

## 9. Grundzüge der Beleuchtungsrechnung

- *Beleuchtungsmodelle (illumination models, lighting models)* beschreiben die Faktoren, die die Farbe eines Objekts an einem Punkt bestimmen
- *Shading models* beschreiben, wann und wie ein Beleuchtungsmodell angewendet wird – und erfüllen häufig (auch) den Zweck der *visuellen Glättung* von Polygonnetzen

### *Prinzipien der Materie-Licht-Interaktion*

Interaktion wird bestimmt durch Eigenschaften der Lichtquelle, optische Eigenschaften des beleuchteten Materials und eventuell durch weitere Objekte (Atmosphäre: Nebel, Dunst..., Spiegelung anderer Objekte...)

Struktur, Aufbau und Bearbeitung der Oberfläche bestimmen die optischen Eigenschaften

⇒ komplexes Problem!

Ziele:

- Realitätsnähe der Bilder
- Erleichterung der Objekterkennung durch den Menschen ("shape from shading")
- schneller Bildaufbau

Physikalische Grundlagen:

- geometrische Optik (Strahlenoptik)
- Wellenoptik
- Quantenoptik

Phänomene, die eine Rolle spielen können:

*Reflexion, Transmission, Absorption, Diffraktion (Beugung), Refraktion (Brechung), Dispersion (Streuung), Interferenz, Polarisation...*

In der Computergrafik wurde beträchtlicher Aufwand in die Modellierung und Simulation dieser Effekte (insbes. der Reflexion) investiert!

*Physikalische Grundlagen zu Beleuchtungsmodellen*  
(nach Krömker 2001)

*Radiometrie und Photometrie (Wiederholung):*

**Radiometrie:** Physikalische Beschreibung elektromagnetischer Energie, z.B. Betrag der Lichtenergie je Wellenlänge

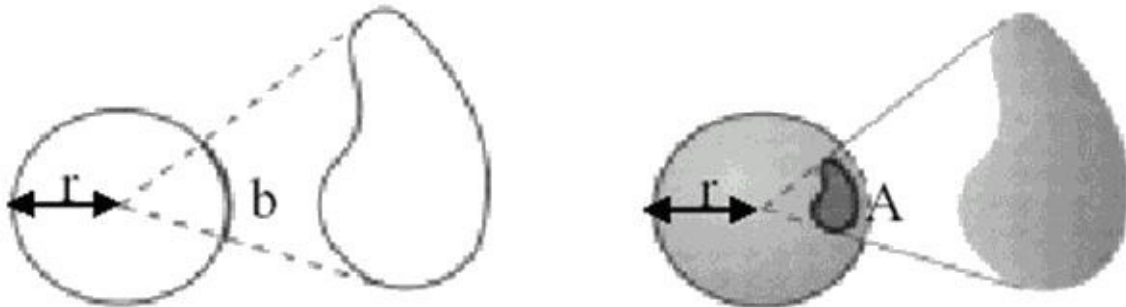
**Photometrie:** psychophysikalische Messung der "visuellen Energie", die von der elektromagnetischen Strahlung induziert wird

Menschliche Augen sind empfindlich für elektromagnetische Strahlung zwischen ca. 380 nm und 770 nm (jedoch in unterschiedlichem Maß empfindlich für verschiedene Wellenlängen); siehe Kap. 2.

## Radiometrische Grundgrößen:

### *Raumwinkel*

räumliches Winkelmaß  $\omega$ , das analog zum Bogenwinkel in der Ebene definiert wird:



**Bogenmaß:** Verhältnis  $b/r$  der überdeckten Umfangslänge  $b$  zum Radius  $r$  des Kreises.

Es gilt stets  $0 \leq b \leq 2\pi r$ . Die Einheit für den Winkel ist rad.

**Raumwinkel:** Verhältnis der durch  $A$  überdeckten Fläche zum Quadrat des Kugelradius  $r$ .  $\omega = A / r^2$ .

Die Einheit des Raumwinkels ist sr (Steradian, "stereo radiant").

Der volle Raumwinkel ist die Fläche einer Einheitskugel, hat also die Größe  $4\pi$  sr.

Zwischen dem Differential  $d\omega$  des Raumwinkels und den Polarkoordinaten-Winkeln  $\theta$  (= Winkel zum Zenith) und  $\phi$  besteht der folgende Zusammenhang:

$$d\omega = \sin \theta \, d\theta \, d\phi$$

(wichtig für Integralberechnungen, wenn über räumliche Winkelfelder integriert werden soll).

*Strahlungsenergie* (radiant energy)  $Q$ : wichtigste Größe der Radiometrie. Einheit J (Joule).

*Strahlungsenergiedichte* (radiant energy density)  $U$ : Strahlungsenergie pro Einheitsvolumen.  $U = dQ/dV$ ; Einheit  $J/m^3$ .

*Strahlungsleistung*, auch: Strahlungsfluss (radiant flux)  $\Phi$ : zeitliche Ableitung der Strahlungsenergie.  $\Phi = dQ/dt$ ; Einheit  $J/s = W$  (Watt).

*Strahlstärke* oder *Intensität* (Intensity)  $I$  einer Strahlungsquelle: Strahlungsleistung pro Einheitsraumwinkel.  $I = d\Phi/d\omega$ ; Einheit  $W/sr$  (Watt pro Steradian).

*Bestrahlungsstärke* (Irradiance): pro Fläche auftreffende Strahlungsleistung bei einem bestrahlten Objekt.  $E = d\Phi/dA$ ; Einheit  $W/m^2$ .

Die Bestrahlungsstärke nimmt mit dem Quadrat der Entfernung zur Strahlungsquelle ab.

Die entsprechende Sendegröße (für eine Strahlungsquelle) heißt *spezifische Ausstrahlung* oder *Radiosity*.  $E = d\Phi/dA$  (für Lichtquelle); Einheit  $W/m^2$ .

*Übliche Vereinfachungen* bei der Materie-Licht-Interaktion:

- **Lichtquellen** (emittieren Licht) und **Objekte** (absorbieren, reflektieren, transmittieren Licht)
- **idealisierte Arten der Reflexion** (siehe unten), deren Anteile addiert werden

*Beleuchtungsmodelle:*

Verfahren zur Simulation der Materie-Licht-Interaktion

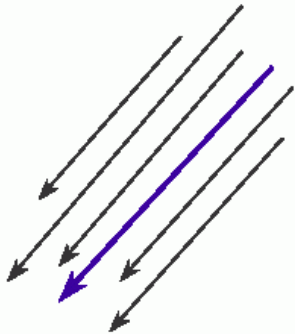
man unterscheidet:

- heuristische Verfahren <---> physikalisch basierte Verfahren
- *lokale* vs. *globale* Beleuchtungsmodelle (lokale Modelle berücksichtigen nur *eine* direkte Lichtquellen-Objekt-Interaktion)

## Lichtquellen

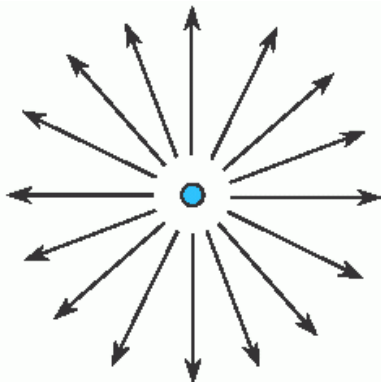
Man unterscheidet die folgenden Idealisierungen:

1.

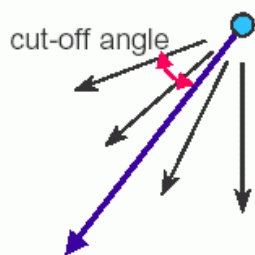


- ◆ **Richtungslicht**  
(*directional light*)  
Position im Unendlichen  
Richtung  $\mathbf{s}_{dir}$

2. Positions-Lichtquellen



- ◆ **Punktlichtquelle**  
Position  $\mathbf{s}_{pos}$



- ◆ **Spot Light**  
Position  $\mathbf{s}_{pos}$   
Richtung  $\mathbf{s}_{dir}$   
Cut-off Angle  $\mathbf{s}_{cut}$   
(Spot Exponent =  
Abfall der Helligkeit mit  
Abstand vom Zentrum)

## Allgemeine Lichtquellenparameter

- ◆ Intensität für verschiedene Beleuchtungsanteile in der Regel in (R,G,B)
  - *ambient intensity color*  $\mathbf{s}_{amb}$
  - *diffuse intensity color*  $\mathbf{s}_{diff}$
  - *specular intensity color*  $\mathbf{s}_{spec}$
- ◆ Positionslichtquellen haben teilweise noch Dämpfungsparameter, z.B.
  - ◆ (konstante) Dämpfung
  - ◆ Lineare Dämpfung
  - ◆ Quadratische Dämpfung

