Universität Göttingen
Institut für Informatik
W. Kurth, A. Tavkhelidze

Formale Systeme, Wintersemester 2021/22
Übung 3

Schreibweise:	u, v, w, x, y, z	Variablen
	a, b, c	Konstanten
	f, g, h	Funktionssymbole
	p, q, r	Prädikatsymbole

Aufgabe 1.1

Ein Bäcker möchte Rosinenbrötchen backen. Leider hat er nicht alle benötigten Zutaten: Ihm fehlen die Rosinen. Er kann jedoch einige vorhandene Zutaten gegen andere tauschen, und zwar:

Mehl + Eier → Milch + Honig
Mandeln + Honig → Rosinen
Milch + Hefe → Mandeln.

Vorhanden sind Mehl, Eier und Hefe in großer Menge.

(a) Übersetzen Sie die Aussagen in eine Hornformel.

(b) Überprüfen Sie mit Hilfe des Markierungsalgorithmus (s. Schluss von Teil 1 des Skripts), ob der Bäcker die Rosinen erhalten kann. Geben Sie dabei an, in welchem Schritt Sie welche Aussagen markieren.
(Hinweis: Zu beweisen ist, dass die Verfügbarkeit der Rosinen eine Folgerung aus den oben genannten Aussagen ist. Übersetzen Sie die Frage, ob der Bäcker die Rosinen bekommt, in ein Unerfüllbarkeitsproblem.)

Aufgabe 1.2 *(optional)*

Recherchieren Sie im Internet die Grundlagen der PROLOG-Syntax. Schreiben Sie dann zu Aufgabe 1.1 ein PROLOG-Programm. Verwenden Sie das Prädikat "**`vorhanden`**".
Wie wird die Antwort auf die Anfrage "**`?- vorhanden(rosinen)`**" lauten?

Aufgabe 2

Sind die folgenden Zeichenketten Terme oder Formeln der Prädikatenlogik erster Stufe? Welche Vorkommen welcher Variablen sind frei und welche gebunden?
a) $\exists x\, \forall y(g(f(y),f(z)) \rightarrow y)$
b) $\exists x \exists y(p(f(x)) \rightarrow q(y,g(z)))$

Aufgabe 3

Geben Sie sämtliche Teilformeln und Terme an, die in der Formel

$F = \neg(\forall x(p(x, y) \rightarrow q(f(x)))) \wedge \forall x \forall y\, p(x, f(y))$

enthalten sind. Bestimmen Sie für jedes Vorkommen einer Variablen, ob es frei oder gebunden ist.

Aufgabe 4

Geben Sie zu folgenden Formeln F und G einen allgemeinsten Unifikator μ sowie das Ergebnis μ(F) = μ(G) der Unifikation an, sofern das möglich ist:

a) F = q(f(f(x,y),x)) und G = q(f(f(g(c),z),g(z)))

b) F = p(x,y) und G = p(f(y),f(x))

Aufgabe 5

Wenden Sie den Unifikationsalgorithmus auf die Literalmengen

K = $\{p(f(y, g(y, z)), z), p(f(h(u), v), h(a))\}$

L = $\{p(x, y), p(f(a), g(x)), p(f(z), g(f(z)))\}$

an.

Aufgabe 6

Berechnen Sie eine Pränex-Normalform und eine Skolem-Normalform für die prädikatenlogische Formel:

F = $\forall z \exists y (p(x, g(y), z) \vee \neg \forall x\, q(x)) \wedge \neg \forall z \exists x\, \neg r(f(x, z), z)$