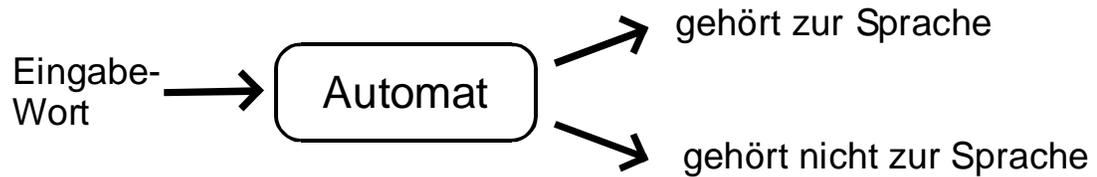


# Erkennung und Übersetzung syntaktischer Strukturen

Fokus: Entwicklung von mathematischen Modellen von Rechenmaschinen  
Automaten

## Eingabemuster



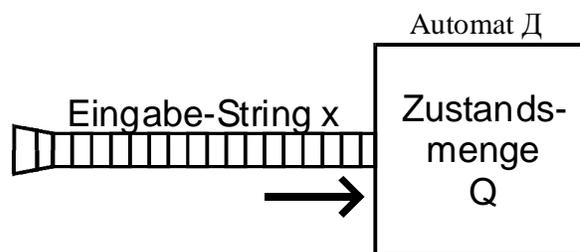
## Typen

- Turingautomat
- Linearer Automat
- Push-Down-Automat
- Endlicher Automat

## Endliche Automaten

- Beschreibung durch 5er-Tupel  $\mathcal{A} = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$

- Q Zustandsmenge  
 $\Sigma$  Alphabet  
 $\delta$  Abbildung von  $Q \times \Sigma$  nach  $2^Q$   
 $q_0$  Startzustand  
F Endzustandsmenge (Teilmenge von Q)



→ Sprache L  
 $L(D_f) = \{x|x \text{ in } \Sigma^+, x \text{ wird von } D_f \text{ akzeptiert}\}$

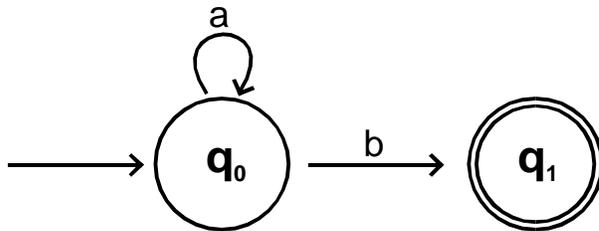
Bedingung:

- Start bei  $q_0$
- Ende bei F
- Der komplette Eingabe-String wird gescannt

*Bsp. 1:*

$Q = \{q_0, q_1\}$        $\Sigma = \{a, b\}$        $F = \{q_1\}$

$\delta(q_0, a) = \{q_0\}$   
 $\delta(q_0, b) = \{q_1\}$   
 $\delta(q_1, a) = \emptyset$   
 $\delta(q_1, b) = \emptyset$



Von diesem Automaten akzeptierte Wörter:  $a^n b$  mit  $n = \{0; 1; 2; \dots\}$

---

→ Eine Sprache wird von einem endlichen Automaten genau dann erkannt, wenn sie mit einer regulären Grammatik erstellt wurde.

**Reguläre Grammatik**

$G = (N, \Sigma, P, x_0)$

$G = (\{S\}, \{a,b\}, P, S)$

Produktionen

$S \rightarrow aS$

$S \rightarrow b$

Entsprechender Automat:

$Q = \{q_0, q_1\}$

$F = \{q_1\}$

$\Sigma = \{a, b\}$

$\delta(q_0, b) = q_1, \delta(q_1, a) = \emptyset,$

$\delta(q_0, a) = q_0, \delta(q_1, b) = \emptyset$

Bsp. 2:

$D = ( \{q_0, q_1, q_2\}, \{0, 1\}, \delta, q_0, \{q_2\} )$

$\delta(q_0, 0) \rightarrow \{q_2\}$

$\delta(q_1, 0) \rightarrow \{q_2\}$

$\delta(q_2, 0) \rightarrow \{q_2\}$

$\delta(q_0, 1) \rightarrow \{q_1\}$

$\delta(q_1, 1) \rightarrow \{q_0\}$

$\delta(q_2, 1) \rightarrow \{q_1\}$

### Grammatik G

$G = ( \{X_0, X_1, X_2\}, \{0, 1\}, P, X_0 )$

$X_0 \rightarrow 1X_1$

$X_0 \rightarrow 0X_2$

$X_0 \rightarrow 0$

$X_1 \rightarrow 1X_0$

$X_1 \rightarrow 0X_2$

$X_1 \rightarrow 0$

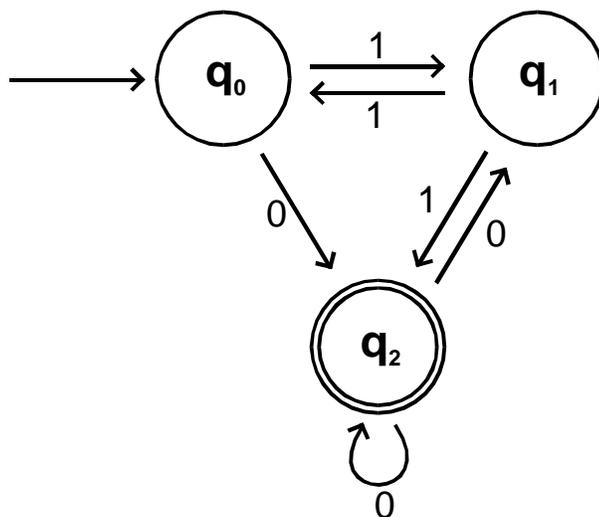
$X_2 \rightarrow 1X_1$

$X_2 \rightarrow 0X_2$

$X_2 \rightarrow 0$

Beispielwort: 1100

$X_0 \rightarrow 1X_1 \rightarrow 11X_0 \rightarrow 110X_2 \rightarrow 1100$



→ **Zu jedem endlichen Automaten mit einer Sprache L existiert ein vollständig spezifizierter, deterministischer endlicher Automat der Sprache L.**

nicht deterministischer, nicht vollständiger Automat  $\mathcal{A}_f = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$

vollst. spezifizierter deterministischer endlicher Automat  $\mathcal{A}'_f = (Q', \Sigma', \delta', q_0', F')$

*Bsp. 3:*

geg.:  $\mathcal{A}_f = ( \{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \delta, q_0, \{q_1\} )$  (aus Bsp. 1)

ges.:  $\mathcal{A}'_f = ( Q', \{a, b\}, \delta', q_0', F' )$  mit  $L(\mathcal{A}_f) = L(\mathcal{A}'_f)$ ,