### 3. *Ambiente* Beleuchtung

"Hintergrundlicht" – liefert einfachstes Beleuchtungsmodell

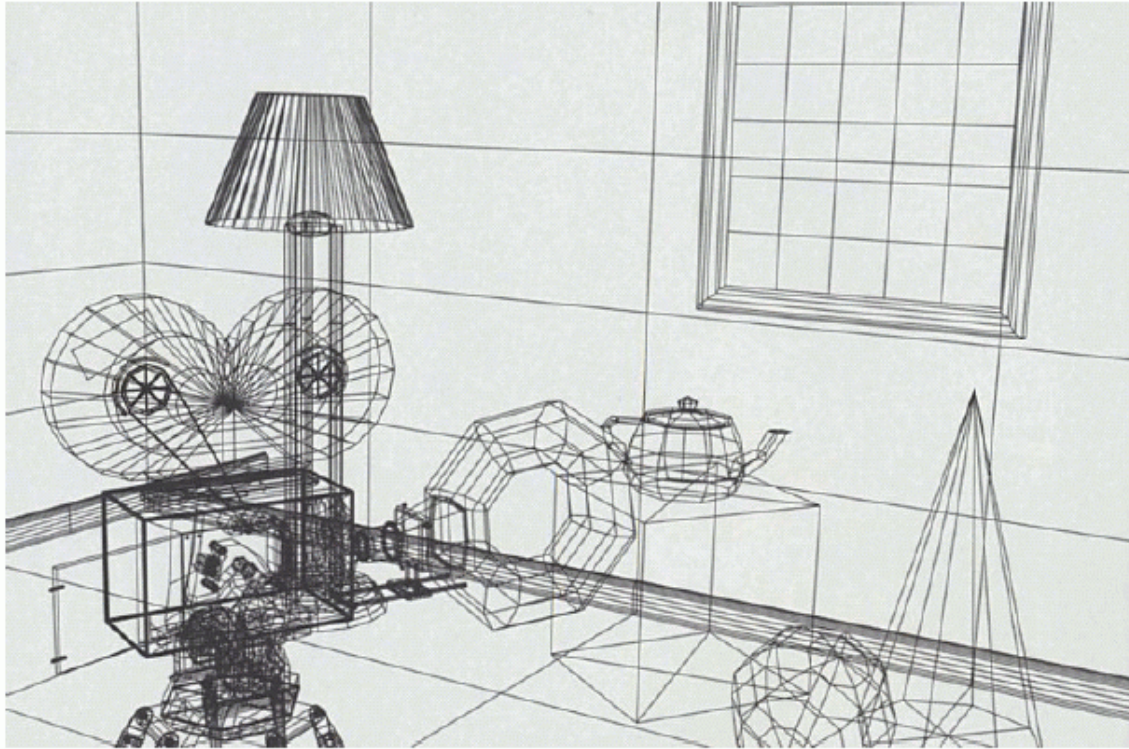
physikalische Erklärung: "ambientes Licht" als Sammelterm für Beiträge von Reflexionen durch diverse Flächen im Raum, die eine "Grundhelligkeit" erzeugen  
(OpenGL und VRML erlauben einen Wert pro Lichtquelle)

jedes Objekt hat eine ihm eigene Farbe →  
Objekte erscheinen als einfarbige Silhouette

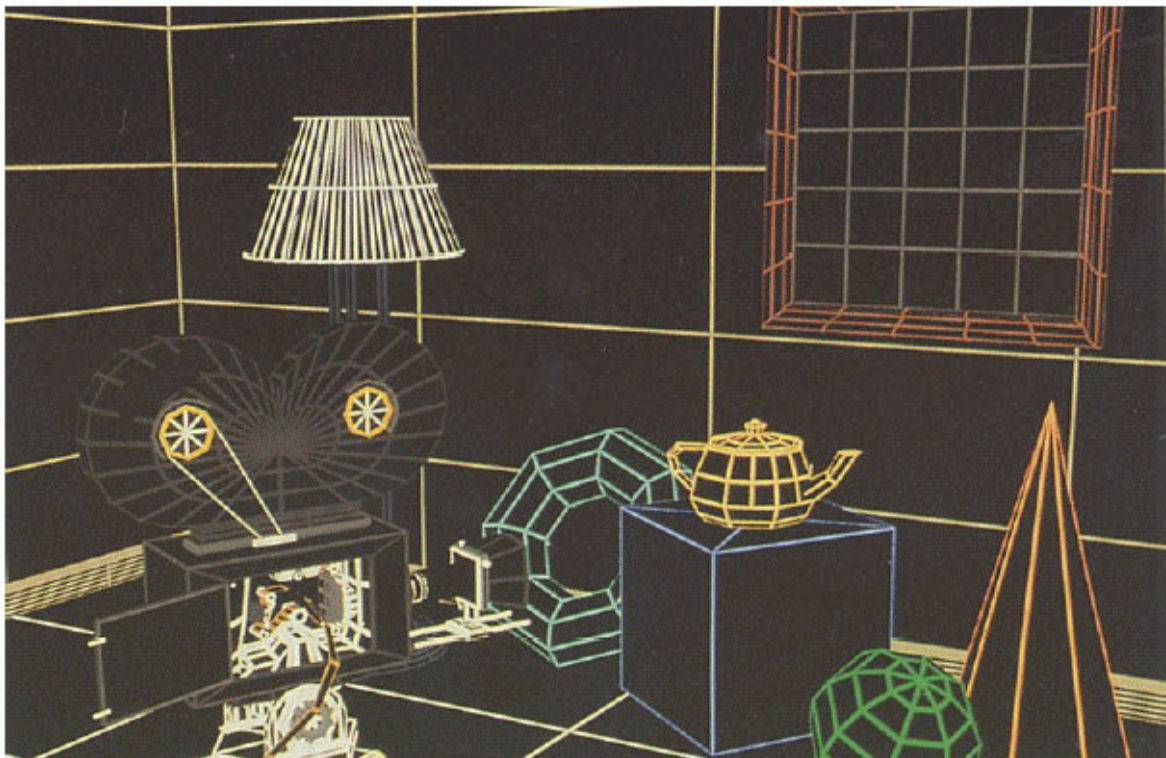
- Beleuchtungsintensität  $I$  unabhängig von einfallender Beleuchtung durch spezielle Lichtquellen oder von der Lage der Oberfläche
- eine Berechnung pro Objekt
- Beleuchtungsgleichung:  $I = k_a I_a$   
( $I_a$  ambientes Licht,  $k_a \in [0; 1]$ : ambienter Reflexionskoeffizient – Materialeigenschaft)



# Begleitendes Beispiel für Beleuchtungsmodelle (aus Schlechtweg 2001):

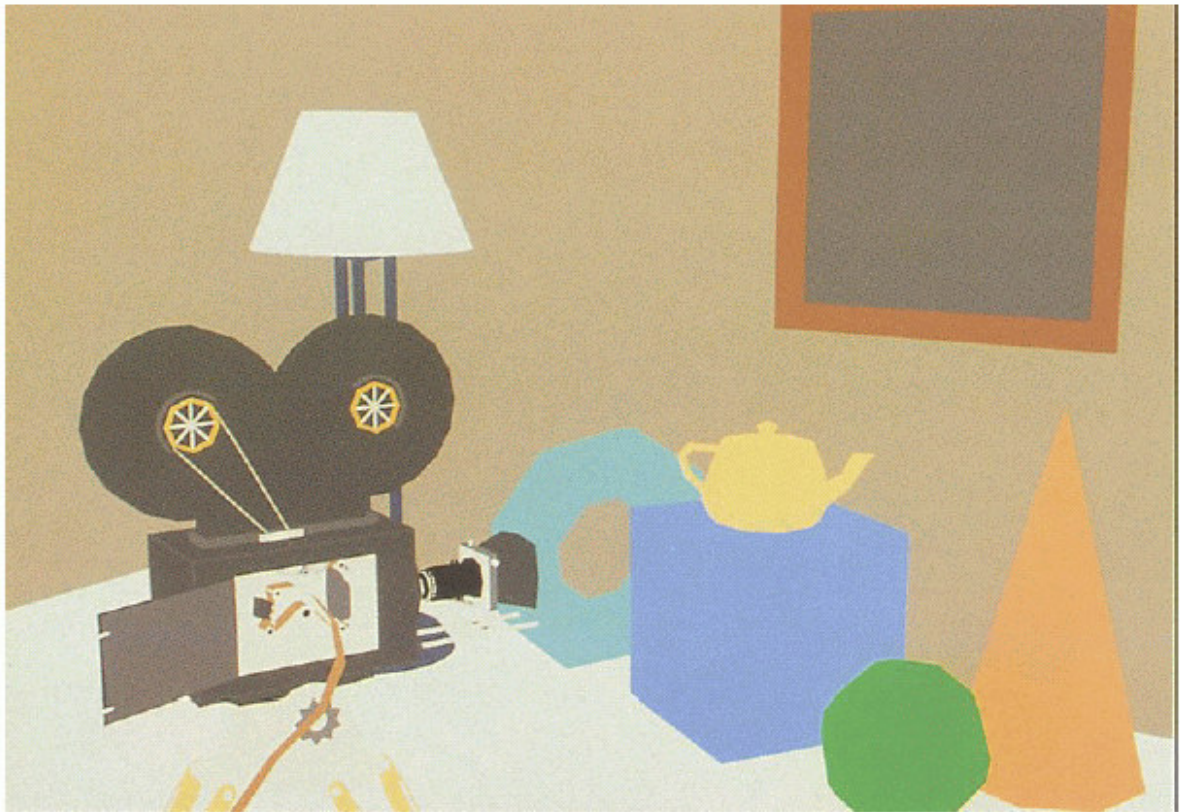


Drahtgitterdarstellung



Visible Line Determination





Ambiente Beleuchtung der sichtbaren Flächen

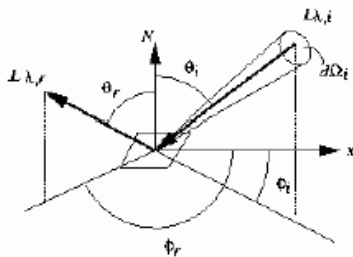
## Reflexion

Auf eine Fläche trifft Strahlung auf (mit einer bestimmten Bestrahlungsstärke  $E$ ) und wird (z.T.) wieder ausgesendet.

### BRDF

Die Reflexion von Strahlung wird durch den spektralen Reflexionsfaktor beschrieben, der das Verhältnis von **reflektierter Strahldichte** zur **einfallenden Bestrahlungsstärke** angibt

$$\rho(\lambda, \phi_r, \theta_r, \phi_i, \theta_i) = \frac{L_{\lambda,r}(\lambda, \phi_r, \theta_r)}{E_{\lambda,i}(\lambda, \phi_i, \theta_i)} = \frac{\text{reflektierte Strahldichte} [\text{Wsr}^{-1}\text{m}^{-2}]}{\text{einfallende Bestrahlungsstärke} [\text{Wm}^{-2}]}$$



Index i: einfallende Strahlung  
Index r: reflektierte Strahlung

In der englischen Literatur wird diese Größe „**bidirectional reflection distribution function (BRDF)**“ genannt.

