

Formale Systeme, Wintersemester 2016/17 Übung 3

Schreibweise: u, v, w, x, y, z Variablen
 a, b, c Konstanten
 f, g, h Funktionssymbole
 p, q, r Prädikatsymbole

Aufgabe 1

Sind die folgenden Zeichenketten Terme oder Formeln der Prädikatenlogik erster Stufe?
Welche Vorkommen welcher Variablen sind frei und welche gebunden?

- a) $\exists x \forall y (g(f(y), f(z)) \rightarrow y)$
- b) $\exists x \exists y (p(f(x)) \rightarrow q(y, g(z)))$

Aufgabe 2

Geben Sie sämtliche Teilformeln und Terme an, die in der Formel

$$F = \neg(\forall x(p(x, y) \rightarrow q(f(x)))) \wedge \forall x \forall y p(x, f(y))$$

enthalten sind. Bestimmen Sie für jedes Vorkommen einer Variablen, ob es frei oder gebunden ist.

Aufgabe 3

Geben Sie zu folgenden Formeln F und G einen allgemeinsten Unifikator μ sowie das Ergebnis $\mu(F) = \mu(G)$ der Unifikation an, sofern das möglich ist:

- a) $F = q(f(f(x, y), x))$ und $G = q(f(f(g(c), z), g(z)))$
- b) $F = p(x, y)$ und $G = p(f(y), f(x))$

Aufgabe 4

Wenden Sie den Unifikationsalgorithmus auf die Literalmengen

$$K = \{p(f(y, g(v, z)), z), p(f(h(u), v), h(a))\}$$

$$L = \{p(x, y), p(f(a), g(x)), p(f(z), g(f(z)))\}$$

an.

Aufgabe 5

Sei $\tilde{\Sigma}$ eine prädikatenlogische Signatur mit einem zweistelligen Prädikatensymbol p .

Geben Sie eine prädikatenlogische Formel F über $\tilde{\Sigma}$ an, so daß gilt: Eine Interpretation (D, I) ist genau dann ein Modell von F , wenn die Relation $I(p)$ eine Äquivalenzrelation (reflexiv, symmetrisch, transitiv) auf D ist.

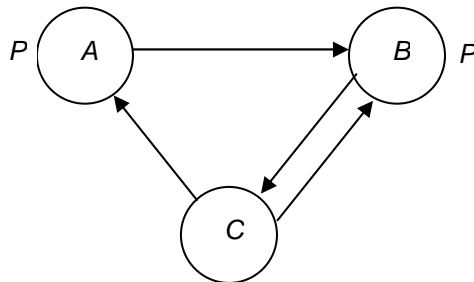
Aufgabe 6

Berechnen Sie eine Pränex-Normalform und eine Skolem-Normalform für die prädikatenlogische Formel:

$$F = \forall z \exists y (p(x, g(y), z) \vee \neg \forall x q(x)) \wedge \neg \forall z \exists x \neg r(f(x, z), z)$$

Aufgabe 7

Eine Kripke-Struktur mit den Zuständen A, B, C und der aussagenlogischen Variablen P sei durch das folgende Diagramm definiert:



Für welche Zustände liefern die folgenden modallogischen Formeln bei Auswertung in dieser Struktur jeweils den Wahrheitswert W (bzw. "true"): $P, \Box P, \Box \Box P, \Diamond P, \Box \Diamond P$?