$\mathcal{A}'_f$  ...deterministisch und vollständig spezifiziert

$Q' = \{ \emptyset, \{q_0\}, \{q_1\}, \{q_0, q_1\} \}$

$q_0' = \{q_0\}$

$F' = \{ \{q_1\}, \{q_0, q_1\} \}$

$q_\emptyset = \emptyset$  (Trap State)

$q_0' = \{q_0\}$

$q_A = \{q_1\}$

$q_B = \{q_0, q_1\}$

$F' = \{q_A, q_B\}$

$\delta'(q_0', a) = q_0'$

$\delta'(q_A, a) = q_\emptyset$

$\delta'(q_B, a) = q_0'$

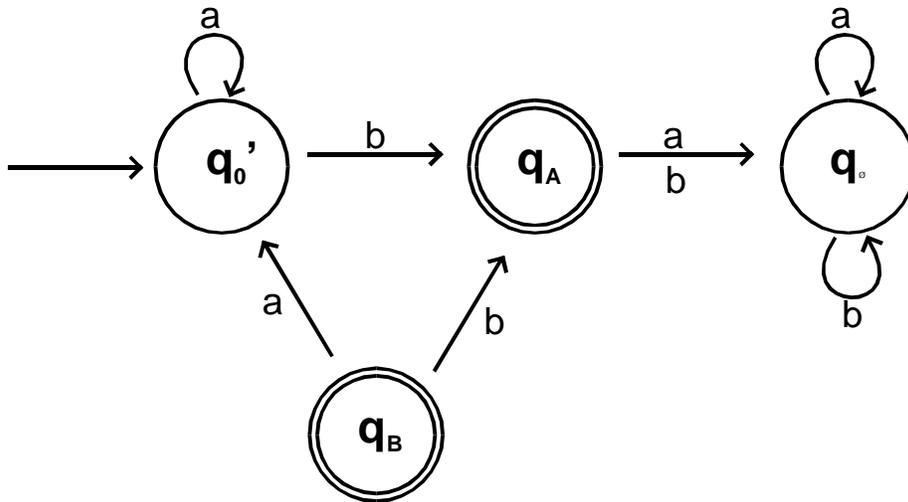
$\delta'(q_\emptyset, a) = q_\emptyset$

$\delta'(q_0', b) = q_A$

$\delta'(q_A, b) = q_\emptyset$

$\delta'(q_B, b) = q_A$

$\delta'(q_\emptyset, b) = q_\emptyset$



→  $q_B$  : Unzugänglicher Zustand, kann entfernt werden.

Beispielwörter:    aab    :    funktioniert  
                       abb    :    kommt zu  $q_e$  → kein akzeptierter Zustand

**Für jeden spezifischen, deterministischen endlichen Automaten  $\mathcal{D}_f$  gibt es einen äquivalenten Automaten  $\mathcal{D}_{fm}$  mit minimaler Anzahl von Zuständen, und dieser ist eindeutig bestimmt (bis auf Umbenennung der Zustände).**

### Minimierung von endlichen Automaten

Test der Äquivalenz zweier Zustände  $q_i$  und  $q_j$ :

Bedingungen:

- (I)  $q_i$  und  $q_j$  müssen beide in  $F$  oder beide in  $\neg F$  sein
- (II) für jedes Eingabesymbol  $a \in \Sigma$  müssen  $\delta(q_i, a)$  und  $\delta(q_j, a)$  gleich sein

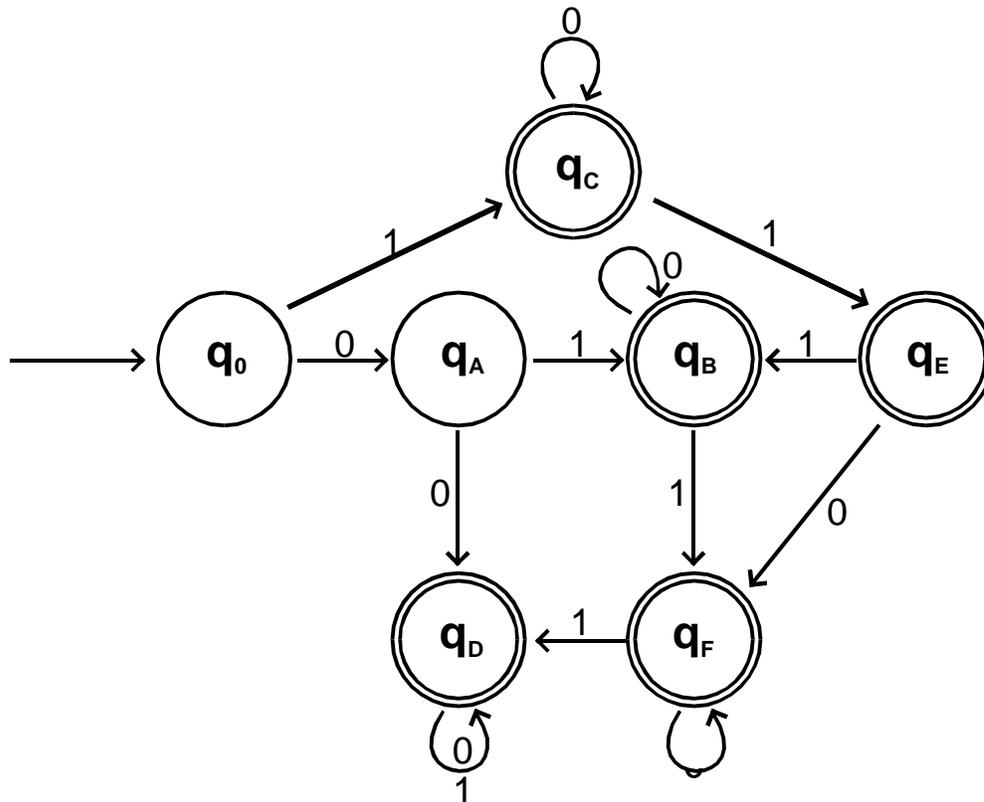
Minimierungsschritte

- (A) Entfernung aller nicht zugänglichen Zustände
- (B) Finden und Zusammenfassen aller äquivalenten Zustände

Bsp. 4:

$\mathcal{D}_f = (\{q_0, q_A, q_B, q_C, q_D, q_E, q_F\}, \{0, 1\}, \delta, q_0, F)$