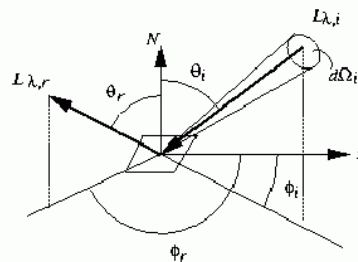
Manche Autoren definieren die BRDF als

$$\rho(\lambda, \phi_r, \theta_r, \phi_i, \theta_i) = \frac{I_{\lambda,r}(\lambda, \phi_r, \theta_r)}{\Phi_{\lambda,i}(\lambda, \phi_i, \theta_i)} = \frac{\text{reflektierte Strahlungsstärke} [\text{Wsr}^{-1}]}{\text{einfallende Strahlungsleistung} [\text{W}]}$$

Für infinitesimal kleine Flächen sind diese Definitionen identisch.

Ferner gilt:

$$E_{\lambda,i}(\lambda, \phi_i, \theta_i) = \int L_{\lambda,i}(\lambda, \phi_i, \theta_i) \cos \theta_i d\Omega_i$$



## Eigenschaften der BRDF

Wichtige Eigenschaften von (BRDF) für die Beleuchtungsmodelle der GDV sind:

1. Reziprozität:  $\rho_\lambda$  ändert sich nicht, wenn Einfallswinkel und Ausfallswinkel vertauscht werden. Hierauf beruht u.a. das Raytracing.
2.  $\rho_\lambda$  ist im allgemeinen anisotrop: Wird bei gleicher Einfallswinkel- und Ausfallrichtung die Fläche um die Normale verdreht, so ändert sich der Anteil des reflektierten Lichts. Typische Beispiele sind Stoffe oder Metalleffektlacke.
3. Superposition: Trifft in einem Punkt Licht aus mehreren Richtungen ein, so beeinflussen sich die einzelnen Reflexionen nicht, sondern können linear überlagert werden. Durch Integration über alle Einfallswinkelrichtungen erhält man:

$$L_r = \int_{\Omega_i} \rho L_i \cos \theta_i d\Omega_i$$

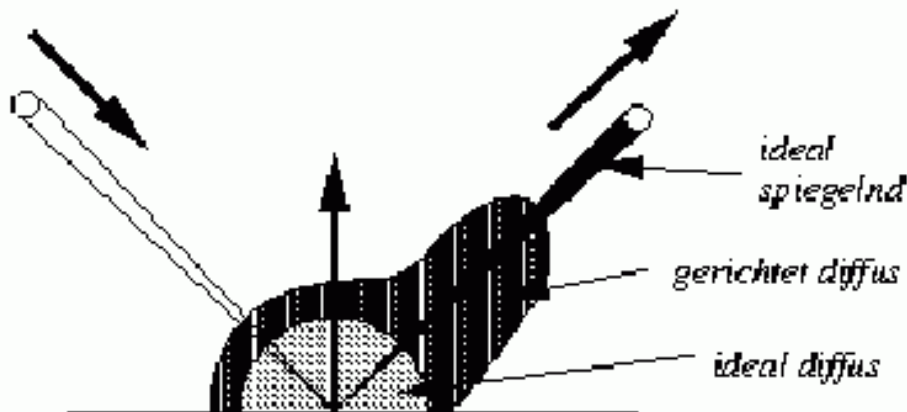
Der Reflexionsfaktor ist wegen der Energieerhaltung immer positiv. Da er auf den Raumwinkel bezogen ist und die Dimension (Raumwinkel<sup>-1</sup>) besitzt, kann er im Extremfall den Wert  $\infty$  annehmen. Deshalb wird in der GDV, besonders bei den empirischen Beleuchtungsmodellen, stattdessen mit dem Reflexionsgrad  $r$  gearbeitet, der das Verhältnis von reflektierter zu einfallender Bestrahlungsstärke angibt und deshalb dimensionslos ist:

$$r_\lambda = \frac{E_{\lambda,r}}{E_{\lambda,i}}, \quad 0 \leq r_\lambda \leq 1$$

(Krömker 2001)

## Arten des Reflexionsverhaltens:

- ideal diffus
- ideal spiegelnd
- gerichtet diffus (Mischform)



### *Ideal diffuse Reflexion:*

reflektierte Leuchtdichte ist *unabhängig von der Abstrahlungsrichtung*. "Lambert'sche Reflexion". Auf dieser Art der Reflexion beruht im Radiosity-Verfahren (einem globalen Beleuchtungsverfahren) der modellierte Austauschmechanismus für Licht zwischen den Oberflächen der Objekte.

### *Ideal spiegelnde Reflexion:*

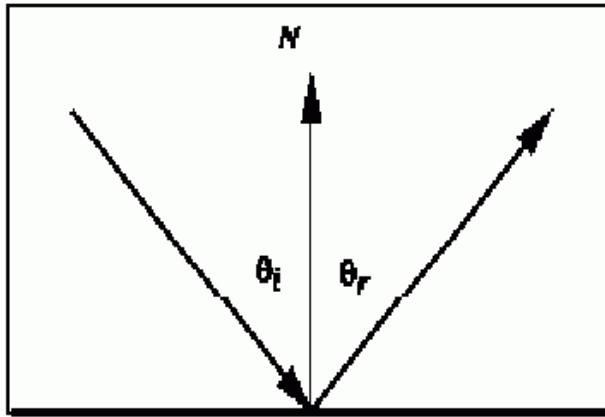
der einfallende und der reflektierte Strahl bilden mit der Normalen der reflektierenden Oberfläche gleiche Winkel. Einfallender Strahl, reflektierter Strahl und Oberflächennormale liegen in einer Ebene.

In Polarkoordinaten über der reflektierenden Fläche (Normalenrichtung = Zenith):

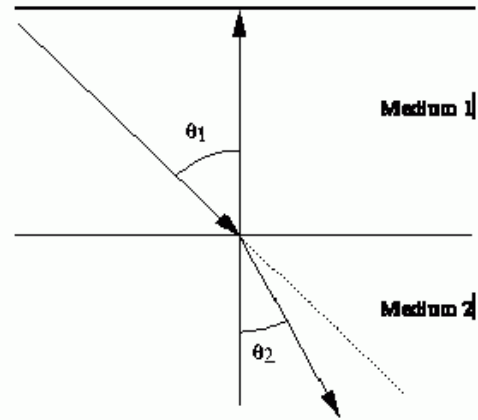
$$\theta_r = \theta_i \text{ und } \phi_r = \phi_i + \pi \quad (\text{Index } r: \text{reflected, } i: \text{incoming}).$$

Konventionelles Raytracing beruht auf diesem einfachen Reflexionsgesetz.

Geometrie des  
Reflexionsgesetzes



Geometrie des  
Brechungsgesetzes



zum Vergleich: Lichtbrechung  
(Krömker 2001)

In der Natur trifft man die beiden idealen Reflexionsarten selten. Man muss also für alle Oberflächen die richtungsmäßige Verteilung des Reflexionsfaktors  $\rho$  bestimmen. Sehr häufig tritt der Fall auf, dass  $\rho$  ein deutliches Maximum in Richtung der ideal-spiegelnden Reflexion hat und kleiner wird, je weiter man sich von dieser Richtung entfernt (*gerichtet diffuse Reflexion*, auch *spekulare Reflexion*).

In der Computergrafik ist es üblich, die gerichtet diffuse Reflexion in einen richtungsunabhängigen, diffusen Anteil und einen richtungsabhängigen Anteil aufzuspalten.

## *Diffuse Reflexion*

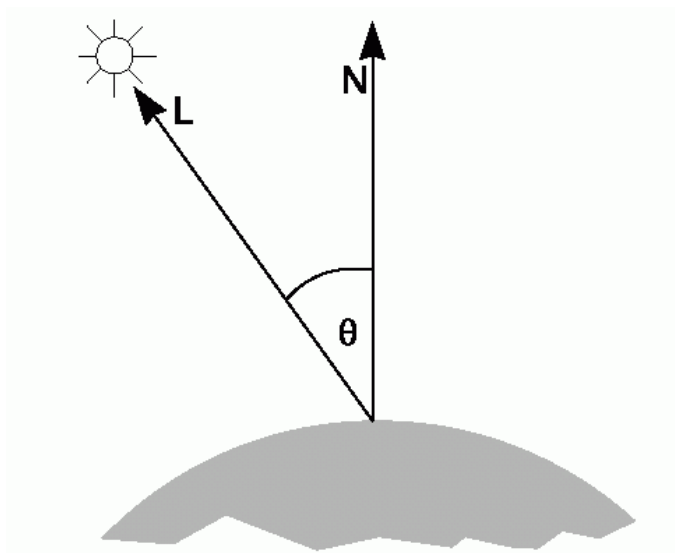
Beleuchtung hier z.B. durch eine Punktlichtquelle

Helligkeit variiert abhängig von

- Richtung zur Lichtquelle
- Abstand von der Lichtquelle
- atmosphärische Verhältnisse zwischen Lichtquelle und Objekt

physikalische Grundlage: Lambertsches Gesetz für Reflexion an matten Oberflächen

- Licht wird gleichmäßig in alle Richtungen reflektiert
- Helligkeit abhängig vom Winkel  $\theta$  zwischen Vektor  $L$  zur Lichtquelle und Oberflächennormalenvektor  $N$   
(großes  $\theta \Rightarrow$  flacher Lichteinfall  $\Rightarrow$  kleinere Lichtmenge pro Flächeneinheit  $\Rightarrow$  geringere Intensität der diffusen Reflexion)



## Warum ist die Intensität unabhängig vom Betrachterstandpunkt?

- Gesetz von Lambert: Menge an Licht, die von einem infinitesimal kleinen Flächenstück zum Betrachter ausgesandt wird, ist direkt proportional zum Kosinus des Winkels zwischen Betrachtungsrichtung und Oberflächennormale
  - Aber: Größe der sichtbaren Fläche *invers* proportional zum selben Kosinuswert
- ⇒ beide Faktoren gleichen sich aus  
⇒ für Lambertsche Oberflächen ist Reflexion unabhängig vom Betrachterstandpunkt

## Diffuse Reflexion

- Beleuchtungsgleichung:

$$I = I_i k_d \cos \theta$$

mit  $I_i$  als Intensität der Punktlichtquelle

- $k_d \in [0, 1]$ : *diffuser Reflexionskoeffizient*
- Winkel  $\theta$  zwischen  $0^\circ$  und  $90^\circ$   
(sicherstellen mit  $I = I_i k_d \max(\cos \theta, 0)$ )
- wenn sowohl  $N$  als auch  $L$  normalisiert sind, dann:

$$I = I_i k_d (N \cdot L)$$

Die Beleuchtungsberechnung muss in Weltkoordinaten (d.h. im Objektraum) durchgeführt werden, denn bei der Transformation in den Bildraum (Normalisierungstransformation und perspektivische Abbildung) wird der Winkel  $\theta$  verändert!



