Aufgabe U6

(a) Man falte die folgende Matrix mit dem Kern $K = \frac{1}{9}\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

(Mittelwert-Filter):

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(b) Man wende den Mittelwertfilter aus Teil (a) auf folgende periodische Strukturen an:

$$\begin{matrix} & & & \vdots & & & & \\ \cdots & 1 & -2 & 1 & 1 & -2 & 1 & \cdots \\ \cdots & 1 & -2 & 1 & 1 & -2 & 1 & \cdots \\ \cdots & 1 & -2 & 1 & 1 & -2 & 1 & \cdots \\ & & & \vdots & & & & \end{matrix} \qquad \begin{matrix} & & & \vdots & & & & \\ \cdots & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & \cdots \\ \cdots & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & \cdots \\ \cdots & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & \cdots \\ & & & \vdots & & & & \end{matrix}$$

Man diskutiere an diesen Beispielen die Eignung als Tiefpass-filter.

Aufgabe U7

Günstigere Eigenschaften als der Mittelwertfilter hat der *Binomialfilter*. 1-dimensionale Form: $B_n = \frac{1}{2^n}\left(\binom{n}{k}\right)_{k=0,\ldots,n}$, 2-dim. Form: $B_m^T \cdot B_n$ (Matrixprodukt). Man berechne den Binomialfilter $B_2^T \cdot B_3$ und wende ihn auf die beiden periodischen Muster aus Aufgabe U6(b) an.

Aufgabe U8

Gegeben sei die eindimensionale Faltungsmaske

$$F = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \end{pmatrix}.$$

(a) Man zeige: Es gibt keine faltungsinverse Maske *G* der Länge 7, für die also *F***G* = I = (0 0 0 0 1 0 0 0 0) (= Einheitsfilter) erfüllt ist.

(b) Man bestimme eine Faltungsmaske F^+ der Länge 7, die die Summe der Abweichungsquadrate zwischen $F * F^+$ und I minimiert ("Pseudoinverse zu *F*").

Aufgabe U9

Die folgende pgm-Datei definiert einen "Graukeil":

```
P2
6 6 5
0 1 2 3 4 5
0 1 2 3 4 5
0 1 2 3 4 5
0 1 2 3 4 5
0 1 2 3 4 5
0 1 2 3 4 5
```

Man wende hierauf die folgenden Faltungsmasken an

(zentriert auf die Mitte der Maske, Matrixeinträge jenseits des Randes als 0 angenommen):

(a) Die beiden Komponenten des Sobel-Operators:

$$h_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{pmatrix}, \quad h_2 = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

(b) die Laplace-Maske $h_L = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$

(c) Man approximiere mittels (a) Betrag und Richtung des Gradienten in jedem inneren Bildpunkt.