Universität Göttingen
Institut für Informatik
W. Kurth, T. Oberländer

Formale Systeme, Wintersemester 2024/25
Übung 3

Schreibweise:	u, v, w, x, y, z	Variablen
	a, b, c	Konstanten
	f, g, h	Funktionssymbole
	p, q, r	Prädikatsymbole

Aufgabe 1

Ein Bäcker möchte Rosinenbrötchen backen. Leider hat er nicht alle benötigten Zutaten: Ihm fehlen die Rosinen. Er kann jedoch einige vorhandene Zutaten gegen andere tauschen, und zwar:

Mehl + Eier → Milch + Honig
Mandeln + Honig → Rosinen
Milch + Hefe → Mandeln.

Vorhanden sind Mehl, Eier und Hefe in großer Menge.

(a) Übersetzen Sie die Aussagen in eine Hornformel.

(b) Überprüfen Sie mit Hilfe des Markierungsalgorithmus (s. Schluss von Teil 1 des Skripts), ob der Bäcker die Rosinen erhalten kann. Geben Sie dabei an, in welchem Schritt Sie welche Aussagen markieren.
(Hinweis: Zu beweisen ist, dass die Verfügbarkeit der Rosinen eine Folgerung aus den oben genannten Aussagen ist. Übersetzen Sie die Frage, ob der Bäcker die Rosinen bekommt, in ein Unerfüllbarkeitsproblem.)

Aufgabe 2

Sind die folgenden Zeichenketten Terme oder Formeln der Prädikatenlogik erster Stufe?
Welche Vorkommen welcher Variablen sind frei und welche gebunden?
a) $\exists x\, \forall y(g(f(y),f(z)) \rightarrow y)$
b) $\exists x \exists y(p(f(x)) \rightarrow q(y,g(z)))$

Aufgabe 3

Geben Sie sämtliche Teilformeln und Terme an, die in der Formel

$F = \neg(\forall x(p(x, y) \rightarrow q(f(x)))) \wedge \forall x \forall y\, p(x, f(y))$

enthalten sind. Bestimmen Sie für jedes Vorkommen einer Variablen, ob es frei oder gebunden ist.

Aufgabe 4

Geben Sie zu folgenden Formeln F und G einen allgemeinsten Unifikator μ sowie das Ergebnis $\mu(F) = \mu(G)$ der Unifikation an, sofern das möglich ist:
a) $F = q(f(f(x,y),x))$ und $G = q(f(f(g(c),z),g(z)))$
b) $F = p(x,y)$ und $G = p(f(y),f(x))$