- Kombination mit ambierter Beleuchtung von oben ergibt dann

$$I = I_a k_a + I_i k_d (N \cdot L)$$

- Energie von einer Punktlichtquelle nimmt mit der Entfernung ab – *light source attenuation*

$$I = I_a k_a + f_{\text{att}} I_i k_d (N \cdot L)$$

- normalerweise quadratische Abnahme aber dann kein realistisches Verhalten (Es gibt nur sehr wenige Punktlichtquellen)
- Berechnung:  $f_{\text{att}} = \min\left(\frac{1}{c_1 + c_2 d_L + c_3 d_L^2}, 1\right)$  mit  $c_1$ ,  $c_2$  und  $c_3$  entsprechend gewählte Konstanten

### Farbiges Licht und Material:

- spezielle Gleichungen für die Farbkomponenten
- diffuse Farbe des Objektes: Faktoren  $O_{dR}$ ,  $O_{dG}$  und  $O_{dB}$
- Licht der Lichtquelle aus drei Komponenten:  $I_{iR}$ ,  $I_{iG}$  und  $I_{iB}$

$$I_R = I_{aR} k_a O_{dR} + f_{\text{att}} I_{iR} k_d O_{dR} (N \cdot L)$$

$$I_G = I_{aG} k_a O_{dG} + f_{\text{att}} I_{iG} k_d O_{dG} (N \cdot L)$$

$$I_B = I_{aB} k_a O_{dB} + f_{\text{att}} I_{iB} k_d O_{dB} (N \cdot L)$$

- Koeffizienten  $k_a$  und  $k_d$  zum Mischen der Anteile
- allgemeiner: Abhängigkeit von der Wellenlänge  $\lambda$

$$I_\lambda = I_{a\lambda} k_a O_{d\lambda} + f_{\text{att}} I_{i\lambda} k_d O_{d\lambda} (N \cdot L)$$

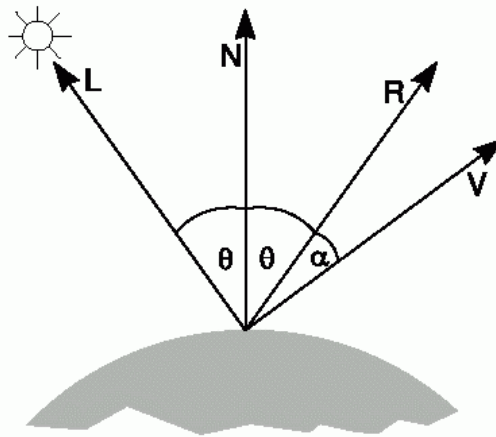
(Schlechtweg 2001)

## *Spekulare (spiegelnde) Reflexion*

- beobachtbar an allen glänzenden Oberflächen: es entstehen "Highlights".
- spekulär reflektiertes Licht hat eher die Farbe der Lichtquelle als die des Objektes (abhängig vom Material).
- glänzende Flächen reflektieren Licht *nicht* gleichmäßig in alle Richtungen  $\Rightarrow$  Abhängigkeit vom Betrachterstandpunkt.
- Bei perfekten Spiegeln wird Licht *nur* in die Reflexionsrichtung  $R$  abgestrahlt.

## Spiegelnde Reflexion nach Phong

(nur die Richtung  $R$  ist physikalisch basiert, sonst rein empirisch-heuristisches Modell, physikalisch nicht erklärbar! – Erzeugt die gewünschten Highlights):



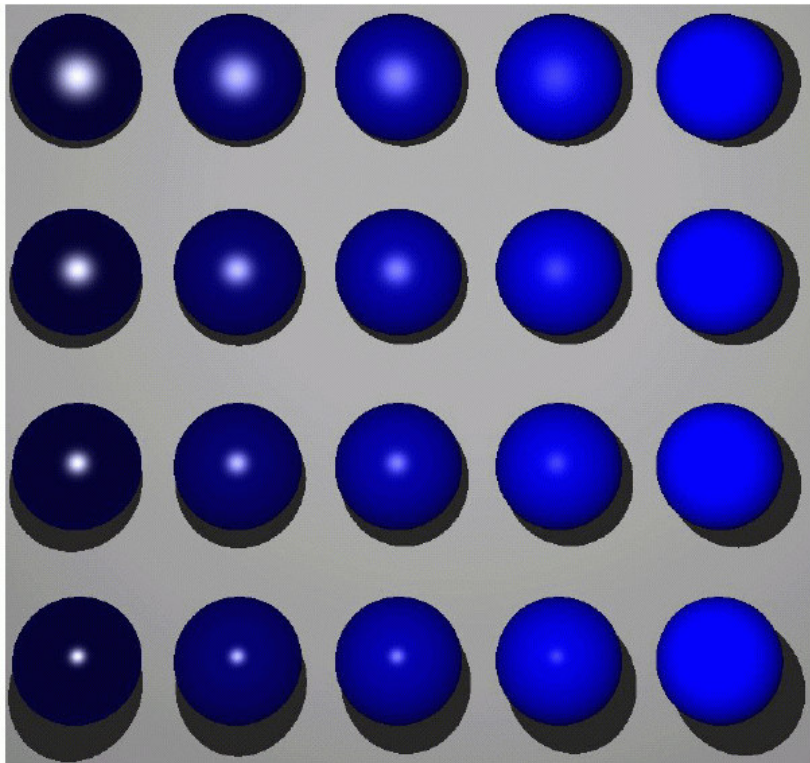
- Beleuchtungsgleichung für spekulare Reflexion

$$I = I_i k_s \cos^n \alpha = I_i k_s (R \cdot V)^n$$

- $k_s \in [0, 1]$ : *spekularer Reflexionskoeffizient*
- der Exponent  $n$  heißt *shininess*
- in der Richtung  $R$  (Ausfallswinkel = Einfallswinkel) ist die Abstrahlungsintensität maximal (dann ist das Skalarprodukt bzw. der Kosinus = 1)
- $R$  lässt sich vektoriell berechnen als

$$R = 2(N \cdot L)N - L.$$

- Farbe der spekularen Komponente ist *nicht* abhängig von der Materialfarbe
- maximale spekulare Reflexion bei  $\alpha = 0$
- fällt ab mit steigendem  $\alpha$ , Stärke des Abfallens bestimmt durch  $n$  – spekularer Reflexionsexponent
- für  $n = 1$  breites, weiches Abfallen, großes Highlight mit sanftem Rand
- größere Werte für  $n \rightarrow$  schärfer abgegrenzte, kleinere Highlights
- perfekter Spiegel:  $n = \infty$



$k_s$  von links nach rechts: 1.0 – 0.75 – 0.5 – 0.25 – 0.0.  $n$  von oben nach unten: 5 – 10 – 20 – 40.

## Beleuchtungsmodell nach Phong

- Summe der drei Komponenten:

$$I = I_a k_a + f_{\text{att}} I_i k_d (N \cdot L) + f_{\text{att}} I_i k_s (R \cdot V)^n$$

- Abhängigkeit von Wellenlänge und Material:

$$I_\lambda = I_a k_a O_{d\lambda} + f_{\text{att}} I_{i\lambda} (k_d O_{d\lambda} (N \cdot L) + k_{s\lambda} O_{s\lambda} (R \cdot V)^n)$$

- Bui-Tuong PHONG: „Illumination for Computer Generated Pictures“. In: *Communication of the ACM*, Juni 1975, S. 311–317

## Mehrere Lichtquellen

- Summe über die Terme für jede Lichtquelle:

$$I_\lambda = I_a k_a O_{d\lambda} + \sum_{j=1}^m f_{\text{att}_j} I_{i\lambda_j} (k_d O_{d\lambda} (N \cdot L_j) + k_{s\lambda} O_{s\lambda} (R_j \cdot V)^n)$$

- Problem:  $I_\lambda$  kann größer als 1 werden
- Lösungen:
  - wenn  $I_\lambda$  größer 1  $\rightarrow I_\lambda := 1$
  - Division durch den höchsten Wert von  $I_\lambda$  im gesamten Bild
  - wenn Berechnung von  $I_\lambda$  vor der Anzeige  $\rightarrow$  Bildverarbeitungsoperatoren

(Schlechtweg 2001)

## *Interpolierende Shading-Modelle*

Durch das Rastern können wir bis jetzt nur einfarbige Polygone darstellen

*Problem:* Bei Polygonnetzen, die gekrümmte Oberflächen approximieren, sichtbare Kanten!

