

Inhaltsverzeichnis

	Seite
EINLEITUNG	2
KAPITEL 1: MENGENLEHRE	2
Aussagenlogik	2
Mengen	3
Schreibweisen und Symbole	3
Operationen mit Mengen	4
Darstellungsweise	4
Die leere Menge	4
Teilmengen	4
Gleichheit zweier Mengen	5
Die Schnittmenge	5
Die Vereinigungsmenge	6
Das Komplement einer Menge in der Grundmenge	6
Die Potenzmenge	7
Kartesisches Produkt von Mengen	8
Relation/ Binäre Relation	11
Abbildungen	11
Eindeutigkeit von Abbildungen (Injektivität) / inverse Relationen	13
Definitionsbereich / Wertebereich	14
Der Funktionsbegriff	16
Die Menge der reellen Zahlen (\mathbb{R})	17
Teilmengen: \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} , \mathbb{Q}^c	17
Eigenschaften von \mathbb{R} : Ordnungsrelation (\leq)	18
Operation Addition (+)	18
Operation Multiplikation (\cdot)	19
Beschränkte Intervalle	19
Unbeschränkte Intervalle	21
Absoluter Betrag	21
Potenz und Wurzel	22
Lösungsformel für Quadratische Gleichungen	23
Potenz von reellen Zahlen mit gebrochenem Exponenten	24
Logarithmen	24
Wichtige Begriffe aus der Theorie der Zahlenmengen	25
Umgebung des Punktes b	25
Folgen	26
Häufungspunkte	26
Grenzwert einer Folge	27
Beschränkte Menge	28
Supremum, Infimum, Maximum und Minimum	28
Anhang zu Kapitel 1	30

KAPITEL 2: LINEARE ALGEBRA	33
Zusammenhang zwischen linearer Algebra und Forstwissenschaft	33
Grundlegende Begriffe der linearen Algebra	34
Vektor	34
Vektorraum	36
Gleichheit von Vektoren	36
Addition von Vektoren	37
Multiplikation eines Vektors mit einem Skalar	38
Die „größer als“-Relation	38
Eigenschaften der Relationen in \mathbb{R}^n	38
Vektorsystem	43
Lineare Kombination von Vektoren	43
Triviale Linearkombination	43
Lineare Abhängigkeit/Unabhängigkeit von Vektoren	44
Ermittlung der linearen Abhängigkeit	45
Basis eines Vektorraumes	46
Die Koordinaten eines Vektors in Bezug auf eine Basis	49
Einheitsvektoren	50
Skalarprodukt von Vektoren und Länge eines Vektors	51
Das Vektorprodukt (Kreuzprodukt) im \mathbb{R}^3	53
Lineare Abbildungen und Matrizen	54
Gleichheit von Matrizen	56
Quadratische Matrix	56
Sonderformen	56
Addition von Matrizen; Multiplikation Zahl · Matrix	57
Transposition von Matrizen	57
Submatrizen	58
Dreiecksmatrizen	58
Rang einer Matrix	58
Elementare Operationen	60
Determinanten	62
Subdeterminante/ Minor	63
Berechnung der Determinante mit dem „Entwicklungssatz“	63
Rechenregeln	64
Anwendung der Eigenschaften bei der Berechnung der Determinanten	65
Satz von Jacobi	66
Reguläre/singuläre Matrizen	66
Geometrische Bedeutung der Determinante	66
Matrizenrechnung	67
Verkettung von linearen Abbildungen	67
Eigenschaften des Matrizenproduktes	69
Transposition des Produktes von Matrizen	70
Produkt einer Matrix mit einem Vektor	70
Anwendungsbeispiel Walddynamik	71
Inverse Matrix	72
Adjungierte Matrix	73
Weitere Anwendungen der Matrizenrechnung	75
Lineare Gleichungssysteme (LGS)	76

