisierung**
 - LogPSM Algorithmus
- 4 Ausblick
 - Implementierung auf aktueller Hardware
 - Vergleich

Kombiniere Logarithmische- und Perspektivische Parametrisierung ([6] und [7]):

$$\begin{bmatrix} s \\ t \end{bmatrix} = \mathbf{F}_{lp}(u, v) = \begin{bmatrix} F_{p,s}(u, v) \\ c_0 \log(c_1 F_{p,t}(u, v) + 1) \end{bmatrix} \quad (8)$$
$$c_0 = \frac{-1}{\log\left(\frac{y_1+a}{y_0+a}\right)}$$
$$c_1 = -\frac{y_1 - y_0}{y_1 + a}$$

- bietet gute Approximierung von δ_b sowohl in s- als auch in t-Richtung

Vergleich F_{un} mit F_{lp}

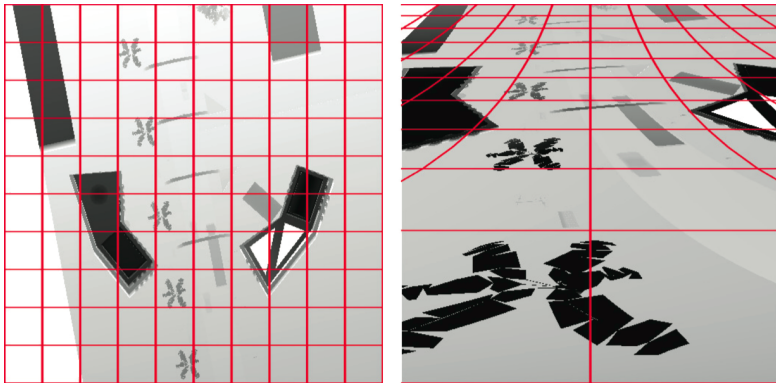


Abbildung: log-perspektivische Rasterisierung nach F_{lp} [Lloyd2008, Fig.8, S.15]

Tabelle: Maximale Fehler [Lloyd2008, Table III, S.11]

Parametrization	R_s^{end}	R_s^{side}	R_t^{side}	S^{side}
Error Bound (F_b)	$O(1)$	$O(1)$	$O\left(\log\left(\frac{f_e}{n_e}\right)\right)$	$O\left(\log\left(\frac{f_e}{n_e}\right)\right)$
Uniform (F_{un})	$O(1)$	$O\left(\frac{f_e}{n_e}\right)$	$O\left(\frac{f_e}{n_e}\right)$	$O\left(\left(\frac{f_e}{n_e}\right)^2\right)$
Perspective (F_p)	-	$O(1)$	$O\left(\sqrt{\frac{f_e}{n_e}}\right)$	$O\left(\frac{f_e}{n_e}\right)$
Logarithmic (F_l)	-	-	$O\left(\log\left(\frac{f_e}{n_e}\right)\right)$	-
LogPSM (F_{lp})	-	$O(1)$	$O\left(\log\left(\frac{f_e}{n_e}\right)\right)$	$O\left(\log\left(\frac{f_e}{n_e}\right)\right)$

Mit kritischen Auflösungen:

$$R_t = \max_v \left(\frac{\delta_l(v)}{\delta_b(v)} \right)$$

$$R_s^{side} = \max_{(u,v) \in \mathcal{F}} \left(\frac{\delta_l(u,v)}{\delta_b^{side}(u,v)} \right)$$

n_e, f_e near- und far-Plane
Storage Faktor:

$$S = R_s \times R_t$$

- 1 Shadow Maps
 - Uniform Shadow Maps
 - Warping
 - Partitionierung
- 2 Fehler-Metrik
 - Herleitung Aliasing-Fehler-Metrik
 - Parametrisierung von m
- 3 Vereinfachte Parametrisierung der Verteilungsfunktion δ_b
 - Einfache Parametrisierungen
 - Logarithmisch-Perspektivische Parametrisierung
 - **LogPSM Algorithmus**
- 4 Ausblick
 - Implementierung auf aktueller Hardware
 - Vergleich

- 1 Berechne Parametrisierung der Shadow Maps für jede Partition. Für Side-Faces LogPSM, für End-Faces UniformSM
- 2 Verteile Auflösung basierend auf maximalem Fehler der Partitionen.
 - 1 Bestimme je Partition δ_l/δ_b und so R_s, R_t und S .
Bei directionalen Lichtquellen ist Fehler über gesamte Partition monoton. Es genügt Auswertung an den Vertices.
Bei Punktlichtquellen Fehler Approximieren durch Abstandsvektor von Face und Lichtquelle sowie Auswertung an den Vertices der Partition.
 - 2 Verteile innerhalb Partition Auflösung nach R_s und R_t
- 3 Rendere Shadow Maps
- 4 Rendere das Bild mit Shadow Maps

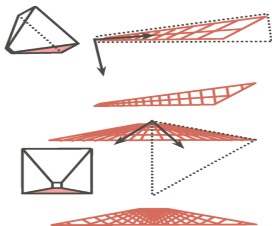
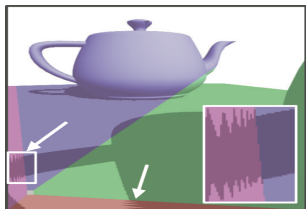


Abbildung: FPc und FPcs
[Lloyd2008, Fig.10, S.16f]

Verteilung der Auflösung kann zu Scherungsartefakten führen.