$F = \{q_B, q_C, q_E, q_F\}$



Minimierungsschritte

(A) Entfernung aller nicht zugänglichen Zustände

(B) Finden und Zusammenfassen aller äquivalenten Zustände

→ (A) nicht möglich

→ (B) Äquivalenz testen

(am Beispiel  $q_0$  und  $q_A$ ):

$$\delta(q_0, 0) = q_A$$

$$\delta(q_A, 0) = q_D$$

**A-D**

$$\delta(q_0, 1) = q_C$$

$$\delta(q_A, 1) = q_B$$

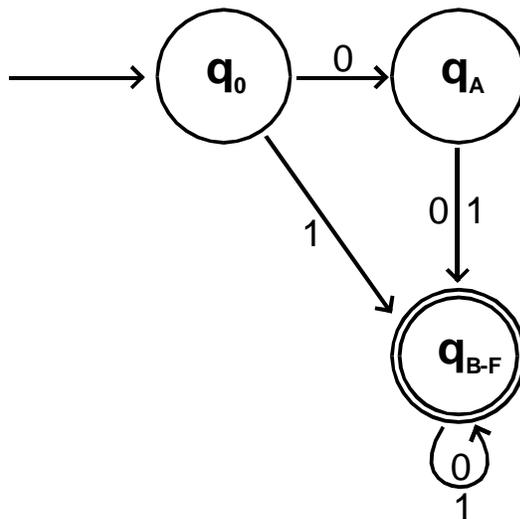
**C-B**

Die Äquivalenten A-D und C-B werden ins oberste linke Feld der Tabelle eingetragen. Analog die anderen Felder. Da  $q_A$  und  $q_D$  nicht äquivalent sind, wird dieses Feld in der rechten Tabelle gestrichen.

$q_0$						
A-D C-B	$q_A$					
X	X	$q_B$				
X	X	B-C F-E	$q_C$			
X	X	B-D F-D	C-D E-D	$q_D$		
X	X	B-F F-B	C-F E-B	D-F D-B	$q_E$	
X	X	B-F F-D	C-F E-B	D-F D-D	F-F B-D	$q_F$

$q_0$						
<del>A-D</del> <del>C-B</del>	$q_A$					
X	X	$q_B$				
X	X	B-C F-E	$q_C$			
X	X	B-D F-D	C-D E-D	$q_D$		
X	X	B-F F-B	C-F E-B	D-F D-B	$q_E$	
X	X	B-F F-D	C-F E-B	D-F D-D	F-F B-D	$q_F$

Wir erhalten am Ende als Menge äquivalenter Zustände:  $\{q_0\}$ ,  $\{q_A\}$ ,  $\{q_B, q_C, q_C, q_E, q_F\}$ .  
So kann man einen minimalen Automaten bilden:



## Pushdown-Automaten (nicht deterministisch)

Endliche Automaten können keine kontextfreien irregulären Sprachen erkennen

z.B.:  $S \rightarrow uAy$                        $A \rightarrow vAx$                        $A \rightarrow w$

$S \rightarrow uAy \rightarrow uvAxy \rightarrow uvvAxxxy \rightarrow uv^nAx^n y \rightarrow uv^nw x^n y$

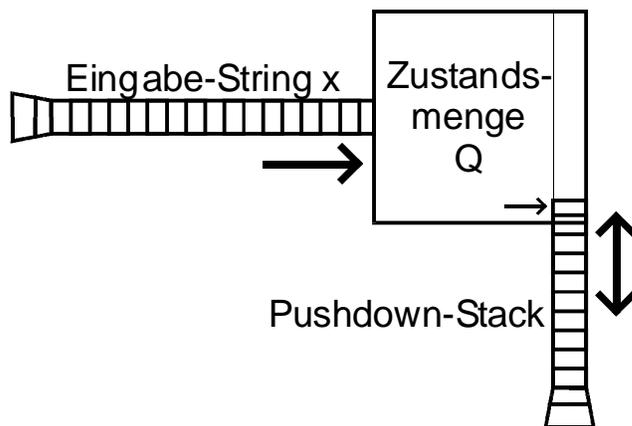
Wörter wie  $uv^nw x^n y$  mit  $n \geq 0$  können durch Pushdown-Automaten erkannt werden

→ Pushdown-Liste (LIFO-Stack)

$\mathcal{D}_P = ( Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, Z_0, F )$

$\Gamma$ ... Pushdown-List-Alphabet

$Z_0$ ... initiales Pushdown-List Symbol



Sprache  $L = \{ x \mid x \text{ in } \Sigma^+, x \text{ wird von } \mathcal{D}_f \text{ akzeptiert} \}$

Bedingung für Akzeptieren von  $x$ :

- (I) Start bei  $q_0$  mit Symbol  $Z_0$  auf jedem Stack
- (II) Ende bei vollständig gescanntem  $x$  und Zustand in  $F$

*Bsp. 5:*

$L = \{ x \mid x = ca^n db^n, n \geq 0 \}$

$\mathcal{D}_P = ( \{ q_0 \}, \{ a, b, c, d \}, \{ S, A, B, C, D \}, \delta, q_0, S, \emptyset )$

$\delta(q_0, c, S) = \{ (q_0, DAB), (q_0, C) \}$

$\delta(q_0, d, C) = \{ (q_0, \lambda) \}$

$\delta(q_0, b, B) = \{ (q_0, \lambda) \}$

$\delta(q_0, a, D) = \{ (q_0, \lambda) \}$

$\delta(q_0, a, A) = \{ (q_0, AB), (q_0, CB) \}$

Bei „caadb“:

Stack

$$\delta(q_0, c, S) = \{ (q_0, \underline{DAB}), (q_0, C) \}$$

S

DAB

$$\delta(q_0, a, D) = \{ (q_0, \lambda) \}$$

AB

$$\delta(q_0, a, A) = \{ (q_0, AB), (q_0, \underline{CB}) \}$$

CBB

$$\delta(q_0, d, C) = \{ (q_0, \lambda) \}$$

BB

$$\delta(q_0, b, B) = \{ (q_0, \lambda) \}$$

B

$$\delta(q_0, b, B) = \{ (q_0, \lambda) \}$$

$\emptyset$

Bsp 2:

Gegeben ist eine kontextfreie Grammatik.

$$G = ( \{S, A\}, \{a, b, c, d\}, P, S )$$

Produktionen:

$$S \rightarrow cA$$

$$A \rightarrow aAb$$

$$A \rightarrow d$$

Daraus konstruierter Automat:

$$\mathcal{M}_P = ( \{q_0\}, \{a, b, c, d\}, \{S, A, a, b, c, d\}, \delta, q_0, S, \emptyset )$$

