

6. Filterung, Histogramme, Fensterung, Segmentierung

6.1 Filterung von Daten

- Daten/Signal werden durch Filterung **verändert**
- Ziel ist idR.
 - eine Verbesserung der Qualität
 - eine Auswahl aus den Daten
 - eine Komplexitätsreduktion

Spezialfälle: *Projektion* und *Selektion*

Geg.: Datensatz $D = \{\mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_k\} \subset \mathbf{R}^{n \times m}$.

D soll mittels Datenbanktechnologie auf eine visualisierbare Größe zu

$$D' = \{\mathbf{p}'_1, \dots, \mathbf{p}'_k\} \subset \mathbf{R}^{n' \times m'}$$

reduziert werden.

Dazu bieten sich folgende Techniken an:

- Projektion
- Selektion

Projektion π :

$$\pi : \mathbf{R}^{n \times m} \rightarrow \mathbf{R}^{(n-i) \times (m-j)}$$

$$\text{mit } 0 \leq i \leq n-1, 0 \leq j \leq m-1 \text{ und } i \neq 0 \vee j \neq 0$$

π wird meist linear gewählt und kann durch eine $(n+m) \times (n+m-i-j)$ dimensionale Matrix dargestellt werden.

Beispiel:

Projektion eines Geschwindigkeitsvektors auf die z-Komponente oder auf die Länge.

Auch in Informationsvisualisierung:

- Dimensionsreduktion
- Hauptkomponentenanalyse (PCA)
- ...

Selektion σ : Auswahl von Datenpunkten nach Prädikatenlogischen Bedingungen. $D' = D \cap D_\sigma$:

$$\sigma : D = \{p_1, \dots, p_k\} \rightarrow D' = \{p_{\sigma(1)}, \dots, p_{\sigma(k')}\}$$

mit $k' < k$

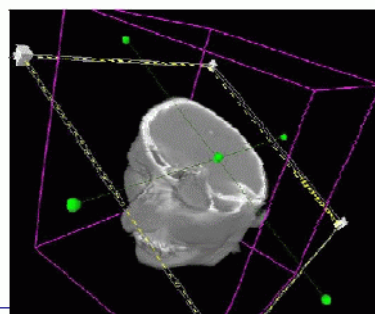
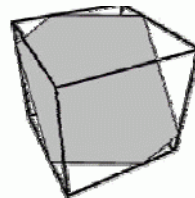
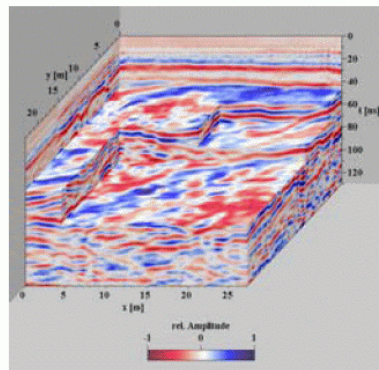
Selektion sollte beispielsweise immer dann eingesetzt werden, wenn die grafische Darstellung ohne Selektion viele Verdeckungen aufweisen würde.

Spezialfälle: Schnittebene eines Volumens, Schnittlinie (Transsekt) in einer Ebene.

Beispiel:

Schnittebenen aus Volumendatensatz („Slicing“):

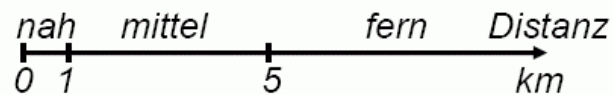
1. Interpolation auf \mathbf{R}^3
2. Selektion der interpolierten Werte in einer Ebene



weiterer Spezialfall:

Klasseneinteilung (Binning):

Wandle kontinuierliche Merkmale durch Einsortieren in Intervalle in nominale und oder ordinale Merkmale um.



