

## Fragenkatalog (Theorie) zur Vorlesung "Formale Systeme", WS 2015/16, Teil 1

1. Was versteht man unter einer aussagenlogischen Signatur?
2. Was versteht man in der Aussagenlogik unter "Atomen"?
3. Wie ist die Menge der aussagenlogischen Formeln über einer Signatur  $\Sigma$  definiert?
4. Wie ist in der Aussagenlogik ein Beweis für eine Eigenschaft  $E$  von Formeln nach dem Prinzip der strukturellen Induktion zu führen?
5. Was versteht man unter einer *Interpretation* über einer aussagenlogischen Signatur  $\Sigma$  ?
6. Wie wird eine Interpretation über einer aussagenlogischen Signatur  $\Sigma$  auf die Menge der Formeln über  $\Sigma$  ausgedehnt ("Auswertung" der Formeln)?
7. Welcher Zusammenhang besteht zwischen aussagenlogischen Formeln und booleschen Funktionen?
8. Was versteht man in der Aussagenlogik unter einem *Modell* einer Menge  $M$  von Formeln über der Signatur  $\Sigma$  ?
9. Wann heißt eine aussagenlogische Formel  $A$  über der Signatur  $\Sigma$  *allgemeingültig*, wann *erfüllbar*?
10. Nennen Sie 5 unterschiedliche Beispiele für aussagenlogische Tautologien.
11. Es sei  $\Sigma$  eine aussagenlogische Signatur,  $M$  eine Menge von aussagenlogischen Formeln und  $A$  eine Formel über  $\Sigma$ . Wie ist die Relation  $M \models A$  (aus  $M$  folgt (semantisch)  $A$ ) definiert?
12. Was versteht man in der Aussagenlogik unter einem *Literal* ?
13. Wann liegt eine aussagenlogische Formel in *konjunktiver Normalform* vor?
14. Geben Sie ein Beispiel für die Nicht-Eindeutigkeit der konjunktiven Normalform einer aussagenlogischen Formel.
15. Wie ist der aussagenlogische Shannon-Operator  $sh$  definiert?
16. Wie sind normierte Shannon-Formeln ( $sh$ -Formeln) in der Aussagenlogik definiert?
17. Wie ist ein (aussagenlogischer) Shannon-Graph ( $sh$ -Graph) definiert? Geben Sie auch ein Beispiel an.
18. Welche Konfigurationen werden in *reduzierten* Shannon-Graphen in der Aussagenlogik per Definition ausgeschlossen?
19. Wieso ist es gerechtfertigt, die reduzierten Shannon-Graphen in der Aussagenlogik als "Normalformen" für boolesche Funktionen zu betrachten?
20. Wie ist in der Aussagenlogik eine *Horn-Formel* definiert?

21. Was ist der Zweck eines (aussagenlogischen) *Kalküls* ?
22. Was versteht man in der Aussagenlogik unter einer *Ableitung* aus einer Menge  $M$  von Voraussetzungen in einer Menge von Formeln  $L$  unter Verwendung des Kalküls  $K$  ?
23. Wann heißt (in der Aussagenlogik) eine Formel  $A$  *ableitbar* aus einer Menge  $M$  von Formeln (Voraussetzungen) in einem Kalkül  $K$  ( $M \vdash_K A$ ) ?
24. Wann heißt ein aussagenlogischer Kalkül  $K$  *korrekt*, wann *vollständig*?
25. Gegeben sei ein Verfahren, die Unerfüllbarkeit einer endlichen Menge aussagenlogischer Formeln zu zeigen. Wie lässt sich damit die Gültigkeit einer semantischen Folgerung  $M \models A$  beweisen?
26. Wie ist eine Klausel im aussagenlogischen Resolutionskalkül definiert, und wie wird sie als aussagenlogische Formel interpretiert?
27. Wie gewinnt man in der Aussagenlogik die Resolvente zweier Klauseln?
28. Welche Regeln enthält der aussagenlogische Resolutionskalkül?
29. Wie erweist sich im aussagenlogischen Resolutionskalkül die Unerfüllbarkeit einer Menge von Klauseln?
30. Was versteht man in der Aussagenlogik unter *linearer Resolution* ?
31. Wie ist eine *Vorzeichenformel* des aussagenlogischen Tableauekalküls syntaktisch definiert, und wie wird eine Interpretation auf die Menge der Vorzeichenformeln ausgedehnt?
32. Welche aussagenlogischen Junktoren und welche zugehörigen Vorzeichen führen im aussagenlogischen Tableauekalkül zu einer Verzweigung (Hinweis: "Typ  $\beta$ ")?
33. Wieso ist der aussagenlogische Tableauekalkül nichtdeterministisch, obgleich doch alle seine Regeln deterministisch sind?
34. Womit wird in einem aussagenlogischen Refutationsbeweis im Tableauekalkül für die Formel  $A$  das Tableau initialisiert?
35. Wann ist im aussagenlogischen Tableauekalkül ein Ast eines Tableaus "geschlossen"?
36. Was versteht man in der Aussagenlogik unter einer *Sequenz* ?
37. Wie wird eine aussagenlogische Sequenz unter einer gegebenen Interpretation semantisch ausgewertet?
38. Wie ist eine *prädikatenlogische Signatur* definiert?
39. Wie ist die Menge der prädikatenlogischen Terme über einer Signatur  $\Sigma$  definiert?
40. Was versteht man in der Prädikatenlogik unter einem *Grundterm* ?