- FPc Face-Partitionierung mit coordinate frame Anpassung
- FPcs Face-Partitionierung mit coordinate frame Anpassung und Face splitting

- 1 Shadow Maps
 - Uniform Shadow Maps
 - Warping
 - Partitionierung
- 2 Fehler-Metrik
 - Herleitung Aliasing-Fehler-Metrik
 - Parametrisierung von m
- 3 Vereinfachte Parametrisierung der Verteilungsfunktion δ_b
 - Einfache Parametrisierungen
 - Logarithmisch-Perspektivische Parametrisierung
 - LogPSM Algorithmus
- 4 Ausblick
 - Implementierung auf aktueller Hardware
 - Vergleich

- Aktuelle Hardware unterstützt nur lineare Rasterisierung.
- Hardwareerweiterung kann LogPSM zu vergleichbaren Geschwindigkeiten mit anderen Shadow Map Algorithmen helfen.
- LogPSM benötigt wesentlich geringere Auflösung um Ergebnisse vergleichbar mit anderen SM Algorithmen zu liefern.
- Log-Transformation muss emuliert werden:

Partitioning

- Hohe Anzahl an Partitionen simuliert Log-Transformation
- entspricht Cascaded Shadow Maps
- Verwaltungsaufwand

Vertex-Warping

- Hohe Anzahl an Vertices
- Adaptive Anpassung durch geometry-Shader
- Viele Vertextransformationen nötig

Fragment-Discarding

- Optimales Ergebnis
- Discard verringert Leistung
- um Faktor 10 langsamer als normales Sampling

- 1 Shadow Maps
 - Uniform Shadow Maps
 - Warping
 - Partitionierung
- 2 Fehler-Metrik
 - Herleitung Aliasing-Fehler-Metrik
 - Parametrisierung von m
- 3 Vereinfachte Parametrisierung der Verteilungsfunktion δ_b
 - Einfache Parametrisierungen
 - Logarithmisch-Perspektivische Parametrisierung
 - LogPSM Algorithmus
- 4 Ausblick
 - Implementierung auf aktueller Hardware
 - Vergleich

Vergleich: Aliasing Fehler

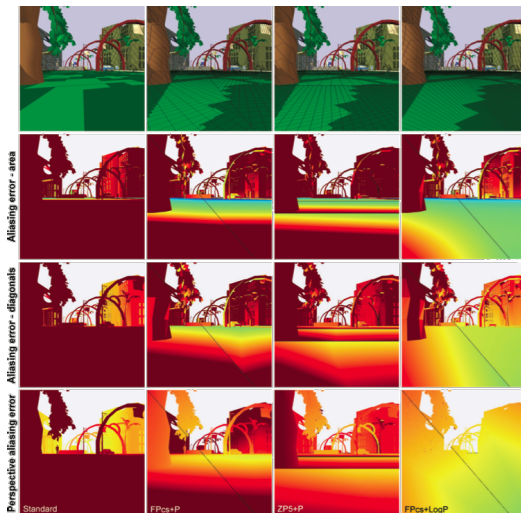


Abbildung: Farbkodierte Darstellung der Metrik m [Lloyd2008, Fig.12, S.18]

Tabelle: Storage Faktor für direktionale Lichtquelle über alle Eintrittswinkel
[Lloyd2008, Fig.12, S.18]

Algorithmus	min S	max S	min / max	$\emptyset S$	$\emptyset \#$
Standart	8.65×10^5	2.00×10^6	2.31	1.32×10^6	1
FPcs+P	865	3170	3.66	1880	3.8
ZP5+P	12.9	159	12.3	53.7	5
FPcs+LogP	5.98	27.7	4.62	15.6	3.8

Vorteile:

- Storage Faktor: $O\left(\log\left(\frac{f_e}{n_e}\right)\right)$ für beliebige Szene
- Verfahren mit bisher niedrigsten Aliasing Fehlern (ausgenommen Raytracing-ähnliche-Algorithmen)
- Lässt sich Problemlos mit verschiedenen Partitionierungs-Verfahren nutzen





Nachteile:

- Auf aktueller Hardware zu langsam: 2-3 fps³
- Spezielle Hardwareerweiterung notwendig (Logarithmische Rasterisierung)

Ansätze können auch für andere Shadow Mapping Algorithmen von Vorteil sein. Siehe Appendix [Lloyd2008, S.23ff]

³GeForce 7800GT; 2 GHz processor [Lloyd2008, S.15]

Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit

-  Brandon Lloyd, Naga Govindaraju, Cory Quammen, Steve Molnar, Dinesh Manocha.
Logarithmic Perspective Shadow Maps
ACM Trans. Graph. 27, 4, Article 106 (October 2008)
-  L. Williams.
Casting curved Shadows on curved surfaces
ACM SIGGRAPH Computer Graphics. Vol. 12. 270–274 (1978)
-  Stamminger, Drettakis.
Perspective Shadow Maps
ACM SIGGRAPH. 557–562. (2002)
-  Stefan Brabec, Thomas Annen, Hans-Peter-Seidel.
Practical Shadow Mapping
J. Graph. Tools 7 (2002)