→ Reduktion der Daten

Projektion:

- **Reduziert** Dimensionen
- **Wählt** Dimensionen **aus**

Selektion:

- **Reduziert** Datenwerte
- **Wählt** Datenwerte **aus**
(dabei kann ebenfalls die Dimension reduziert werden)

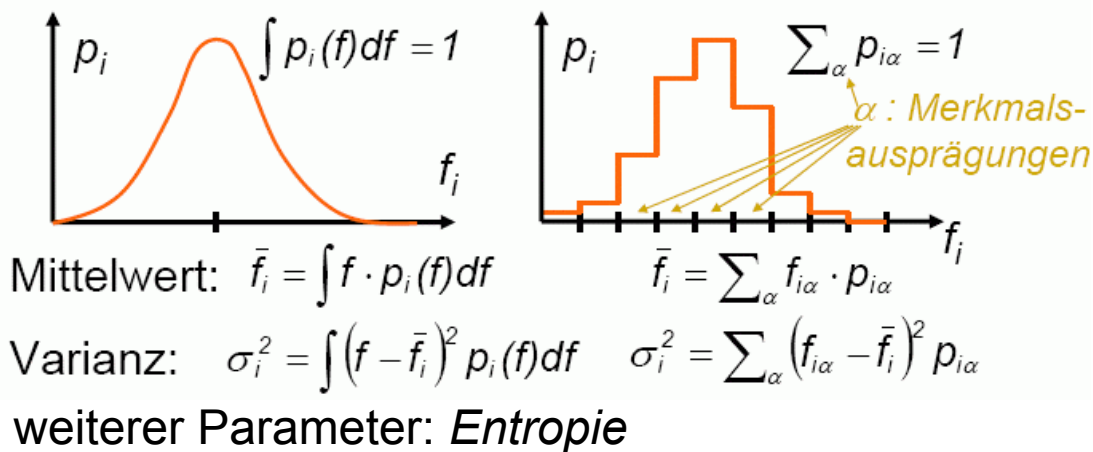
Selektion kann *benutzergesteuert* erfolgen (interaktiv) oder anhand *vorgegebener Kriterien*

ein Kriterium kann die Informationsmenge sein, die ein Merkmal trägt (*informationstheoretische Auswahl*)

- allgemeiner: Verwendung von Parametern aus der beschreibenden Statistik

Begriffe aus der Statistik:

Interpretiere jedes **Merkmal** $f_{i=1..m}$ als **Stichprobe** einer **Zufallsvariablen** X_i , die einer **Wahrscheinlichkeitsverteilung** p_i gehorcht.



Entropie ist der mittlere Informationsgehalt eines Systems.

2. Hauptsatz der Thermodynamik:

In dynamischen Systemen wird die Entropie unter physikalischen Nebenbedingungen maximiert.

Prinzip der maximalen Entropie:

Statistische Beschreibung von mikroskopischen Systemen mit wenigen makroskopischen Größen durch Annahme von Entropie maximierenden Verteilungen.

Beispiele: Gastheorie, Schwarzkörperstrahlung

Datensatzauswahl via Entropie:

- Wandle **kontinuierliche** Merkmale durch Klasseneinteilung in **diskrete** um
- Berechne für jedes Merkmal f_i den **mittleren Informationsgehalt** (Entropie) H_i
$$H_i = - \sum_{\alpha} p_{i\alpha} \cdot \log_2 p_{i\alpha}$$
- **ordne Merkmale** nach absteigender Entropie

weitere statistische Selektionsverfahren:
Assoziations- und Korrelationsanalyse

Gruppierung mittels Assoziation:

- Die **Assoziation** zweier Merkmale misst, wie stark zwei Merkmale von einander abhängen.
- **Vergleich**: gruppieren stark assoziierte Merkmale
- **Übersicht**: wähle möglichst viele nicht untereinander assoziierte Merkmale aus

(Bartz 2005)

es gibt verschiedene Assoziationsmaße.
Lineare Zusammenhänge werden durch die *Korrelation* (Pearsonscher Korrelationskoeffizient) gemessen.

$$r_{xy} := \frac{s_{xy}}{s_x s_y} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}$$

- Korrelation positiv: beide Variablen steigen gleichzeitig an bzw. fallen gleichzeitig ab
- Korrelation negativ: die beiden Variablen sind gegenläufig
- Korrelation = 0: kein linearer Zusammenhang.

