Aufgabe U10

Die partielle Ableitung einer differenzierbaren Funktion $f(x, y)$,

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x, y) - f(x,y)}{\Delta x},$$

kann im diskreten Fall durch $f(x+1, y)-f(x,y)$ oder durch $f(x, y)-f(x-1, y)$ approximiert werden. Man verifiziere damit die in der Vorlesung gegebene Maske $h_L = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ für die diskrete Version des Laplace-Operators $\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$.

Aufgabe U11

Man beweise: Für die Operationen $\mathbf{D}_B$ (Dilatation), $\mathbf{E}_B$ (Erosion) und $\mathbf{C}$ (Komplementbildung) auf Binärbildern gilt $\mathbf{E}_B = \mathbf{C}\mathbf{D}_B\mathbf{C}$.

Aufgabe U12

Man zeige: Die Öffnungsoperation $\mathbf{O}_B$ für Binärbilder ist monoton und anti-extensiv.

Aufgabe U13

Granulometrie: Formalismus der mathematischen Morphologie zur Analyse von Größenverteilungen,

- ermöglicht Extraktion von gewissen Gestaltinformationen ohne vorheriges Segmentieren
- Analogie zum Frequenzspektrum der linearen Bildanalyse.

Es sei $G = (g_a)$, $a \geq 0$, eine Familie von Transformationen von Binärbildern. G heißt *Granulometrie* genau dann, wenn gilt:

$\forall a \geq 0$: g_a ist monoton und anti-extensiv

und

$\forall a,b \geq 0$: $g_a g_b = g_b g_a = g_{\max(a,b)}$ (*Absorptionseigenschaft*).

Man zeige:

Wenn B konvex ist, bilden die *Öffnungen* $\mathbf{O}_{a \cdot B}$ ($a \geq 0$) eine Granulometrie.

<u>Aufgabe U14</u> (Granulometrische Kurven)
Man verwendet 3 Arten von Kurven:
(1.) Anzahl $p(a)$ der Zusammenhangskomponenten (Partikel) von g_aX, aufgetragen gegen a;
(2.) $A(g_a\mathrm{X})$, aufgetragen gegen a;
(3.) $A(g_{a-1}\mathrm{X}) - A(g_a\mathrm{X})$, aufgetragen gegen a ("Musterspektrum von X", *pattern spectrum*).
Dabei ist A(Z) die Fläche von Z (oder ein anderes Maß).

g_a sei nun die Öffnung $\mathbf{O}_{a\mathrm{B}}$ mit aB als Liniensegment der Länge a (a = 1; 2; 3; 4; 5; 6). Man zeichne die 3 Kurven für das folgende 1D-Binärbild:

0 1 1 1 1 0 0 1 1 1 1 0 0 0 1 0 0 1 1 1 1 1