Ansatz für Freiformflächen:

"brute force": Berechnen der Oberflächennormale für jeden Punkt der Oberfläche, bestimmen der Farbe / Beleuchtungsinteraktion an jedem Punkt

*Problem:* extrem aufwändig

⇒ Vorgehensweise:

- Verwendung polygonaler Modelle (*meshes*)
  - zu polygonalen und anderen 3D-Objektmodellen später mehr –
- Bestimmung der Farbe so, dass gleichzeitig optische Glättung der polygonalen Struktur erfolgt

3 wichtige Verfahren:

- Flat Shading
- Gouraud-Shading
- Phong-Shading

### *Flat Shading*

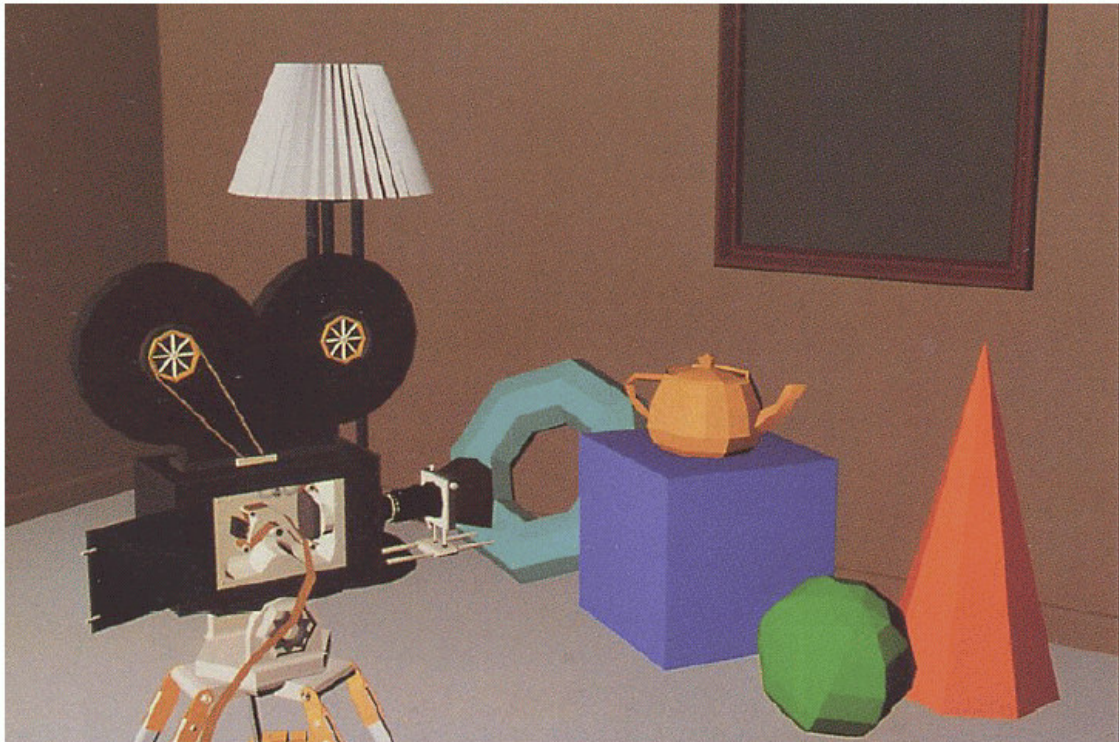
auch: *constant shading*

- Anwendung des Beleuchtungsmodells auf einen Punkt eines Polygons und Darstellen des gesamten Polygons mit der berechneten Farbe / Intensität

Glättungsproblem wird dadurch nicht gelöst

Flat Shading korrekt anwendbar, wenn:

- Lichtquellen im Unendlichen, so dass der Winkel zwischen Oberflächennormale und Beleuchtungsrichtung konstant ist für das Polygon
- Betrachter im Unendlichen, so dass der Winkel zwischen Haupt-Abstrahlrichtung und Sichtlinie konstant ist für das Polygon
- Polygon repräsentiert die wirkliche Objektoberfläche, keine Approximation einer gekrümmten Fläche



Flat Shading (ambiente und diffuse Komponente)



## Interpolierende Verfahren

- Wylie, Romney, Evans & Erdahl 1967: Beleuchtungswerte sind an den Ecken eines Dreiecks gegeben, werden über die Dreiecksfläche interpoliert.
- Gouraud 1971: Verallgemeinerung für beliebige Polygone.
- besonders gut nutzbar in Scanlinien-Algorithmen, die sowieso schon z-Werte interpolieren müssen
- interpolierende Shading-Verfahren sind *nicht* physikalisch korrekt!
- wichtiges Qualitätskriterium: Artefakte, die durch Approximation gekrümmter Flächen durch Polygonnetze entstehen, sollen vermindert werden.

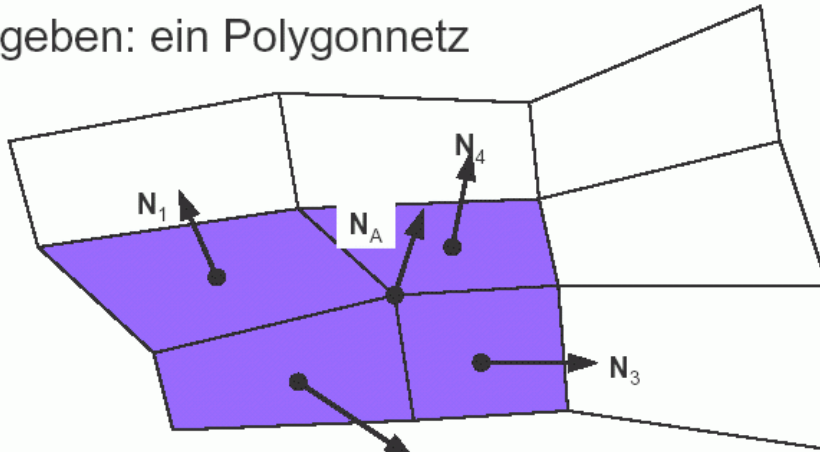
### Gouraud-Shading (1971):

- Shading durch Intensitätsinterpolation oder Farbinterpolation
- Intensitäts-/Farbwerte an Eckpunkten des Polygongitters berechnen
- Normale  $N_v$  an diesen Eckpunkten muß bekannt sein
  - übernehmen von einer analytischen Oberflächenbeschreibung (wenn Polygongitter eine Approximation ist)
  - berechnen aus den Flächennormalen  $N_i, 1 \leq i \leq n$  der angrenzenden  $n$  Flächen

$$N_v = \frac{\sum_{i=1}^n N_i}{\|\sum_{i=1}^n N_i\|}$$

- Berechnen der Intensität mit diesen Normalen

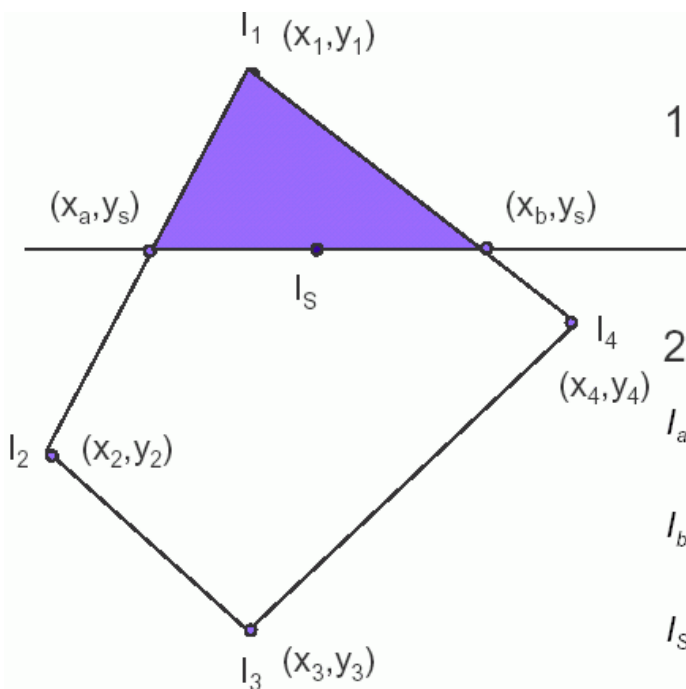
◆ Gegeben: ein Polygonnetz



◆ Berechnung der Vertex-Normale

$$\mathbf{N}_A = \frac{\mathbf{N}_1 + \mathbf{N}_2 + \mathbf{N}_3 + \mathbf{N}_4}{4}$$

Das eigentliche Shading erfolgt durch lineare Interpolation der Intensitäten zuerst entlang der Kanten, dann entlang der Scanlinien (zwischen den Kanten).



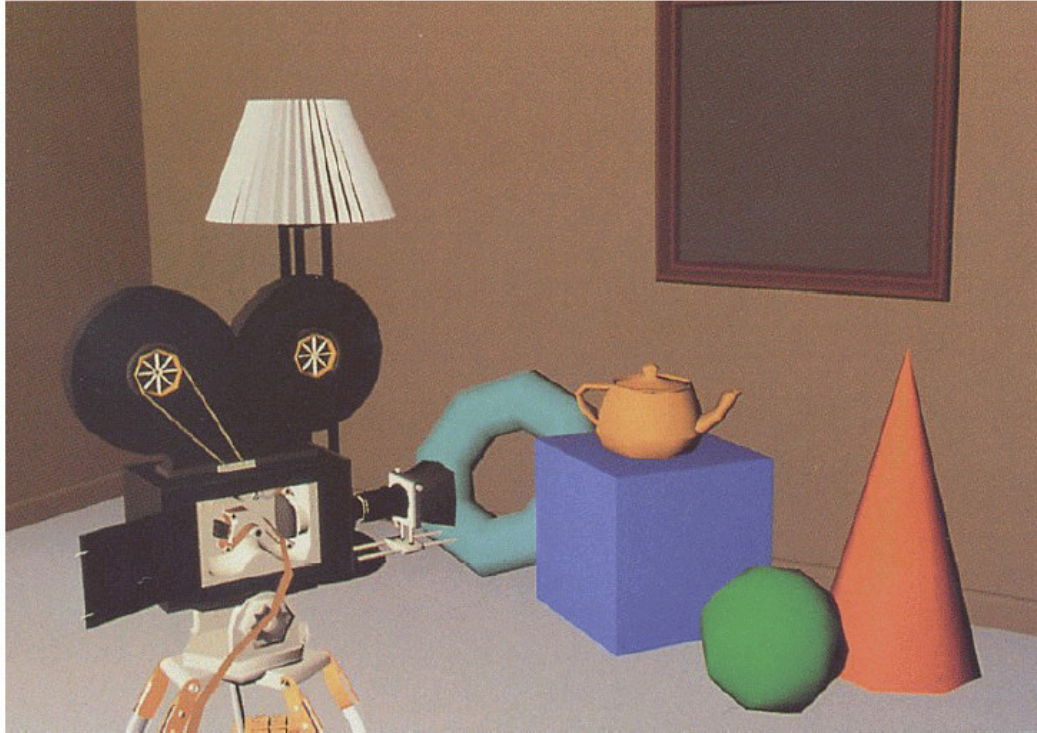
1. Schritt: Berechne Intensitäten  $I$  (RGB) an den Eckpunkten