$\delta$  ist die Abbildung

$$\delta(q_0, \lambda, S) = \{ (q_0, cA) \}$$

$$\delta(q_0, \lambda, A) = \{ (q_0, aAb), (q_0, d) \}$$

$$\delta(q_0, a, a) = \{ (q_0, \lambda) \}$$

$$\delta(q_0, b, b) = \{ (q_0, \lambda) \}$$

$$\delta(q_0, c, c) = \{ (q_0, \lambda) \}$$

$$\delta(q_0, d, d) = \{ (q_0, \lambda) \}$$

Beispielwort „caadb“:

$$\delta(q_0, \lambda, S) = \{ (q_0, cA) \}$$

S

cA

$$\delta(q_0, c, c) = \{ (q_0, \lambda) \}$$

A

$$\delta(q_0, \lambda, A) = \{ (q_0, \underline{aAb}), (q_0, d) \}$$

aAb

$$\delta(q_0, a, a) = \{ (q_0, \lambda) \}$$

Ab

$$\delta(q_0, \lambda, A) = \{ (q_0, \underline{aAb}), (q_0, d) \}$$

aAbb

$$\delta(q_0, a, a) = \{ (q_0, \lambda) \}$$

Abb

$$\delta(q_0, \lambda, A) = \{ (q_0, aAb), (q_0, \underline{d}) \}$$

dbb

$$\delta(q_0, d, d) = \{ (q_0, \lambda) \}$$

bb

$$\delta(q_0, b, b) = \{ (q_0, \lambda) \}$$

b

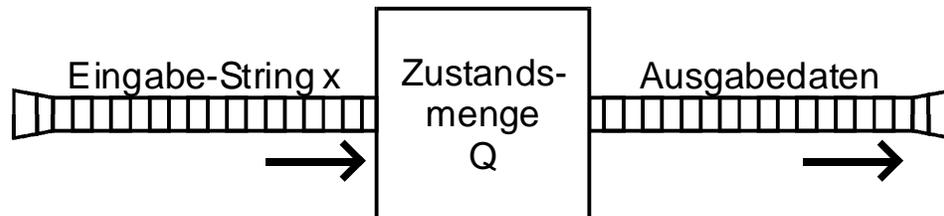
$$\delta(q_0, b, b) = \{ (q_0, \lambda) \}$$

$\emptyset$

# Automaten für einfache syntaxgerichtete Übersetzung

Endliche Automaten und Pushdown-Automaten werden zum Erkennen von regulären und kontextfreien Sprachen benutzt

→ Der Eingabewert soll nun verarbeitet und Daten zur Weiterverarbeitung ausgegeben werden



## Endliche Signalumformer

- Eingabe- **und** Ausgabealphabet

$$\mathcal{B}_f = (Q, \Sigma, \Delta, \delta, q_0, F)$$

$\Sigma$ ... Eingabealphabet  
 $\Delta$ ... Ausgabealphabet

→ Der Automat selektiert Ausgabe-String und Zustand in Abhängigkeit von Eingabewert und vom aktuellen Zustand.

**(Eingabe-) Sprache**  $L(\mathcal{B}_f) = \{x \mid x \text{ in } \Sigma^+, x \text{ wird von } \mathcal{B}_f \text{ akzeptiert}\}$

x wird akzeptiert  $\leftrightarrow$  reguläre Übersetzung

→ Übersetzungspaar (x, y)

(!) Aber: Länge von x muss nicht zwangsläufig der Länge von y entsprechen

Darstellungsmöglichkeiten von Signalumformern:

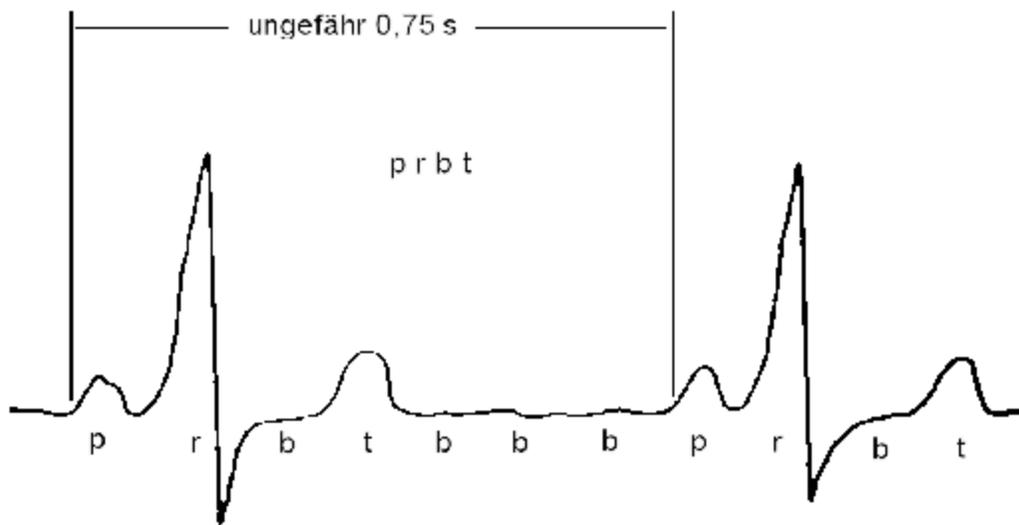
- State Transition Diagram
- Output Diagram

→ gerichteter Graph mit Zuständen als Knoten

## Praktische Anwendung: EKG des menschlichen Herzen (Elektrokardiogramm)

menschlicher Herzschlag	Puls	
	p	Atria (kleiner Herzmuskel)
	r	Ventricles (großer Herzmuskel)
	t	Repolarisierung des Ventricles
	b	Pause

Ein normaler Herzschlag im EKG-Ausschnitt besteht aus  
 $p \rightarrow r \rightarrow b \rightarrow t \rightarrow b^n$  mit  $n \geq 0$



Ausgedrückt in einer Grammatik G bedeutet das:

$G = ( \{S, A, B, C, D, E, H\}, \{p, r, b, t\}, P, S )$

## Produktionen

$S \rightarrow pA$

$A \rightarrow rB$

$B \rightarrow bC$

$C \rightarrow tD$

$D \rightarrow b$

$D \rightarrow bE$

$E \rightarrow b$

$E \rightarrow bH$

$E \rightarrow pA$

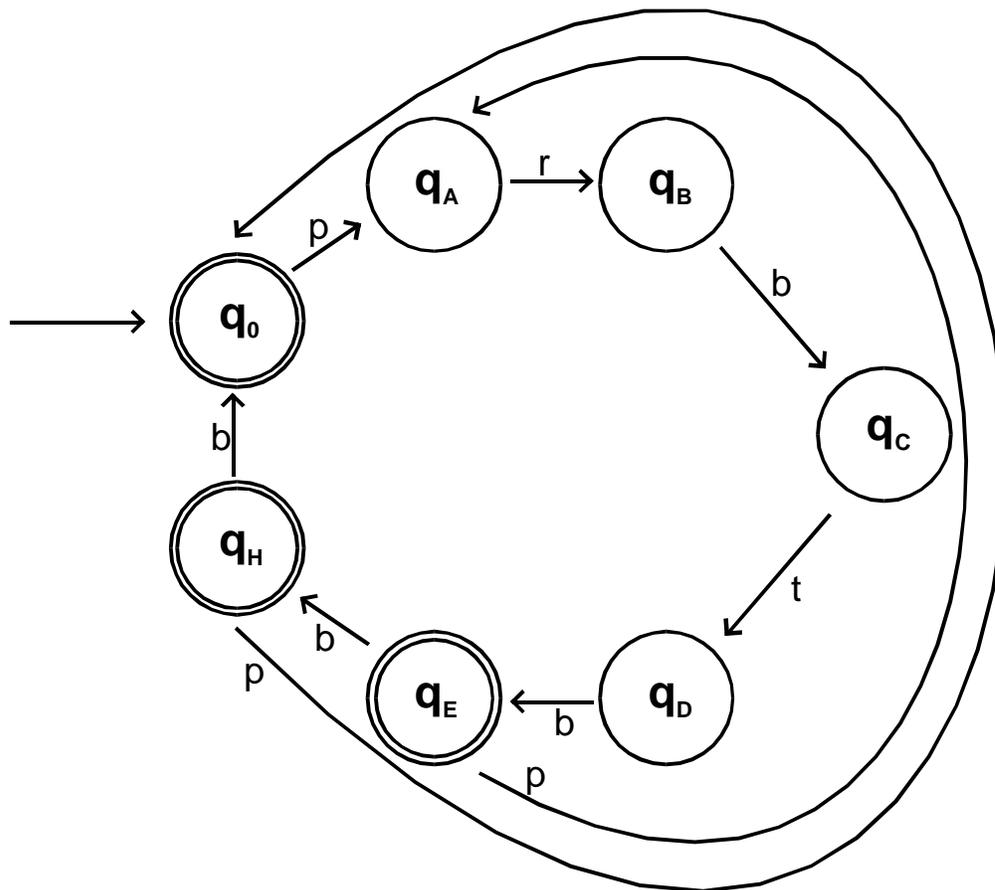
$H \rightarrow b$

$H \rightarrow bS$

$H \rightarrow pA$

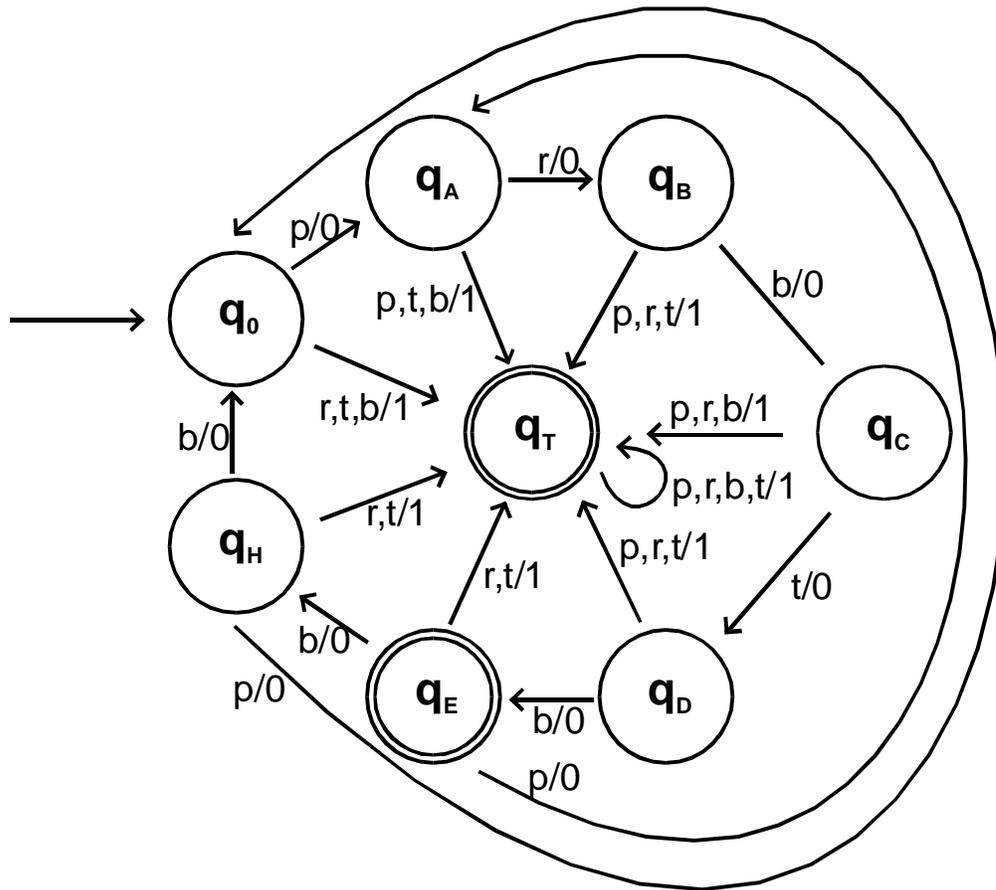
Beispielwort: p r b t bbb prbt bb

Zustandsdiagramm ohne Ausgangsdaten (Vereinfachung: regelmäßiger Herzschlag)



$q_0, q_H, q_E \dots$  Endzustände

→ um Echtzeitalarm ausgeben zu können, muss ein zusätzlicher „Alarm“-Zustand  $q_T$  sowie der Ausgabestring hinzugefügt werden.



$q_T$ ... Endzustand

**Eine Menge  $T$  in  $\Sigma^* \times \Delta^*$  ist die Übersetzung eines endlichen Signalumformers, wenn  $T$  durch ein reguläres, syntaxgerichtetes Überstzungsschema erzeugt werden kann.**

Um ein reguläres Schema von

von  $\Sigma = \{p, r, b, t\}$  nach  $\Gamma = \{0, 1\}$  zu erzeugen  
(mit derselben Wirkung wie der zuletzt gezeigt Signalumformer)

sind 8 Nonterminals für die 8 Zustände nötig

$Q = \{q_0, q_A, q_B, q_C, q_D, q_E, q_H, q_T\}$   
 $N = \{S, A, B, C, D, E, H, T\}$

$\delta(q_0, p) = \{(q_A, 0)\}$   
:  
:

$$\delta(q_0, r) = \delta(q_0, t) = \delta(q_0, b) = \{ (q_T, 1) \}$$

So kommt man zu:

$S \rightarrow pA, 0A$   
 $S \rightarrow rT, 1T$   
 $S \rightarrow tT, 1T$   
 $S \rightarrow bT, 1T$

Da  $q_T$  Endzustand ist, ergeben sich noch die Terminierer:

$S \rightarrow r, 1$   
 $S \rightarrow t, 1$   
 $S \rightarrow b, 1$

$A \rightarrow rB, 0B$	$C \rightarrow rT, 1T$	$E \rightarrow cT, 1T$
$A \rightarrow tT, 1T$	$C \rightarrow p, 1$	$E \rightarrow t, 1$
$A \rightarrow p, 1$	$C \rightarrow b, 1$	$H \rightarrow bS, 0S$
$A \rightarrow b, 1$	$C \rightarrow pT, 1T$	$H \rightarrow rT, 1T$
$A \rightarrow pT, 1T$	$C \rightarrow r, 1$	$H \rightarrow r, 1$
$A \rightarrow bT, 1T$	$D \rightarrow pT, 1T$	$H \rightarrow pA, 0A$
$A \rightarrow t, 1$	$D \rightarrow tT, 1T$	$H \rightarrow tT, 1T$
$B \rightarrow pT, 1T$	$D \rightarrow r, 1$	$H \rightarrow t, 1$
$B \rightarrow tT, 1T$	$D \rightarrow bE, 0E$	$T \rightarrow pT, 1T$
$B \rightarrow r, 1$	$D \rightarrow rT, 1t$	$T \rightarrow tT, 1T$
$B \rightarrow bC, 0C$	$D \rightarrow p, 1$	$T \rightarrow p, 1$
$B \rightarrow rT, 1T$	$D \rightarrow t, 1$	$T \rightarrow t, 1$
$B \rightarrow p, 1$	$E \rightarrow pA, 0A$	$T \rightarrow rT, 1T$
$B \rightarrow t, 1$	$E \rightarrow rT, 1T$	$T \rightarrow bT, 1T$
$C \rightarrow tT, 1T$	$E \rightarrow r, 1$	$T \rightarrow r, 1$
$C \rightarrow tD, 0D$	$E \rightarrow bH, 0H$	$T \rightarrow b, 1$

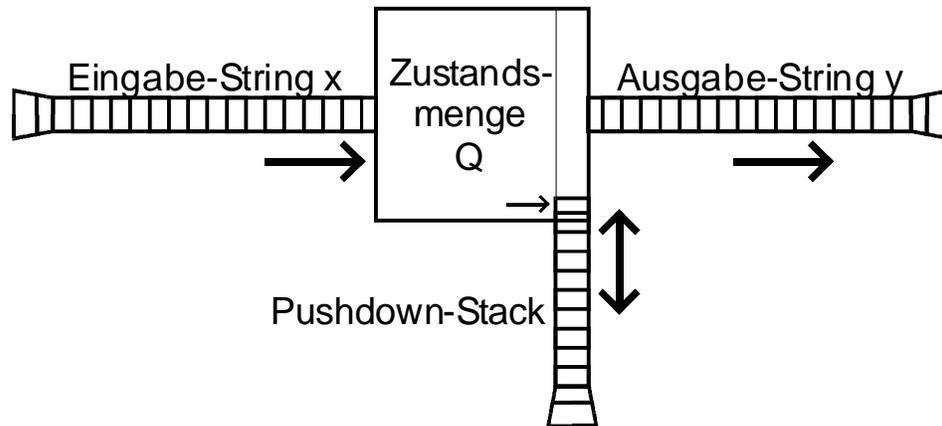
## Pushdown – Signalumformer

→ um eine irreguläre kontextfreie Übersetzung zu gewährleisten, ist eine endliche, aber kapazitätslose Pushdown-Liste notwendig.

→  $\mathcal{T}_P = (Q, \Sigma, \Gamma, \Delta, \delta, q_0, Z_0, F)$

$\Sigma$ ... Eingabealphabet

$\Delta$ ... Ausgabealphabet



Übersetzungstupel

$T(\mathcal{T}_P) = (x, y)$

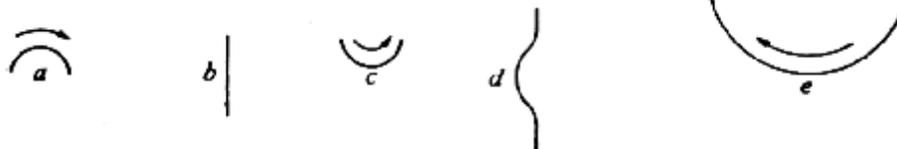
$x$  von  $\Sigma^*$

$y$  von  $\Delta^*$  (ist auf dem Ausgabeband)

$\mathcal{T}_P$  startet bei  $q_0$  und hält bei leerem Stack an

## **Praktische Anwendung: Telozentrische Chromosomen (Ledley, 1965)**

→ 5 primitive Liniensegmente



→ ergeben 5 terminale Beschreibungen

- |   |                    |         |
|---|--------------------|---------|
| a | rechte Kurve       | <rK>    |
| b | gerade             | <gerad> |
| c | linke Kurve        | <lK>    |
| d | Ausbuchtung        | <ausb>  |
| e | große rechte Kurve | <grK>   |

Die Chromosomen werden spezifiziert sich durch 8 nonterminale Beschreibungen:

<u>N</u>	<u>Beschreibung</u>	<u>Ausgabe</u>	<u>Produktionen</u>
S...	Chromosomen	<chro>	S → S1 S → S2
S <sub>1</sub> ...	submedian	<sub>	S1 → AA
S <sub>2</sub> ...	telozentrisch	<telo>	S2 → BA
A...	Armpaar	<armpaar>	A → CA A → AC A → DE A → FD
B...	Boden	<boden>	B → bB B → Bb B → e
C...	Seite	<seite>	C → Cb C → bC C → b C → d
D...	Arm	<arm>	D → bD D → Db D → a
E...	rechte Seite	<RSeite>	E → cD
F...	linke Seite	<LSeite>	F → Dc

→ 5+8 = 13 Symbole im Alphabet

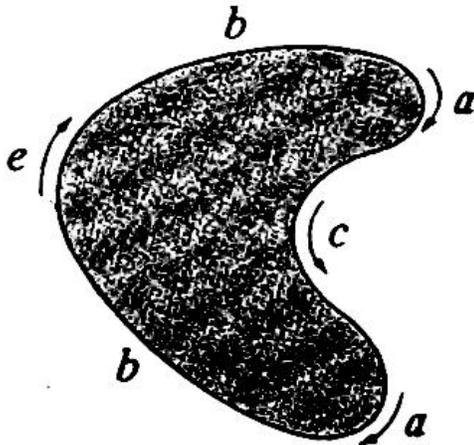
jedes beschreibt eine visuelle Eigenschaft

- entweder Linienzug (Terminale) oder Gruppen derer (Nonterminale)

→ Grammatik  $G = ( N, \Sigma, P, S )$

Beispielchromosom: „ebacab“

$S \rightarrow S_2 \rightarrow BA \rightarrow BbA \rightarrow ebA \rightarrow ebDE \rightarrow ebaE \rightarrow ebacD \rightarrow ebacDb \rightarrow ebacab$



