

Formale Systeme, Wintersemester 2016/17 Übung 1

Aufgabe 1

Die Suche nach Jasons Goldenem Vlies führt Indiana Jones zu einem verborgenen Tempel. Der Öffnungsmechanismus des Eingangs wird von drei Hebeln gesteuert, die sich in der Wand befinden. Aus seinem Studium der griechischen Mythologie weiß Indiana Jones, dass er

- mindestens einen der Hebel ziehen muss,
- Hebel 1 nicht ziehen darf, wenn er nicht ebenfalls Hebel 2 oder Hebel 3 zieht,
- auf keinen Fall beide Hebel 1 und 3 ziehen darf,
- Hebel 2 und Hebel 3 entweder beide ziehen muss oder beide nicht ziehen darf.

(a) Stellen Sie eine aussagenlogische Formel auf, die die Regeln für die Öffnung des Tempels beschreibt.

(b) Finden Sie die Hebelkonstellation, die zur Öffnung führt.

Aufgabe 2

Beweisen Sie, dass die folgenden Formeln Tautologien sind:

a) $A \vee (B \wedge C) \leftrightarrow (A \vee B) \wedge (A \vee C)$

b) $(A \rightarrow (B \rightarrow C)) \leftrightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C))$

Aufgabe 3

Bilden Sie zu dem folgenden Ausdruck die DNF und die KNF:

$$(A \rightarrow (\neg B \vee C)) \wedge D$$

Aufgabe 4

Bilden Sie zu folgendem Ausdruck einen reduzierten Shannon-Graphen und geben Sie die dazu passenden Shannon-Formel an:

$$(A \wedge B) \rightarrow (\neg C \vee D)$$

Aufgabe 5

"Worin besteht das Geheimnis Ihres langen Lebens?" wurde ein Hundertjähriger gefragt. "Ich halte mich streng an die Diätregeln: Wenn ich kein Bier zu einer Mahlzeit trinke, dann esse ich immer Fisch. Immer wenn ich Fisch und Bier zur selben Mahlzeit habe, verzichte ich auf Eiscreme. Wenn ich Eiscreme habe oder Bier meide, dann rühre ich Fisch nicht an."

Der Fragesteller fand diesen Ratschlag ziemlich verwirrend. Können Sie ihn vereinfachen?

(Hinweis: Übersetzen Sie den Text in eine aussagenlogische Formel. Vereinfachen Sie die Formel durch Anwendung von Umformungsregeln.)

Aufgabe 6

Man zeige sowohl durch Wahrheitstafeln als auch durch Anwendung von Umformungsregeln, dass $((A \vee \neg(B \wedge A)) \wedge (C \vee (D \vee C)))$ äquivalent ist zu $(C \vee D)$.

Aufgabe 7

Erzeugen Sie von der folgenden Formel mittels Umformungsregeln oder Wahrheitstafel eine äquivalente Formel in DNF und KNF:

$$F = (\neg A \rightarrow B) \wedge ((A \wedge \neg C) \leftrightarrow B)$$

Aufgabe 8

Wie viele mögliche Boole'sche Funktionen gibt es, wenn n die Anzahl der Eingabeparameter ist? Leiten Sie einen Ausdruck zur Berechnung dieser Anzahl her und berechnen Sie die Anzahl möglicher Funktionen für $n \in \{1,2,3,4\}$!