41. Wie ist die Menge der prädikatenlogischen *Formeln* über einer Signatur  $\Sigma$  definiert? (Die Definition von prädikatenlogischen *Termen* sei hierbei schon vorausgesetzt.)
42. Was versteht man unter dem *Allabschluss* einer prädikatenlogischen Formel  $A$  ?
43. Wie ist eine *Substitution* in der Prädikatenlogik definiert?
44. Was versteht man unter einer *Grundsubstitution* ?
45. Geben Sie ein Beispiel für eine Substitution  $\sigma$  und für eine prädikatenlogische Formel  $A$ , so dass  $\sigma$  in Bezug auf  $A$  *nicht kollisionsfrei* ist.
46. Es sei  $T$  eine nichtleere Menge von prädikatenlogischen Termen. Was versteht man unter einem *Unifikator* von  $T$  ?
47. Was versteht man unter einer *Interpretation* einer prädikatenlogischen Signatur  $\Sigma$  ?
48. Was besagt das *Koinzidenzlemma* der Prädikatenlogik?
49. Es sei  $M$  eine Menge von prädikatenlogischen Formeln über der Signatur  $\Sigma$  ohne freie Variablen. Was versteht man unter einem *Modell* von  $M$  ?
50. Es sei  $\Sigma$  eine prädikatenlogische Signatur,  $M$  eine Menge von prädikatenlogischen Formeln ohne freie Variablen und  $A$  eine Formel über  $\Sigma$ . Wie ist die Relation  $M \models A$  (aus  $M$  folgt (semantisch)  $A$ ) definiert?
51. Wann heißt eine prädikatenlogische Formel ohne freie Variablen *allgemeingültig*; wann *erfüllbar* ?
52. Wann heißt eine prädikatenlogische Formel *bereinigt* ?
53. Wann befindet sich eine prädikatenlogische Formel in *Pränex-Normalform* ?
54. Wann befindet sich eine prädikatenlogische Formel in *Skolem-Normalform* ?
55. Was lässt sich über die Entscheidbarkeit der Prädikatenlogik 1. Stufe aussagen?
56. Was versteht man unter der "Kompaktheit" der Prädikatenlogik 1. Stufe?
57. Welche Konstruktionen kommen hinzu, wenn die Prädikatenlogik 1. Stufe zur Prädikatenlogik 2. Stufe erweitert wird?
58. Welchen Nachteil haben Kalküle für die Prädikatenlogik 2. Stufe?
59. Wie ist eine *Klausel* in der Prädikatenlogik 1. Stufe definiert?
60. Wie ist die *Resolvente* zweier Klauseln in der Prädikatenlogik 1. Stufe definiert?
61. Welches Regelschema verwendet der prädikatenlogische Resolutionskalkül?