( S, S )

$\rightarrow (S_2, \langle \text{telo} \rangle S_2) \rightarrow (BA, \langle \text{telo} \rangle \langle \text{boden} \rangle B \langle \text{armpaar} \rangle A)$

$\rightarrow (BbA, \langle \text{telo} \rangle \langle \text{boden} \rangle B \langle \text{gerad} \rangle \langle \text{armpaar} \rangle A)$

$\rightarrow (ebA, \langle \text{telo} \rangle \langle \text{boden} \rangle \langle \text{grK} \rangle \langle \text{gerad} \rangle \langle \text{armpaar} \rangle A)$

$\rightarrow (ebDE, \langle \text{telo} \rangle \langle \text{boden} \rangle \langle \text{grK} \rangle \langle \text{gerad} \rangle \langle \text{armpaar} \rangle \langle \text{arm} \rangle D \langle \text{RSeite} \rangle E)$

$\rightarrow (ebaE, \langle \text{telo} \rangle \langle \text{boden} \rangle \langle \text{grK} \rangle \langle \text{gerad} \rangle \langle \text{armpaar} \rangle \langle \text{arm} \rangle \langle \text{rK} \rangle \langle \text{RSeite} \rangle E)$

$\rightarrow (ebacD, \langle \text{telo} \rangle \langle \text{boden} \rangle \langle \text{grK} \rangle \langle \text{gerad} \rangle \langle \text{armpaar} \rangle \langle \text{arm} \rangle \langle \text{rK} \rangle \langle \text{RSeite} \rangle \langle \text{IK} \rangle \langle \text{arm} \rangle D)$

$\rightarrow (ebacDb, \langle \text{telo} \rangle \langle \text{boden} \rangle \langle \text{grK} \rangle \langle \text{gerad} \rangle \langle \text{armpaar} \rangle \langle \text{arm} \rangle \langle \text{rK} \rangle \langle \text{RSeite} \rangle \langle \text{IK} \rangle \langle \text{arm} \rangle D \langle \text{gerad} \rangle)$

$\rightarrow (ebacab,$

$\langle \text{telo} \rangle \langle \text{boden} \rangle \langle \text{grK} \rangle \langle \text{gerad} \rangle \langle \text{armpaar} \rangle \langle \text{arm} \rangle \langle \text{rK} \rangle \langle \text{RSeite} \rangle \langle \text{IK} \rangle \langle \text{arm} \rangle \langle \text{rK} \rangle \langle \text{gerad} \rangle)$

Der Ausgabesatz beschreibt eine komplette Analyse des Eingabesatzes „ebacab“.

Eigenschaften

- Telozentrisches Chromosom
- mit einem Boden  $\langle \text{grK} \rangle \langle \text{gerad} \rangle$
- verbunden mit einem Armpaar  $\langle \text{arm} \rangle \langle \text{rK} \rangle \langle \text{RSeite} \rangle \langle \text{IK} \rangle$
- verbunden mit einem Arm  $\langle \text{rK} \rangle \langle \text{gerad} \rangle$

Nun kann angesichts der zu Grunde liegenden Beschreibungen der Pushdown-Signalumformer beschrieben werden (Pushdown Transducer):

$\mathfrak{H}_P = ( \{q_0\}, \Sigma, \Gamma, \Delta, \delta, q_0, S, \emptyset )$

Eingabe: formaler String

Ausgabe: Beschreibung in unserer Sprache

$\Sigma = \{a, b, c, d, e\}$

$\Delta = \{ \langle \text{chro} \rangle, \langle \text{sub} \rangle, \langle \text{telo} \rangle, \langle \text{armpaar} \rangle, \langle \text{boden} \rangle, \langle \text{seite} \rangle, \langle \text{arm} \rangle, \langle \text{RSeite} \rangle, \langle \text{LSeite} \rangle \}$

$\Gamma =$  Die Menge aller Nonterminals ( $= \{S, S_1, S_2, A, B, C, D, E, F\}$ ), zuzüglich  $\Sigma$  und  $\Delta$

N	Produktionen	Pushdown-Beschreibung
S...	S → S1 S → S2	$\delta(q_0, \lambda, S) = \{ (q_0, \langle \text{sub} \rangle S_1, \lambda), (q_0, \langle \text{telo} \rangle S_2, \lambda) \}$
S1...	S1 → AA	$\delta(q_0, \lambda, S_1) = \{ (q_0, \langle \text{armpaar} \rangle A \langle \text{armpaar} \rangle A, \lambda) \}$
S2...	S2 → BA	$\delta(q_0, \lambda, S_2) = \{ (q_0, \langle \text{boden} \rangle B \langle \text{armpaar} \rangle A, \lambda) \}$
A...	A → CA A → AC A → DE A → FD	$\delta(q_0, \lambda, A) = \{ (q_0, \langle \text{seite} \rangle CA, \lambda), (q_0, A \langle \text{seite} \rangle C, \lambda), (q_0, \langle \text{arm} \rangle D \langle \text{RSeite} \rangle E, \lambda), (q_0, \langle \text{LSeite} \rangle F \langle \text{arm} \rangle D, \lambda) \}$
B...	B → bB B → Bb B → e	$\delta(q_0, \lambda, B) = \{ (q_0, b \langle \text{gerad} \rangle B, \lambda), (q_0, Bb \langle \text{gerad} \rangle, \lambda), (q_0, e \langle \text{grK} \rangle, \lambda) \}$
C...	C → bC C → Cb C → b C → d	$\delta(q_0, \lambda, C) = \{ (q_0, b \langle \text{gerad} \rangle C, \lambda), (q_0, Cb \langle \text{gerad} \rangle, \lambda), (q_0, b \langle \text{gerad} \rangle, \lambda), (q_0, d \langle \text{ausb} \rangle, \lambda) \}$
D...	D → bD D → Db D → a	$\delta(q_0, \lambda, D) = \{ (q_0, b \langle \text{gerad} \rangle D, \lambda), (q_0, Db \langle \text{gerad} \rangle, \lambda), (q_0, a \langle \text{rK} \rangle, \lambda) \}$
E...	E → cD	$\delta(q_0, \lambda, E) = \{ (q_0, c \langle \text{lK} \rangle \langle \text{arm} \rangle D, \lambda) \}$
F...	F → Dc	$\delta(q_0, \lambda, F) = \{ (q_0, Dc \langle \text{lK} \rangle, \lambda) \}$