2. Interpoliere

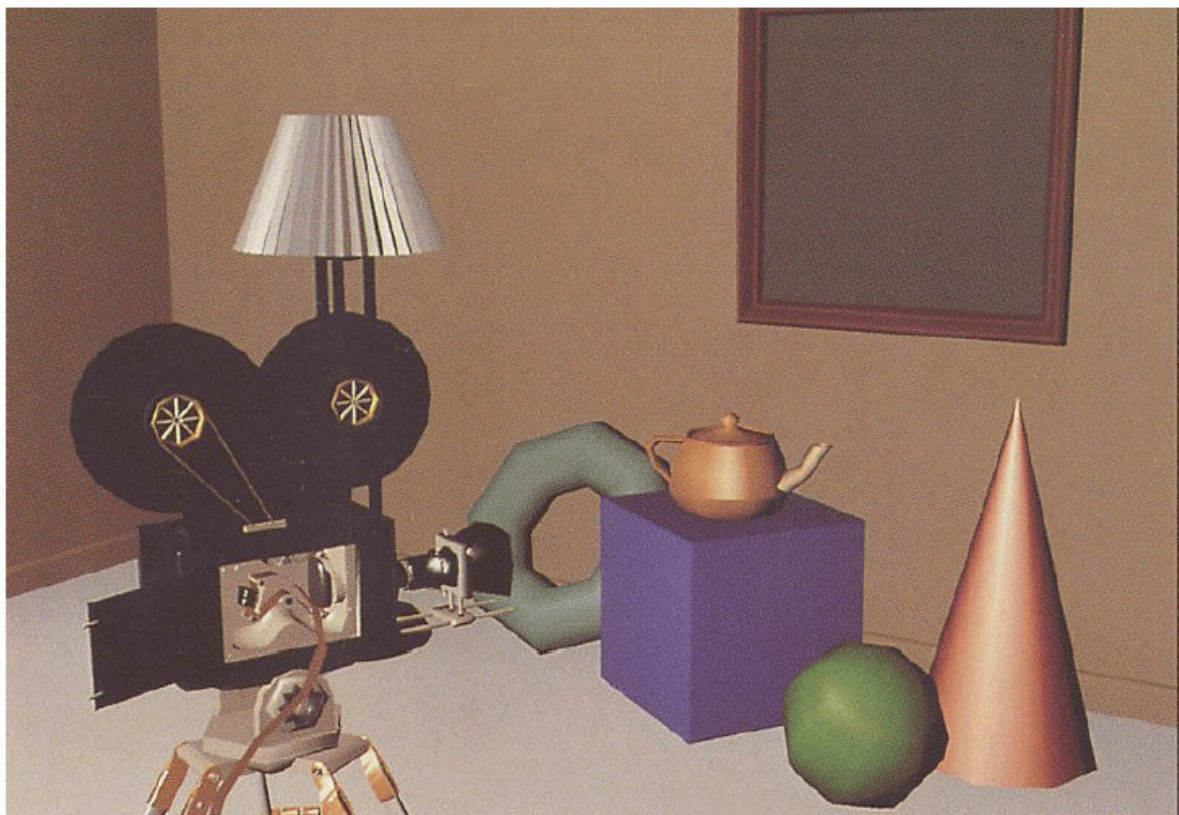
$$I_a = \frac{1}{y_1 - y_2} [I_1(y_s - y_2) + I_2(y_1 - y_s)]$$

$$I_b = \frac{1}{y_1 - y_4} [I_1(y_s - y_4) + I_4(y_1 - y_s)]$$

$$I_s = \frac{1}{x_b - x_a} [I_a(x_b - x_s) + I_b(x_s - x_a)]$$



Gouraud-Shading (ambiente und diffuse Komponente)

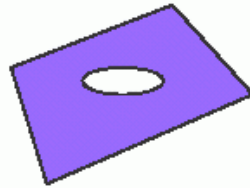


Gouraud-Shading (ambiente, diffuse und spekulare Komponente)

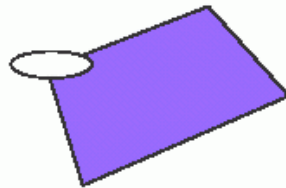
## Probleme des Gouraud Shading

**Highlight (Glanzlicht)**

wird nicht errechnet

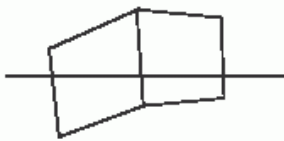


wird errechnet



Nur für diffuse  
Reflektion brauchbar

## Machbanding



Effekt: trotz Interpolation sind die  
Kanten manchmal deutlich zu  
erkennen

Ursache: Entlang einer Scanline  
ist die 1. Ableitung **nicht**  
konstant

Auge erkennt diese Diskontinuität  
2. Ordnung → Machbands

(vgl. 2. Kapitel, Wahrnehmungs-Besonderheiten)

Abhilfe:

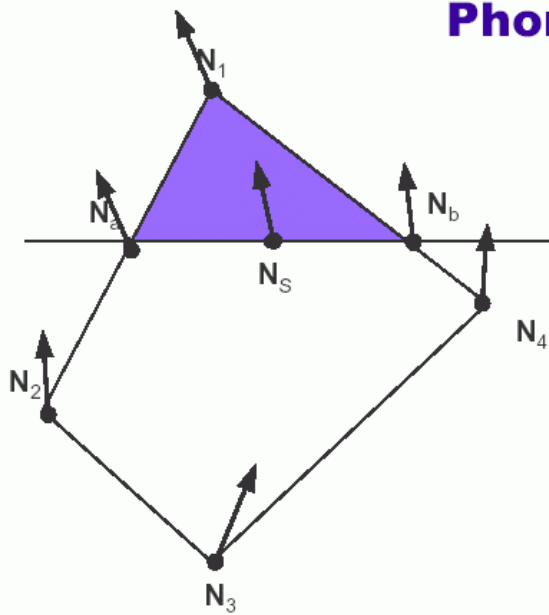
Interpolation der Normalenvektoren anstatt der  
Intensitätswerte

Intensitätswerte werden dann berechnet mit den  
normalisierten interpolierten Normalenvektoren

→ *Phong-Shading*

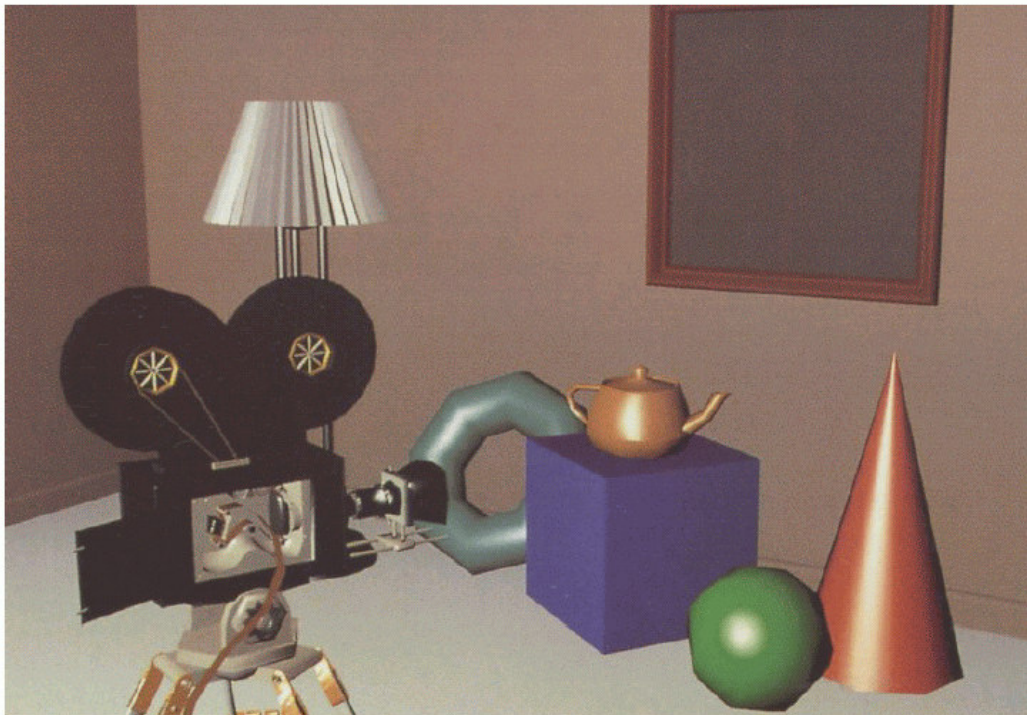


## Phong Shading (1975)



- ◆ Löst das Highlight-Problem
- ◆ Reduziert (stark) das Machbanding-Problem
- ◆ Interpoliert **Normalen**
- Vektoren müssen interpoliert werden
- Beleuchtungsgleichung muß für jedes Pixel gerechnet werden

- Ergebnisse besser als bei Gouraud-Shading
- aber: wesentlich aufwändiger (Interpolation von jeweils 3 Komponenten; sehr häufige Intensitätsberechnung)



Phong-Shading

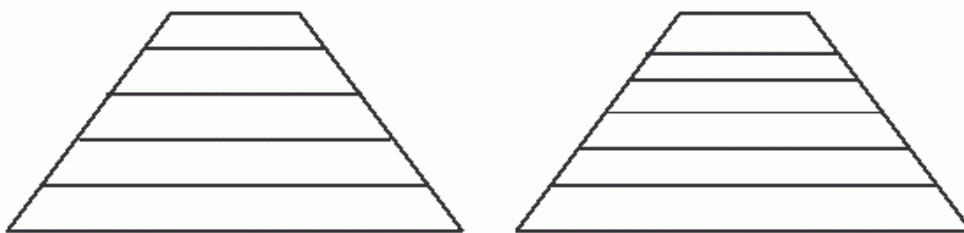
## Phong Shading (Speed-up Techniken)

- ◆ Beleuchtungsgleichung nur für jedes 2. Pixel rechnen → linear interpolieren
- ◆ Numerische Optimierungen:
  - Duff (79) Interpolation und Beleuchtung in einen Ausdruck bringen, dann Forwärts-Differenzen nutzen
  - Bishop (86) ähnlich, aber nutzt Taylorreihe
- ◆ Geometrische Optimierungen  
Versuchen abzuschätzen, ob ein Highlight auftreten kann  
Bergman 86 und Harrison 88