Frequenzfilterung

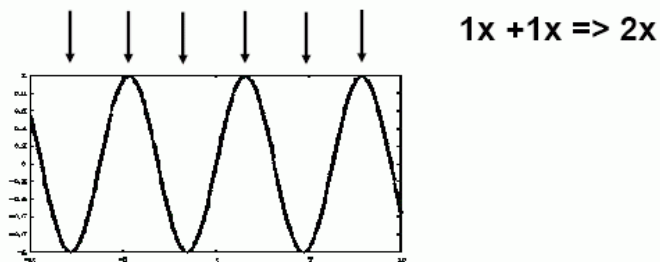
In Datensätzen gibt es oft Anteile mit niedriger und mit hoher (orts-/zeitbezogener) Frequenz.

Welche Frequenzen können überhaupt in gitterbasierten Datensätzen dargestellt werden?

- Diskrete Daten unterliegen dem Abtasttheorem
- Verletzung des **Abtasttheorems** führen zu **Artefakten** und **Aliasing**

Abtasttheorem (Nyquist, Shannon):

Für eine hinreichende Rekonstruktion eines Signals, muss man es **mindestens doppelt so schnell** abtasten (**Nyquist - Rate**)



→ die Abtastrate sollte mindestens doppelt so hoch sein wie die höchste interessierende Frequenz im Datensatz (besser dreimal so hoch)

→ die Gitter-Maschenweite also höchstens halb so groß (bzw. 1/3 so groß) wie das kleinste interessierende Detail im Datensatz

(vgl. auch Vorlesung "Bildanalyse und Bildverstehen")

Frequenzraum:

- Fourier-Analyse (Fourier-Transformation) wird zur Abbildung zwischen **Ortsraum** (Spatial Domain) und **Frequenzraum** (Frequency Domain) verwendet
- Statt Ortsraum $f(x)$ wird of Zeitraum $f(t)$ verwendet
- Ortsraum $f(x) \Leftrightarrow$ Frequenzraum $F(v)$

$$\begin{array}{ccc}
 \text{Forwärts-FT} & \xrightarrow{\hspace{10em}} & \\
 f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} F(v) e^{-2\pi i v x} dv & \Leftrightarrow & F(v) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{2\pi i v x} dx \\
 & & \xleftarrow{\hspace{10em}} \text{inverse FT}
 \end{array}$$

Fourier-Darstellung:

$$f(x) = a_0 + \sum_{v>1} (a_v \cos(2\pi v x) + b_v \sin(2\pi v x))$$

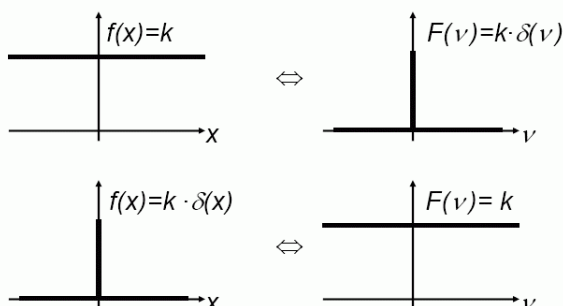
Berechnung der Koeffizienten mit Hilfe von

$$a_0 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx$$

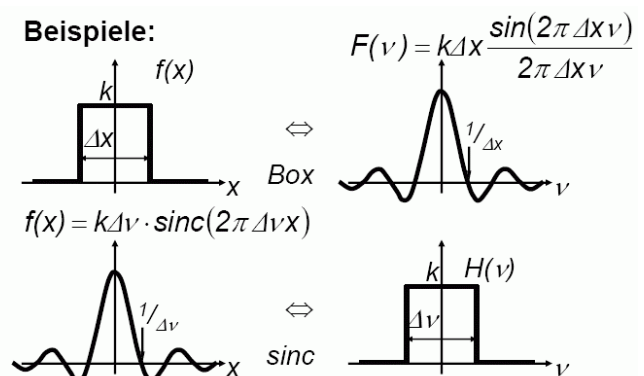
$$a_v = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos(2\pi v x) dx$$