62. Geben Sie ein Beispiel für die Anwendung der prädikatenlogischen Resolutionsregel auf zwei Klauseln an.

63. Wann *schließt* eine Substitution  $\sigma$  ein prädikatenlogisches Tableau?

64. Was versteht man unter einem *Modell* eines prädikatenlogischen Tableaus  $T$  über einer Formelmengemenge  $M$ ?

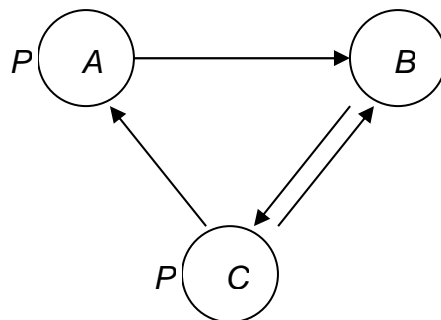
65. Was besagt der Korrektheitssatz des prädikatenlogischen Tableauealküls?

66. Wie sind *modallogische Formeln* über einer aussagenlogischen Signatur  $\Sigma$  syntaktisch definiert?

67. Wie ist eine *Kripke-Struktur* über einer aussagenlogischen Signatur  $\Sigma$  definiert?

68. Es sei  $(S, R, I)$  eine Kripke-Struktur über  $\Sigma$ ,  $s$  ein Zustand aus  $S$  und  $A$  eine modallogische Formel über  $\Sigma$ . Wie werden die modallogischen Formeln  $\Box A$  und  $\Diamond A$  in  $s$  ausgewertet?

69. Eine Kripke-Struktur mit den Zuständen  $A, B, C$  und der aussagenlogischen Variablen  $P$  sei durch das folgende Diagramm definiert:



Für welche Zustände liefern die folgenden modallogischen Formeln bei Auswertung in dieser Struktur jeweils den Wahrheitswert  $W$  (bzw. "true"):  $P, \Box P, \Box\Box P, \Diamond P$ ?

70. Wie ist *logisches Folgern* in der Modallogik definiert?

71. Was versteht man in der temporalen Logik unter einer Omega-Struktur?

72. Welche 4 Modaloperatoren werden in der linearen temporalen Logik standardmäßig verwendet, und was ist jeweils ihre umgangssprachliche Interpretation?

73. Wie lassen sich die modallogischen Operatoren  $\Box$  und  $\Diamond$  auf den temporallogischen "until"- ( $\mathbf{U}$ -) Operator zurückführen?

74. Skizzieren Sie die Semantik der temporallogischen Formel  $A \mathbf{U} B$  anhand eines Zeitstrahls.

75. Wann ist eine Relation  $R$  eine (a) Halbordnung, (b) strikte Ordnung, (c) totale Ordnung?

76. Wie ist die *transitive Hülle* einer Relation  $R$  definiert?

77. Wann heißt eine Teilmenge einer partiell geordneten Menge  $(M, \leq)$  eine *Kette*, wann eine *Antikette*?

78. Wie sind *Länge* und *Weite* einer endlichen, partiell geordneten Menge  $(M, \leq)$  definiert?

79. Wie ist in einer partiell geordneten Menge  $(M, \leq)$  zu zwei Teilmengen  $B, C$  das *verallgemeinerte Intervall* zwischen  $B$  und  $C$  definiert?

80. Wie sind *Infimum* und *Supremum* einer Menge  $T$  innerhalb einer partiell geordneten Menge  $(M, \leq)$  definiert?

81. Wann ist eine partiell geordnete Menge  $(M, \leq)$  ein *Verband*, wann sogar *vollständiger Verband*?

82. Wie ist ein *Multigraph* definiert?

83. Wie ist ein *Hypergraph* definiert?

84. Gegeben sei ein Objektraum  $\Omega = X_1 \times \dots \times X_n$ . Wie ist der Hypothesenraum  $H$  über  $\Omega$  definiert? Wann erfüllt ein Objekt  $x \in \Omega$  eine Hypothese  $h \in H$ ?

85. Wie ist die partielle Ordnung auf dem Hypothesenraum  $H$  über dem Objektraum  $\Omega = X_1 \times \dots \times X_n$  definiert (Generalisierungs-Halbordnung)?