Generelle Probleme der Interpolationsverfahren (Gouraud, Phong):

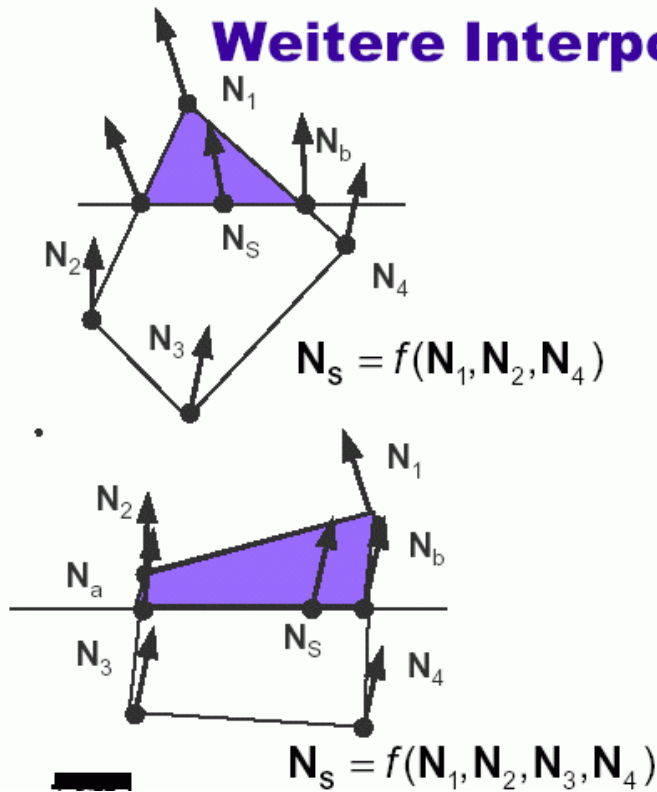
### Offene Probleme

- ◆ kantige Silhouetten der Objekte
- ◆ Interpolationsprobleme  
Interpolation in Bildschirmkoordinaten entspricht nicht der perspektivischen Verkürzung



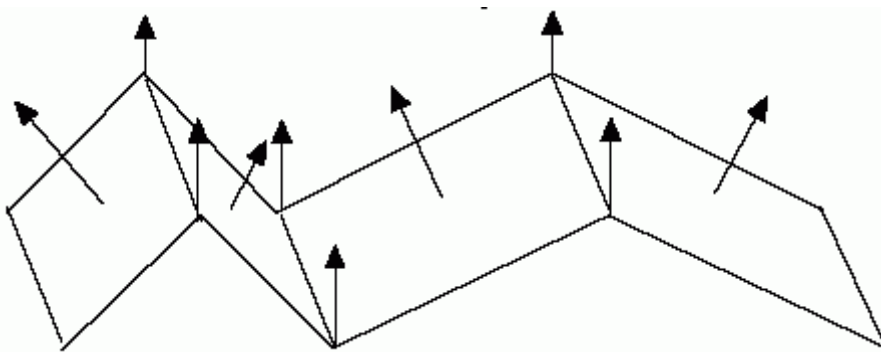
Lösungsmöglichkeit: Unterteilung in kleinere Polygone (mit allen dabei auftretenden Problemen!)

## Weitere Interpolationsprobleme



Der gleiche Polygonpunkt  $N_S$  wird, obwohl das Polygon nur in seiner Ebene gedreht wurde, von unterschiedlichen Eckpunkten beeinflusst

- nicht repräsentative Normalen an den Eckpunkten: die aus den Flächennormalen gemittelten Normalenvektoren an den Eckpunkten können die Geometrie falsch repräsentieren





Fazit:

- Glättung der polygonalen Modelle möglich, aber nur mit vielen Interpolationsproblemen
- trotzdem sind Gouraud- und Phong-Shading die Standardverfahren

### *Zusammenfassung zu Shading-Modellen*

Die Schattierung (*Shading*) umfasst sowohl die Auswahl eines geeigneten *Beleuchtungsmodells* als auch die Entscheidung, in welchen Bildpunkten das jeweilige Modell explizit zur Anwendung gelangen soll und in welchen Punkten *Interpolationsmethoden* (billiger) eingesetzt werden.

Letztere sind erforderlich, da die explizite Berechnung des aus dem Beleuchtungsmodell resultierenden Intensitäts- bzw. Farbwertes für jedes Pixel insbes. bei interaktiven Echtzeitanwendungen zu aufwändig wäre.

- Varianten des Phong-Shading sind die "Arbeitspferde" in der hochwertigen Computergrafik
- häufig in Hardware realisiert!

*nicht verwechseln:*

- *Shading*: oft verbunden mit geometrischer Glättung (Interpolation)
  - Gouraud: Farbwerte, Phong: Normalen
- Reflexion, Beleuchtungsgleichung: Berechnung der Farbintensitäten
  - Gouraud: i.allg. nur diffuser + ambienter Anteil;
  - Phong: spiegelnder + diffuser + ambienter Anteil.

## *Transparenz*

Manche Objekte sind (teilweise) durchsichtig  
⇒ spezielle Probleme (Lichtbrechung, -abschwächung...)

Einfache Ansätze ohne Berücksichtigung der Brechung:

### *1. Screen-Door-Transparenz*

Das transparente Polygon wird mit einem Schachbrettmuster überzogen; ein Pixel wird voll transparent, das nächste wieder undurchsichtig (opak) gerendert.

Vorteile:

- einfach
- keine Tiefensortierung notwendig

Nachteile:

- Transparenzgrad 50 % (schwierig variierbar)
- Artefakte bei mehreren transparenten Objekten hintereinander

## 2. Interpolierte Transparenz (*Alpha-Blending*)

Beim Rasterisieren, wird jedem Pixel nicht nur ein Farb- und z-Wert, sondern auch ein  $\alpha$ -Wert zugeordnet:  $0 \leq \alpha \leq 1$ .

$\alpha = 1$  entspricht vollständig opakem Objekt

$\alpha = 0$  vollständig transparentes Objekt

Jedes Pixel, das von einem transparenten Objekt bedeckt wird, wird als Farbe

$$\mathbf{c}_{new} = \alpha \cdot \mathbf{c}_{ren} + (1 - \alpha) \cdot \mathbf{c}_{old}$$

zugeordnet, wobei  $c_{ren}$  die Farbe des transparenten Objekts und  $c_{old}$  die Pixelfarbe vor dem Blending ist.

Das transparente Objekt wird *über* die schon gerenderten Objekte geschrieben.

Alpha-Blending erfordert Tiefensortierung der transparenten Objekte (back-to-front-Sortierung).

"Alpha-Kanal" als zusätzliche Farbkomponente neben R, G, B: "*RGBA-Modell*".

4. Komponente manchmal auch für andere Zwecke verwertbar.

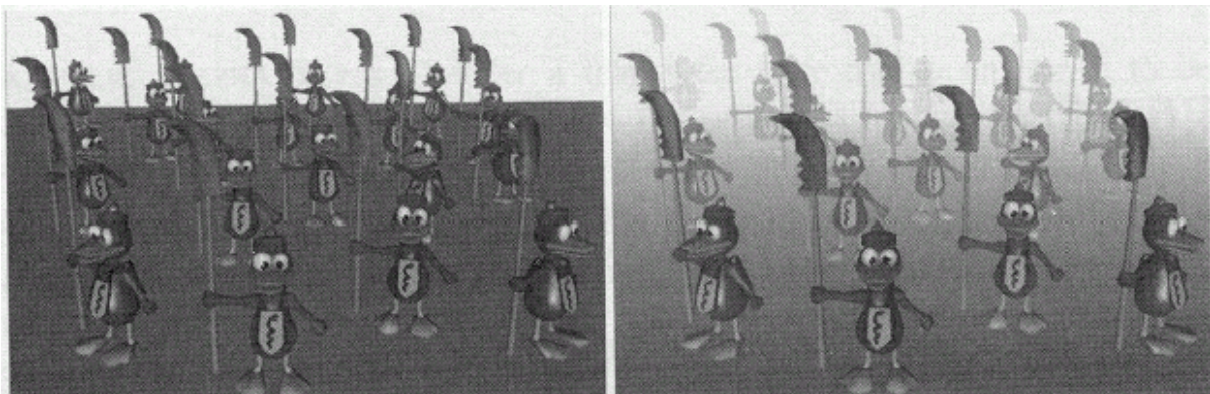
## Nebel

Nebel (oder Dunst) kann relativ einfach simuliert werden, auch in Echtzeitsystemen

Er kann für viele Zwecke sinnvoll eingesetzt werden:

- Realismus von Landschaftsszenen (*outdoor scenes*) erhöhen
- Verbesserung der Tiefenschätzung / des 3D-Effekts
- Nebel verdeckt Artefakte in der Nähe der hinteren Clipping-Ebene (*far clipping plane*)

Nebel wird inzwischen oft von der Grafik-Hardware unterstützt.



(aus Krömker 2001)

Ähnlich wie bei der Transparenz, werden Nebeleffekte auch beim Rasterisieren realisiert, indem die Farbe  $c_{ren}$  eines Pixel mit der Farbe  $c_{fog}$  des Nebels gemischt wird:

$$\mathbf{c}_{new} = f\mathbf{c}_{ren} + (1-f)\mathbf{c}_{fog}$$

wobei  $f$  eine Funktion des Abstands vom Beobachter mit Werten in  $[0, 1]$  ist.

Einfach gesagt: Tiefe im Bild ändert die Farbe von Pixeln.