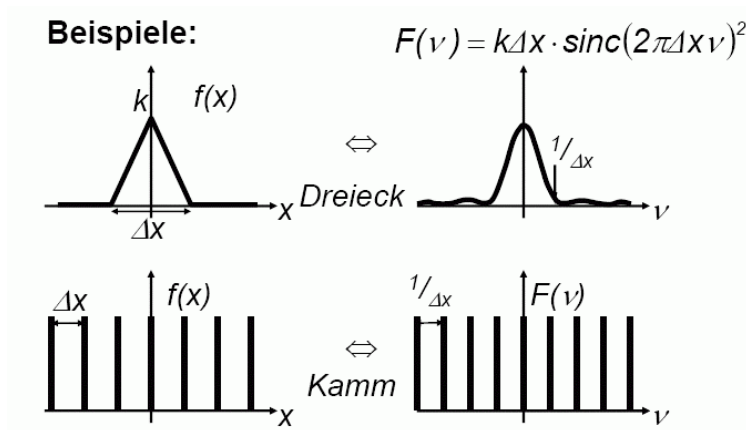
$$b_v = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin(2\pi v x) dx$$

Beispiele:



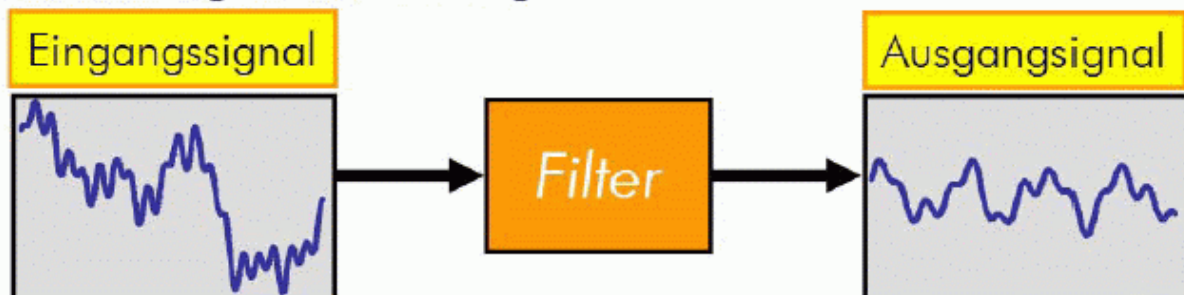
Beispiele:





Realisierung von Frequenzfilterung oft mit *linearen shift-invarianten Filtern* (LSI-Filtern)

Aus der Signalverarbeitung:



Ein linearer Filter schwächt bestimmte Frequenzen ab und läßt andere passieren.

Tiefpass-Filter: läßt nur niedrige Frequenzen passieren

Hochpass-Filter: läßt nur hohe Frequenzen passieren

Bandpass-Filter: läßt nur einen bestimmten Frequenzbereich durch.

(Rezk-Salama, o.J.)

Begriffe in diesem Zusammenhang

- **Filterkern**: Filterfunktion, die mit den Daten verknüpft wird.
- Man spricht von einer **Faltung (Convolution)** der Datenfunktion (Signal) mit der Filterfunktion
- Filterkerne haben iA. einen eingeschränkten Wirkungsbereich (Support)

(Bartz 2005)

mathematische Definition der Faltung im diskreten Fall (hier speziell für 2-dim. Gitter):

Faltung zweier Matrizen K (= Filterkern) und B

$$a_{jk} = \sum_{m=0}^{L-1} \sum_{n=0}^{R-1} k_{mn} \cdot b_{j-m, k-n}$$

in der Praxis oft auch um den Mittelpunkt der Kern-Matrix zentriert ($m, n = -(L-1)/2, \dots, (L-1)/2$).

kontinuierliches 1-dim.-Analogon:

- Faltung zweier Signale (physikalisches Konzept)
- Faltungsintegral $f(x)$ definiert durch folgende Beziehung

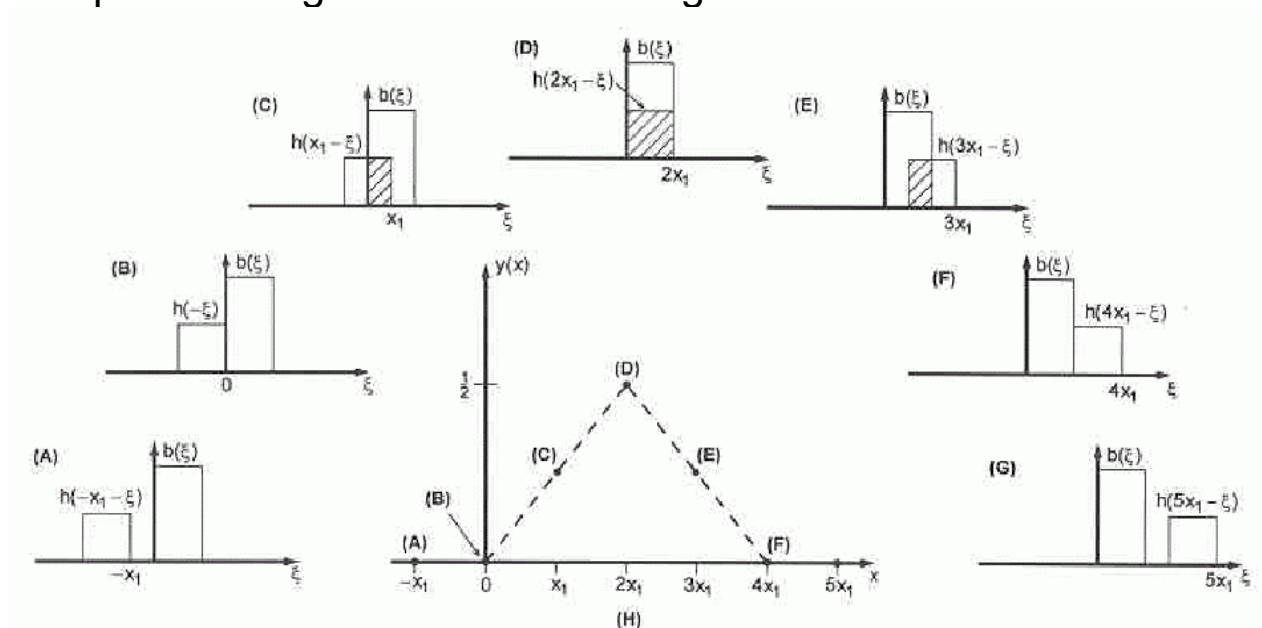
$$f(x) = \int_{\xi=-\infty}^{\infty} b(\xi)h(x-\xi)d\xi = b(x) * h(x)$$

$f(x)$ ist das Faltungsprodukt der Funktionen $b(x)$ und $h(x)$

wie ist das Integral anschaulich auszuwerten?

- Spiegelung der Funktion $h(\xi)$ an der Ordinate $\rightarrow h(-\xi)$
- Verschieben von $h(\xi)$ um $x \rightarrow h(x-\xi)$
- Multiplikation der verschobenen Funktion $h(x-\xi)$ mit $b(\xi)$
- Integration der Flächen unter dem Produkt $h(x-\xi)b(\xi)$.
Ergebnis ist der Wert des Faltungsintegrals am Ort x .