Für jedes Symbol a des Eingabealphabets  $\Sigma$  (Terminale)

$$\delta(q_0, a, a) = \{ (q_0, \lambda, \lambda) \}$$

Für jedes Symbol s des Ausgabealphabets  $\Delta$

$$\delta(q_0, s, s) = \{ (q_0, \lambda, \langle s \rangle) \}$$

Ausgabesatzbildung vom Beispielwort: „ebacab“

$\delta(q_0, \lambda, S) = \{ (q_0, \langle \text{sub} \rangle S_1, \lambda), (q_0, \langle \text{telo} \rangle S_2, \lambda) \}$	S $\langle \text{telo} \rangle S_2$
$\delta(q_0, \lambda, \langle \text{telo} \rangle) = \{ (q_0, \lambda, \langle \text{telo} \rangle) \}$	$S_2$
$\delta(q_0, \lambda, S_2) = \{ (q_0, \langle \text{boden} \rangle B \langle \text{armpaar} \rangle A, \lambda) \}$	$\langle \text{boden} \rangle B \langle \text{armpaar} \rangle A$
$\delta(q_0, \lambda, \langle \text{boden} \rangle) = \{ (q_0, \lambda, \langle \text{boden} \rangle) \}$	$B \langle \text{armpaar} \rangle A$
$\delta(q_0, \lambda, B) = \{ (q_0, b \langle \text{gerad} \rangle B, \lambda), (\underline{q_0, Bb \langle \text{gerad} \rangle, \lambda}), (q_0, e \langle \text{grK} \rangle, \lambda) \}$	$Bb \langle \text{gerad} \rangle \langle \text{armpaar} \rangle A$
$\delta(q_0, \lambda, B) = \{ (q_0, b \langle \text{gerad} \rangle B, \lambda), (q_0, Bb \langle \text{gerad} \rangle, \lambda), (\underline{q_0, e \langle \text{grK} \rangle, \lambda}) \}$	$\underline{e \langle \text{grK} \rangle} b \langle \text{gerad} \rangle \langle \text{armpaar} \rangle A$
$\delta(q_0, e, e) = \{ (q_0, \lambda, \lambda) \}$	$\underline{\langle \text{grK} \rangle} b \langle \text{gerad} \rangle \langle \text{armpaar} \rangle A$
$\delta(q_0, \lambda, \langle \text{grK} \rangle) = \{ (q_0, \lambda, \langle \text{grK} \rangle) \}$	$b \langle \text{gerad} \rangle \langle \text{armpaar} \rangle A$
$\delta(q_0, b, b) = \{ (q_0, \lambda, \lambda) \}$	$\langle \text{gerad} \rangle \langle \text{armpaar} \rangle A$
$\delta(q_0, \lambda, \langle \text{gerad} \rangle) = \{ (q_0, \lambda, \langle \text{gerad} \rangle) \}$	$\langle \text{armpaar} \rangle A$
$\delta(q_0, \lambda, \langle \text{armpaar} \rangle) = \{ (q_0, \lambda, \langle \text{armpaar} \rangle) \}$	A
$\delta(q_0, \lambda, A) = \{ (q_0, \langle \text{seite} \rangle CA, \lambda), (q_0, A \langle \text{seite} \rangle C, \lambda), (\underline{q_0, \langle \text{arm} \rangle D \langle \text{RSeite} \rangle E, \lambda}), (q_0, \langle \text{LSeite} \rangle F \langle \text{arm} \rangle D, \lambda) \}$	$\langle \text{arm} \rangle D \langle \text{RSeite} \rangle E$
$\delta(q_0, \lambda, \langle \text{arm} \rangle) = \{ (q_0, \lambda, \langle \text{arm} \rangle) \}$	$D \langle \text{RSeite} \rangle E$
$\delta(q_0, \lambda, D) = \{ (q_0, b \langle \text{gerad} \rangle D, \lambda), (q_0, Db \langle \text{gerad} \rangle, \lambda), (\underline{q_0, a \langle \text{rK} \rangle, \lambda}) \}$	$a \langle \text{rK} \rangle \langle \text{RSeite} \rangle E$
$\delta(q_0, a, a) = \{ (q_0, \lambda, \lambda) \}$	$\langle \text{rK} \rangle \langle \text{RSeite} \rangle E$
$\delta(q_0, \lambda, \langle \text{rK} \rangle) = \{ (q_0, \lambda, \langle \text{rK} \rangle) \}$	$\langle \text{RSeite} \rangle E$
$\delta(q_0, \lambda, \langle \text{RSeite} \rangle) = \{ (q_0, \lambda, \langle \text{RSeite} \rangle) \}$	E
$\delta(q_0, \lambda, E) = \{ (q_0, c \langle \text{IK} \rangle \langle \text{arm} \rangle D, \lambda) \}$	$c \langle \text{IK} \rangle \langle \text{arm} \rangle D$
$\delta(q_0, c, c) = \{ (q_0, \lambda, \lambda) \}$	$\langle \text{IK} \rangle \langle \text{arm} \rangle D$
$\delta(q_0, \lambda, \langle \text{IK} \rangle) = \{ (q_0, \lambda, \langle \text{IK} \rangle) \}$	$\langle \text{arm} \rangle D$
$\delta(q_0, \lambda, \langle \text{arm} \rangle) = \{ (q_0, \lambda, \langle \text{arm} \rangle) \}$	D
$\delta(q_0, \lambda, D) = \{ (q_0, b \langle \text{gerad} \rangle D, \lambda), (\underline{q_0, Db \langle \text{gerad} \rangle, \lambda}), (q_0, a \langle \text{rK} \rangle, \lambda) \}$	$Db \langle \text{gerad} \rangle$
$\delta(q_0, \lambda, D) = \{ (q_0, b \langle \text{gerad} \rangle D, \lambda), (q_0, Db \langle \text{gerad} \rangle, \lambda), (\underline{q_0, a \langle \text{rK} \rangle, \lambda}) \}$	$a \langle \text{rK} \rangle b \langle \text{gerad} \rangle$
$\delta(q_0, a, a) = \{ (q_0, \lambda, \lambda) \}$	$\langle \text{rK} \rangle b \langle \text{gerad} \rangle$
$\delta(q_0, \lambda, \langle \text{rK} \rangle) = \{ (q_0, \lambda, \langle \text{rK} \rangle) \}$	$b \langle \text{gerad} \rangle$
$\delta(q_0, b, b) = \{ (q_0, \lambda, \lambda) \}$	$\langle \text{gerad} \rangle$
$\delta(q_0, \lambda, \langle \text{gerad} \rangle) = \{ (q_0, \lambda, \langle \text{gerad} \rangle) \}$	$\emptyset$

## **Benutzte Literatur**

**Rafael C. Gonzalez / Michael G. Thomason: Syntactic Pattern Recognition. An Introduction.** Addison-Wesley, Reading etc. 1978. S. 96-133.