86. Wann ist eine Hypothese  $h$  *konsistent* mit einem Lerndatensatz (bestehend aus Positiv- und Negativbeispielen)?

87. Zeichnen Sie ein Liniendiagramm bzgl. der Generalisierungs-Halbordnung für die folgenden Hypothesen, die als partielle Attributbelegungen dargestellt sind:

$a = (\text{unsicher gebunden}, ?, \text{introvertiert}, \text{neurotisch}, \text{männlich})$

$b = (\text{unsicher gebunden}, \text{sprachgestört}, ?, \text{neurotisch}, \text{männlich})$

$c = (\text{sicher gebunden}, ?, \text{extrovertiert}, ?, \text{weiblich})$

$d = (?, ?, ?, \text{psychotisch}, ?)$

$e = (?, ?, ?, ?, ?)$

$f = (\text{unsicher gebunden}, ?, ?, \text{neurotisch}, \text{männlich})$

Die allgemeinsten Hypothesen sollen sich im Diagramm ganz unten befinden.

88. Beschreiben Sie das Verfahren "FIND-S" für das induktive Lernen aus einem Lerndatensatz mit Positivbeispielen.

89. Wie ist der *Versionenraum* eines Lerndatensatzes (aus Positiv- und Negativbeispielen) bezüglich eines Hypothesenraums  $H$  definiert?

90. Welche (speicherplatzeffiziente) Darstellung benutzt man im "Candidate-Elimination"-Lernalgorithmus für den Versionenraum der mit den (positiven und negativen) Lernbeispielen konsistenten Hypothesen?

91. Wie ist der *induktive Bias* eines Lernverfahrens formal definiert?

92. Warum ist ein Lernverfahren ohne induktiven Bias praktisch kaum sinnvoll?

93. Skizzieren Sie den Basis-Algorithmus für die *top-down*-Konstruktion eines Entscheidungsbaumes (Eingabe sind Trainingsdaten in Form einer endlichen Tabelle mit  $n$  als bekannt angenommenen, diskreten Attributen und einem binären Zielattribut, das nur auf der Trainingsmenge gegeben ist und nach dem im Anwendungsfall klassifiziert werden soll).

94. Nach was für einem Kriterium erfolgt sinnvollerweise im Algorithmus aus Frage 91 in jedem Schritt die Auswahl des Splitattributs? (in Worten; keine Formelangaben erforderlich)

95. Konstruieren Sie aus folgendem Datensatz einen Entscheidungsbaum für das Zielattribut "gefährlich" (mit Genauigkeit 100 % auf dem Datensatz).

Substanz	Aggregatzustand	Farbe	Geruch	gefährlich
1	fest	blau	schwach	nein
2	flüssig	gelb	intensiv	ja
3	flüssig	rot	intensiv	nein
4	flüssig	blau	schwach	nein
5	gasförmig	rot	schwach	nein
6	gasförmig	rot	intensiv	ja

96. Was ist der Unterschied zwischen "preference bias" und "restriction bias" ?

97. Wie würde sich "Overfitting" bei einem Entscheidungsbaum auswirken, und wie kann man es vermeiden?

98. Wie ist der (grobe) Ablauf des "Fehlerreduktions-Prunings" eines Entscheidungsbaumes?

99. Nennen Sie je 4 Vor- und Nachteile des Entscheidungsbaum-Verfahrens beim Lösen von Data-Mining-Problemen.

100. Wie ist eine (universelle) *Algebra* über einer Trägermenge  $A$  definiert?

101. Was versteht man unter dem *Typ* einer universellen Algebra  $(A, F)$  ?

102. Wie sind *Gruppoid*, *Halbgruppen*, *Monoide* und *Gruppen* definiert (ausgehend vom Begriff der universellen Algebra über einer Trägermenge  $A$ )?