## Arten von Nebel:

- **Linearer Nebel:**

$$f(z) = \frac{z_{\max} - z}{z_{\max} - z_{\min}}$$

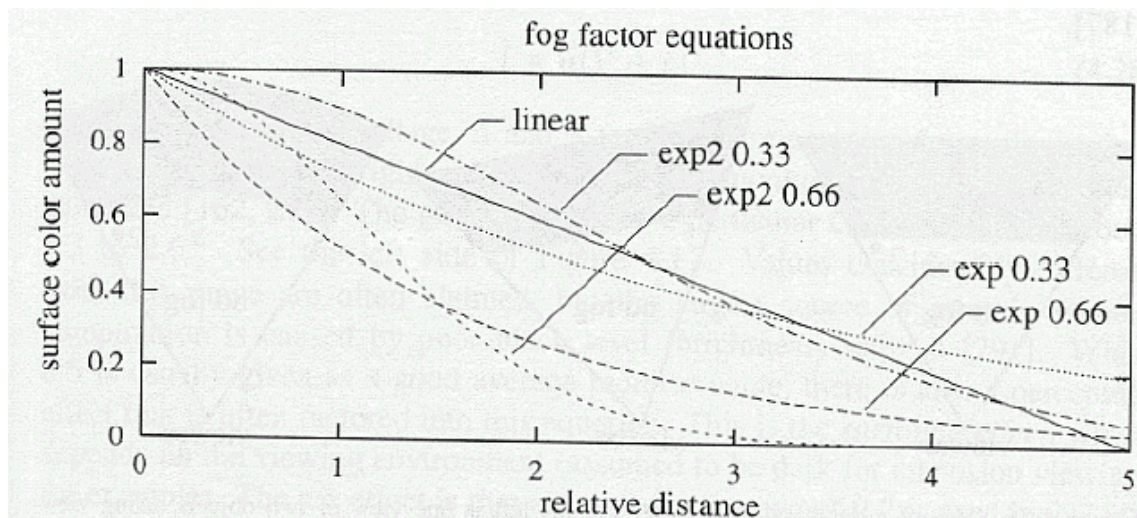
- **Exponentieller Nebel:**

wobei  $d_f$  die Dichte des Nebels bestimmt.

$$f(z) = e^{-d_f z}$$

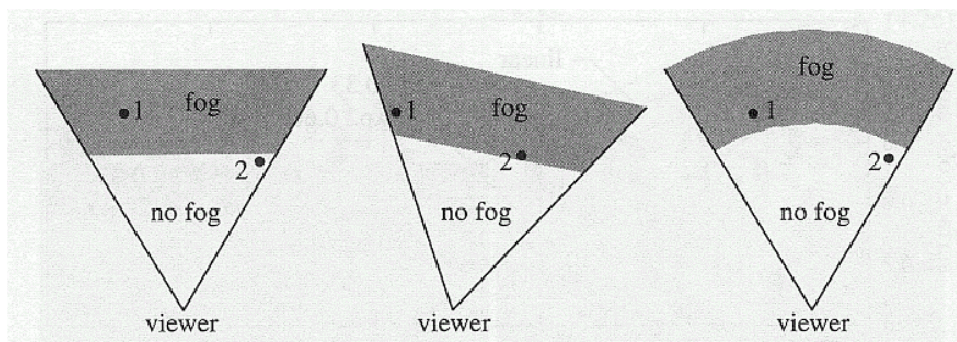
- **Quadrierter exponentieller Nebel:**

$$f(z) = e^{-(d_f z)^2}$$



## Implementierungsprobleme beim Nebel:

- die  $z$ -Werte verhalten sich nach der perspektivischen Transformation (in den kanonischen Sichtkörper) nicht mehr linear  $\Rightarrow$  Nebel-effekt müsste eigentlich im Objektraum berechnet werden
- Häufig wird der Abstand nicht für jedes Pixel ermittelt, sondern es wird einfach der Abstand entlang der zentralen Sichtgeraden verwendet. Das führt zu Artefakten. *Radialer Nebel* (Euclidean Distance Fog) vermeidet dieses Problem.





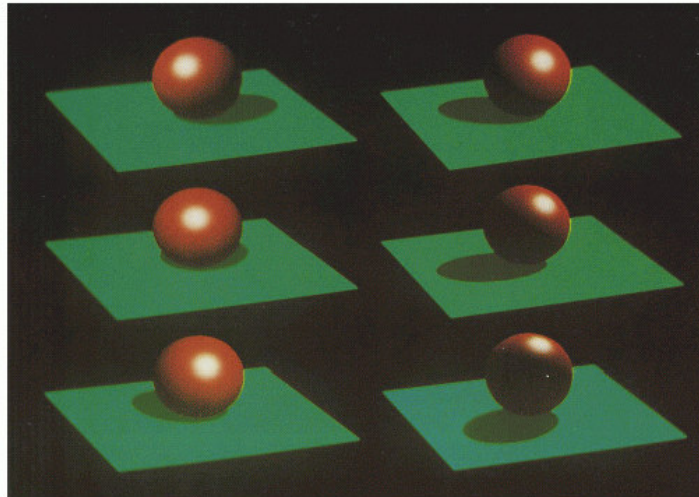
## Schattenberechnung

hier geht es um Beschattung von Objekten durch andere  
– zu unterscheiden von *shading* (Schattierung)!

wichtiges Element des Fotorealismus!

### Funktionen des Schattens

- „verankert“ Objekte in der Szene (keine „fliegenden“ Objekte)
- hebt die Richtung der Beleuchtung hervor



- Steigerung des Realismus des Bildes
- Schatten geben Hinweise zum Aufbau der Szene
- Verbesserung der Tiefenwahrnehmung
- verwendbar für Simulationen (Energie-, Wärmeverteilung)

## Kern- und Halbschatten

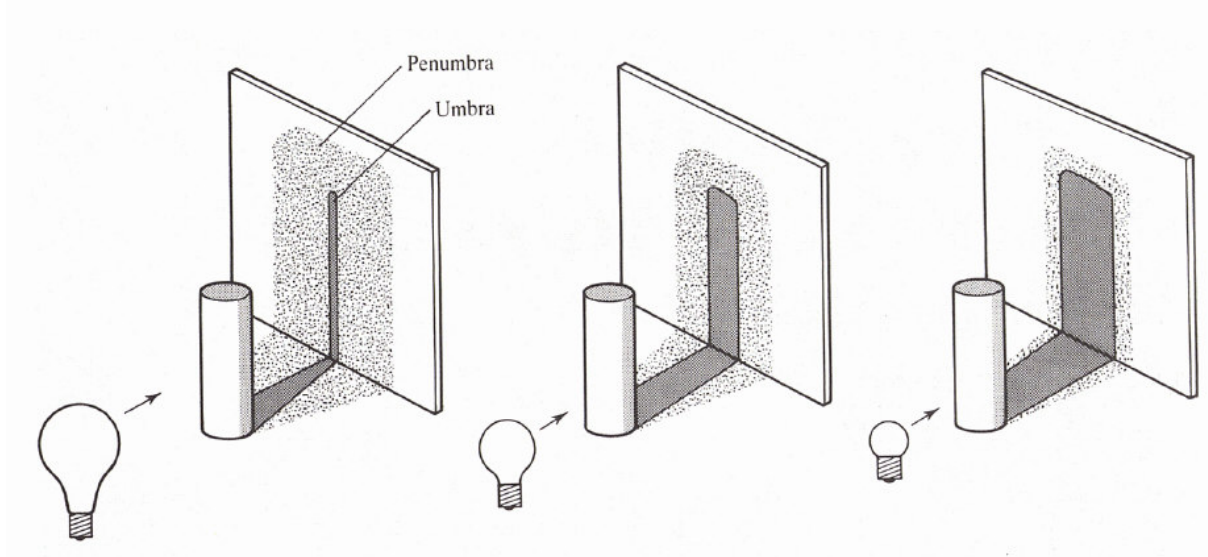
Schatten bestehen i.allg. aus 2 Teilen: Kernschatten (*umbra*) und Halbschatten (*penumbra*)

- Kernschatten: zentraler, scharf abgegrenzter dunkler Teil; hier kommt kein Licht der betrachteten Lichtquelle an, die Lichtquelle ist von hier aus nicht sichtbar.
- Halbschatten: helleres Gebiet, das den Kernschatten umgibt; von hier aus ist die Lichtquelle *partiell* sichtbar.

- Punktlichtquellen generieren nur Kernschatten
- flächige Lichtquellen erzeugen beides

Halbschatten aufwändig zu berechnen; da in der Computergrafik i.d. Regel Punktlichtquellen eingesetzt werden, *häufig nur Kernschattenberechnung*.

Kern- und Halbschatten bei unterschiedlich großen Lichtquellen





## Position der Lichtquelle

- Komplexität der Schattenberechnung abhängig von Position der Lichtquelle
- keine Schatten, wenn (einzige) Lichtquelle im Betrachterstandpunkt
- Lichtquelle im Unendlichen: orthographische Projektion zur Bestimmung des Schattens → einfachster Fall
- Lichtquelle an endlicher Position außerhalb des Gesichtsfeldes: perspektivische Projektion zur Bestimmung des Schattens → etwas komplizierter
- Lichtquelle innerhalb des Gesichtsfeldes: Unterteilung der Szene in Sektoren, Schattenberechnung separat für die Sektoren → kompliziertester Fall
- Schatten ändern sich bei Animation

- Faktor  $S_j$  bestimmt, ob Licht von Lichtquelle  $j$  ein Objekt an einem gegebenen Punkt erreicht:

$$S_j = \begin{cases} 0, & \text{wenn Lichtquelle } j \text{ blockiert ist} \\ 1, & \text{wenn Lichtquelle } j \text{ nicht blockiert ist} \end{cases}$$

- Hinzufügen zur Beleuchtungsberechnung:

$$I_\lambda = I_{a\lambda} k_a O_{d\lambda} + \sum_{j=1}^m S_j f_{att_j} I_{i\lambda_j} (k_d O_{d\lambda} (N \cdot L_j) + k_{s\lambda} O_{s\lambda} (R_j \cdot V)^n)$$

- Gebiete im Schatten immer noch durch das ambiente Licht beleuchtet

## *Übersicht: Verfahren der Schattenberechnung*

- Schatten auf einer einzelnen Grundebene (Spezialfall)
- Algorithmen zur Schattenberechnung im allgemeinen Fall:
  - Scanlinien-Schatten-Berechnung
  - Hidden Surface Removal (HSR) aus Sicht der Lichtquelle
  - Schatten-z-Buffer (auch: *shadow map*)
  - Schattenvolumen-Ansatz
  - Raytracing
  - Radiosity