Satz von Frobenius	77
Lösungsverhältnisse des homogenen Gleichungssystems ($m = n$)	80
Methoden zur Lösung von linearen Gleichungssystemen	80
Gaußsches Eliminationsverfahren	80
Gauß-Jordan-Methode der vollständigen Elimination	82
Determinantenmethode	84
Satz von Cramer	85
Übersicht: Anwendungen der Matrizenrechnung	86
Lineare Abbildungen und ihre Eigenschaften	87
Äquiforme und zentroaffine Abbildung	88
Die Begriffe „Eigenwert“ und „Eigenvektor“	90
Verfahren zur Bestimmung von Eigenwerten/Eigenvektoren	92
Fixpunkt	96
Stochastische Matrix	97
Anwendungsbeispiel Epidemiologie	97
Weitere Beispiele für die Verwendung von Markoffketten in der Botanik	99
Fortsetzung zur Walddynamik	99
Anhang zu Kapitel 2	103
KAPITEL 3: GRUNDLAGEN DER DIFFERENTIALRECHNUNG	104
Funktionen mit einer reellen Variablen	104
Definitionsbereich	105
Darstellungsweisen	105
Folgen	106
Gerade / ungerade Funktionen	106
Periodische Funktionen	107
Geschachtelte Funktionen (Komposition, Verkettung)	108
Inverse Funktion	109
Tabelle der Elementarfunktionen	112
Zu den trigonometrischen Funktionen	114
Grenzwert einer Funktion	115
Geometrische Deutung des Grenzwerts von $f(x)$	115
Spezielle grundlegende Grenzwerte	117
Wichtige Regeln zu Operationen mit Grenzwerten	117
O-Notation nach Bachmann und Landau	122
Stetigkeit von Funktionen	122
Einseitige Stetigkeit	123
Unstetigkeiten	124
Stückweise Stetigkeit	124
Differentiation einer Funktion	124
Forstliche Motivation zur Ableitung	124
Geometrische Deutung der Ableitung	126
Existenz der Ableitung	128
Rechenregeln für Ableitungen	129
Übersichtstabelle zur Ableitung elementarer Funktionen	131

Ableitungen höherer Ordnung	133
Leibnizsche Formel	134
Das Differential und seine Anwendung bei der Fehlerrechnung	134
Approximation einer Funktion in der Umgebung eines Punktes x_0	134
Beziehung Differential-Ableitung	136
Geometrische Bedeutung des Differentials	136
Eigenschaften stetiger Funktionen	137
Beschränktheit	137
Satz von Weierstrass	137
Zwischenwertsatz	138
Satz von Rolle	139
Mittelwertsatz	139
Taylorische Entwicklung einer Funktion	140
Satz von Taylor	140
De l'Hospital'sche Regeln	142
Monotonie und Extrema von Funktionen	144
Monotonie und Ableitung	144
Lokale Extrema von Funktionen	145
Notwendige Bedingung für die Existenz eines Extremums	146
Stationärpunkte	146
Hinreichende Bedingung für die Existenz eines Extremums	146
Absolutes Extremum einer Funktion	147
Höhere Ableitung und Extrema	147
Konvexität und Konkavität von Funktionen, Wendepunkte	150
Konvexe und konkave Funktionen	150
Hinreichende Bedingung für Konvexität (Konkavität)	151
Wendepunkt	151
Notwendige Bedingung für die Existenz eines Wendepunktes	151
Hinreichende Bedingung für die Existenz eines Wendepunktes	151
Asymptoten	154
Kurvendiskussion	155
Beispiel der Gauß'schen Glockenkurve	155
KAPITEL 4: FUNKTIONEN MEHRERER UNABHÄNGIGER VARIABLEN	160
Definition „partielle Funktionen“	161
Graph einer Funktion, Grenzwert, Stetigkeit	163
Partielle Ableitungen	165
Differential der Funktion $z = f(x, y)$	166
Lokale Maxima und Minima von Funktionen $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$	168
Stationärpunkte	168
Extremstellen-Bestimmung	169

KAPITEL 5: REGRESSIONSRECHNUNG	172
Methode der kleinsten Quadrate	172
KAPITEL 6: GRUNDLAGEN DER INTEGRALRECHNUNG	179
Unbestimmtes Integral oder Stammfunktion	179
Elementare Integrationsverfahren	183
Partielle Integration	183
Substitutionsmethode	185
Der Begriff des bestimmten Integrals und Anwendungen	188
Hauptsatz der Integralrechnung	196
Substitutionsmethode bei bestimmten Integralen	199
Integral als Verallgemeinerung der Summenbildung	202
Integration von Funktionen mehrerer Variablen	203
Die Substitutionsmethode bei Gebietsintegralen	205
Mehr über Volumenberechnung	209
Volumen eines Baumschaftes	210
Weitere Anwendungen der Integralrechnung	213
KAPITEL 7: EINIGE GRUNDBEGRIFFE DER BESCHREIBENDEN STATISTIK	216
Mittelwert, Median, Standardabweichung	216
Korrelation	218