103. Beweisen Sie, dass durch die folgende Verknüpfungstafel keine Gruppe definiert wird:

$\circ$	a	b	c	d	e
a	a	b	c	d	e
b	b	d	e	a	c
c	c	a	b	e	d
d	d	e	a	c	b
e	e	c	d	b	a

104. Wie ist eine *Unteralgebra* einer universellen Algebra  $(A, F)$  definiert?

105. Nennen Sie drei unterschiedliche Unterhalbgruppen der multiplikativen Halbgruppe der ganzen Zahlen.

106. Was versteht man unter dem *Transformationsmonoid* einer Menge  $M$  ?

107. Zählen Sie die 4 Elemente des Transformationsmonoids einer zweielementigen Menge  $\{a, b\}$  auf und stellen Sie dessen Verknüpfungstafel auf.
108. Es sei  $(A, F)$  eine universelle Algebra und  $X$  eine Teilmenge der Trägermenge  $A$ . Wie ist die von  $X$  erzeugte Unteralgebra von  $(A, F)$  definiert?
109. Wie lässt sich im Falle einer Halbgruppe die von  $X$  erzeugte Unterhalbgruppe  $\langle X \rangle$  der Halbgruppe  $(A, \cdot)$  konstruktiv darstellen?
110. Was versteht man unter einem *Homomorphismus* der universellen Algebra  $(A, F)$  in  $(B, F)$  ?
111. Wie ist das *direkte Produkt* zweier Algebren  $(A, F)$  und  $(B, F)$  definiert?
112. Es sei  $\mathbf{A}$  die (multiplikativ geschriebene) zweielementige Gruppe mit  $aa = a, ab = b, ba = b, bb = a$ . Bestimmen Sie das direkte Produkt von  $\mathbf{A}$  mit sich selbst und geben Sie dessen Verknüpfungstafel an.
113. Wann heißt eine Algebra  $\mathbf{A}$  vom Typ  $(2, 2)$  ein *Halbring*, wann ein *Ring* ?
114. Wann heißt eine Relation  $<$  auf der Trägermenge eines Gruppoids  $(A, \circ)$  *linkskompatibel* (mit der Verknüpfung  $\circ$ ) ?
115. Was versteht man unter einer *Kongruenzrelation* auf einem Gruppoid  $(A, \circ)$  ?
116. Es sei  $\sim$  eine Kongruenzrelation auf dem Gruppoid  $(A, \circ)$ . Wie sind Trägermenge und Verknüpfung im *Faktorgruppoid*  $(A/\sim, \circ)$  definiert?
117. Es sei  $\sim$  die Relation "liefert bei ganzzahliger Division durch 3 den gleichen Rest" auf der Halbgruppe  $(\mathbb{N}, +)$  der natürlichen Zahlen (ohne 0) mit der üblichen Addition als Verknüpfung.  
 (a) Schreiben Sie die Elemente von  $\mathbb{N}/\sim$  auf.  
 (b) Geben Sie die vollständige Verknüpfungstafel der Faktorhalbgruppe  $(\mathbb{N}/\sim, +)$  an.
118. Es sei  $X$  eine nichtleere Menge. Wie sind Trägermenge und Verknüpfung für die *freie Halbgruppe* über  $X$  definiert?
119. Skizzieren Sie den Cayley-Graphen (a) der zyklischen Gruppe der Ordnung 6, (b) des direkten Produkts  $Z_2 \times Z_2$ , wobei  $Z_2$  die zyklische Gruppe der Ordnung 2 ist.
120. Skizzieren Sie den Cayley-Graphen des Monoids mit einem Erzeugenden  $a$  und der definierenden Relation  $a^5 = a$ .
121. Was versteht man unter einer *Rechtsoperatorenanwendung* einer Halbgruppe  $(S, \circ)$  auf eine Zustandsmenge  $Z$ , und was (insbesondere) unter einer *S-Rechts-Menge* ?
122. Wie ist ein *Moore-Automat* (ohne Ausgabefunktion) über einem Alphabet  $X$  mit Zustandsmenge  $Z$  algebraisch definiert?
123. Wie ist ein  $\wedge$ -Halbverband algebraisch definiert?

124. Wie wird jedem algebraischen  $\wedge$ -Halbverband kanonisch ein ordnungstheoretischer  $\wedge$ -Halbverband zugeordnet, und wie ist die dazu inverse Zuordnung definiert?

125. Welche Eigenschaften muss eine *Boolesche Algebra* zusätzlich zu den Verbandsaxiomen erfüllen?

126. Nennen Sie zwei Beispiele für Boolesche Algebren.

127. Welche Elementezahlen können endliche Boolesche Algebren (nur) haben?