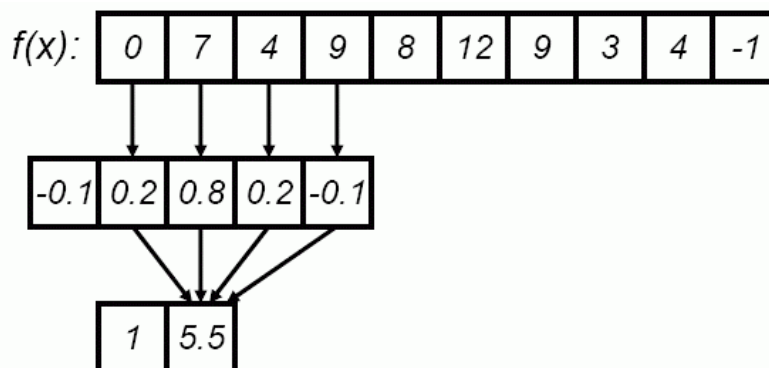
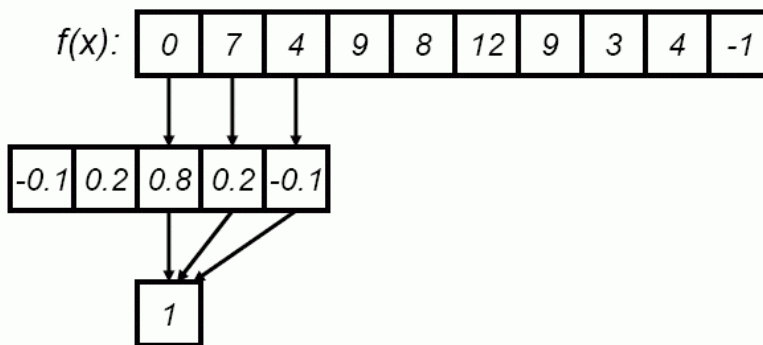
Beispiel: Faltung zweier Rechtecksignale



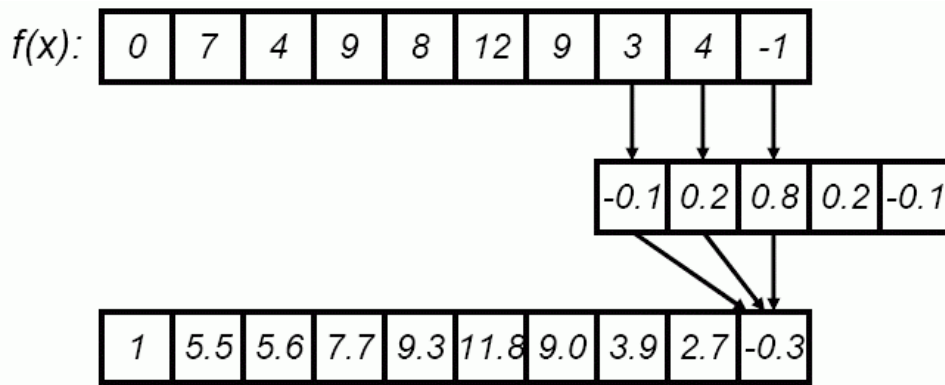
diskretes Beispiel:

Filterung:

Falte mit Hilfe der Filtermaske



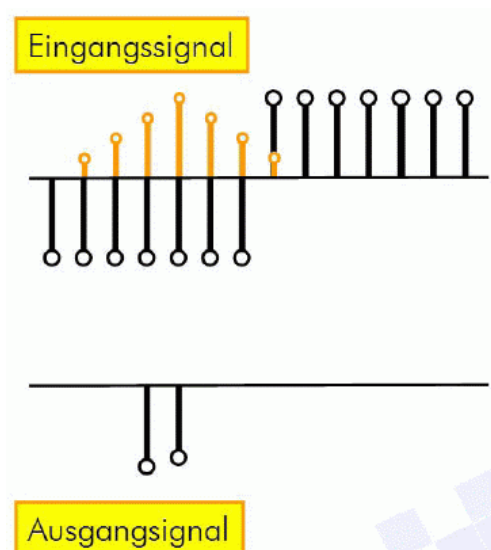
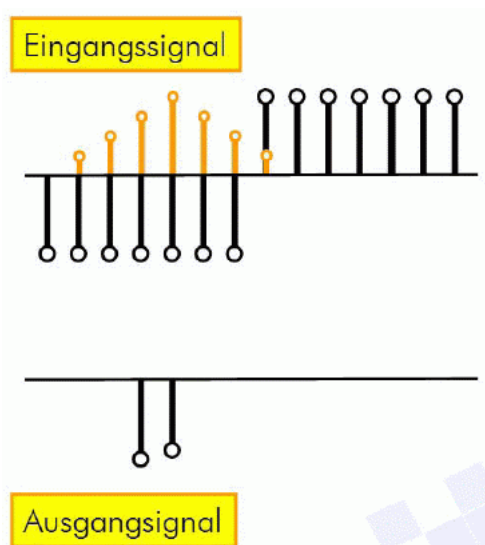
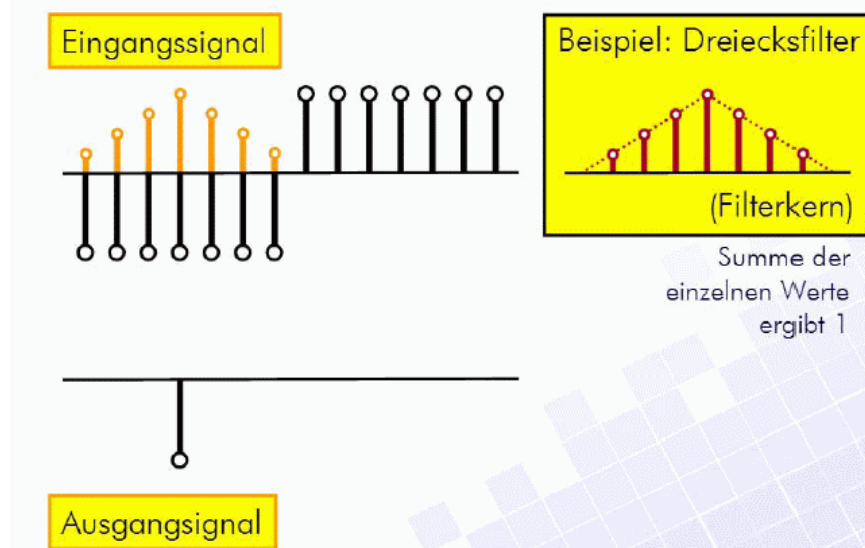
usw. bis:

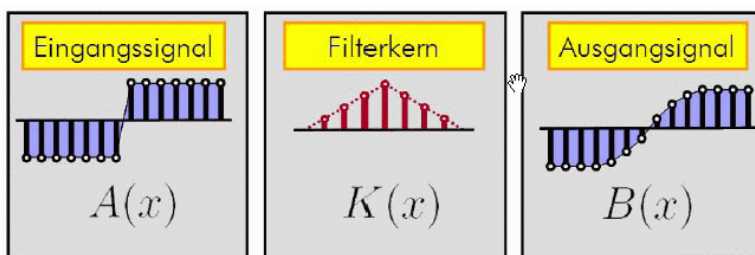
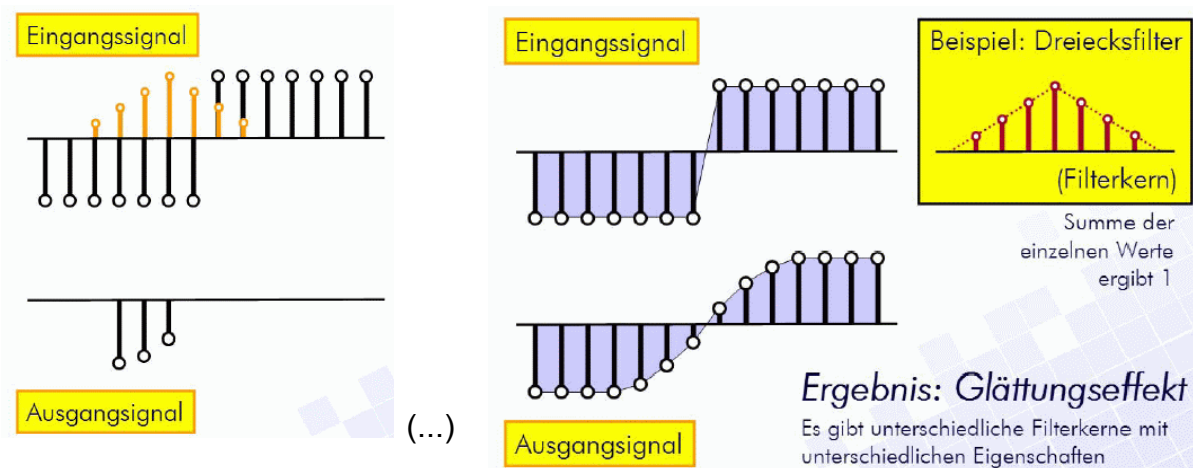


