

Formale Systeme, Wintersemester 2020/21 Übung 3

Schreibweise: u, v, w, x, y, z	Variablen
a, b, c	Konstanten
f, g, h	Funktionssymbole
p, q, r	Prädikatsymbole

Aufgabe 1.1

Ein Bäcker möchte Rosinenbrötchen backen. Leider hat er nicht alle benötigten Zutaten: Ihm fehlen die Rosinen. Er kann jedoch einige vorhandene Zutaten gegen andere tauschen, und zwar:

- Mehl + Eier \rightarrow Milch + Honig
- Mandeln + Honig \rightarrow Rosinen
- Milch + Hefe \rightarrow Mandeln.

Vorhanden sind Mehl, Eier und Hefe in großer Menge.

(a) Übersetzen Sie die Aussagen in eine Hornformel.

(b) Überprüfen Sie mit Hilfe des Markierungsalgorithmus (s. Schluss von Teil 1 des Skripts), ob der Bäcker die Rosinen erhalten kann. Geben Sie dabei an, in welchem Schritt Sie welche Aussagen markieren.

(Hinweis: Zu beweisen ist, dass die Verfügbarkeit der Rosinen eine Folgerung aus den oben genannten Aussagen ist. Übersetzen Sie die Frage, ob der Bäcker die Rosinen bekommt, in ein Unerfüllbarkeitsproblem.)

Aufgabe 1.2 (optional)

Recherchieren Sie im Internet die Grundlagen der PROLOG-Syntax. Schreiben Sie dann zu Aufgabe 1.1 ein PROLOG-Programm. Verwenden Sie das Prädikat "**vorhanden**".

Wie wird die Antwort auf die Anfrage "**?- vorhanden(rosinen)**" lauten?

Aufgabe 2

Sind die folgenden Zeichenketten Terme oder Formeln der Prädikatenlogik erster Stufe? Welche Vorkommen welcher Variablen sind frei und welche gebunden?

a) $\exists x \forall y (g(f(y), f(z)) \rightarrow y)$

b) $\exists x \exists y (p(f(x)) \rightarrow q(y, g(z)))$

Aufgabe 3

Geben Sie sämtliche Teilformeln und Terme an, die in der Formel

$$F = \neg(\forall x(p(x, y) \rightarrow q(f(x)))) \wedge \forall x \forall y p(x, f(y))$$

enthalten sind. Bestimmen Sie für jedes Vorkommen einer Variablen, ob es frei oder gebunden ist.

Aufgabe 4

Geben Sie zu folgenden Formeln F und G einen allgemeinsten Unifikator μ sowie das Ergebnis $\mu(F) = \mu(G)$ der Unifikation an, sofern das möglich ist:

a) $F = q(f(f(x,y),x))$ und $G = q(f(f(g(c),z),g(z)))$

b) $F = p(x,y)$ und $G = p(f(y),f(x))$

Aufgabe 5

Wenden Sie den Unifikationsalgorithmus auf die Literalismengen

$$K = \{p(f(y, g(v, z)), z), p(f(h(u), v), h(a))\}$$

$$L = \{p(x, y), p(f(a), g(x)), p(f(z), g(f(z)))\}$$

an.

Aufgabe 6

Berechnen Sie eine Pränex-Normalform und eine Skolem-Normalform für die prädikatenlogische Formel:

$$F = \forall z \exists y (p(x, g(y), z) \vee \neg \forall x q(x)) \wedge \neg \forall z \exists x \neg r(f(x, z), z)$$