(Bartz 2005)

Beispiel Dreiecksfilter (Glättungsfiler):

Lineare Filter





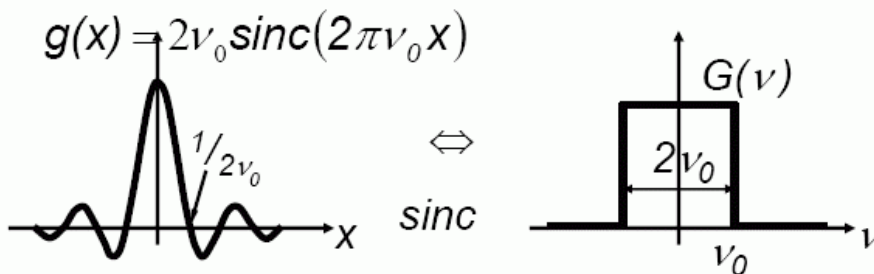
Faltung (Convolution)

$$B(x) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} K(i)A(x-i) = K * A$$

(Rezk-Salama, o.J.)

Tiefpassfilter:

Schneide Frequenzen über einer Grenzfrequenz ν_0 ab, durch Faltung mit sinc-Funktion.



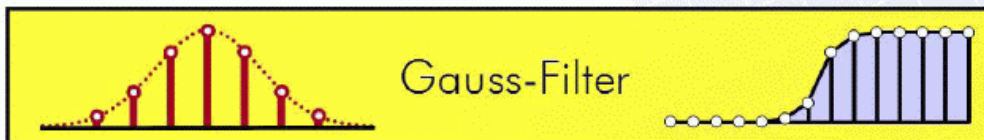
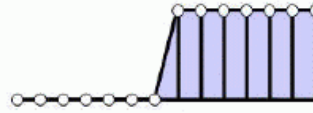
Beispielmaske:

[-.04, -.06, -.05, 0, .08, .18, .25, .28, .25, .18, .08, 0, -.05, -.06, -.04]

Glättungsfilter

Zweck: Glätten von scharfen Kanten, Rauschunterdrückung

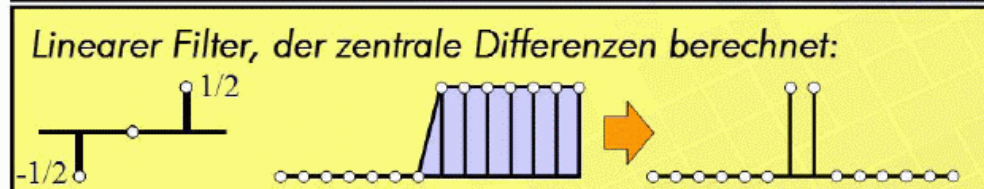
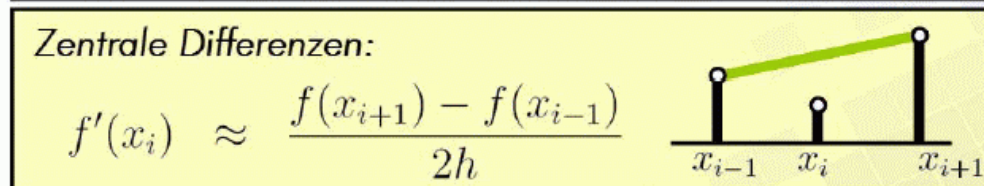
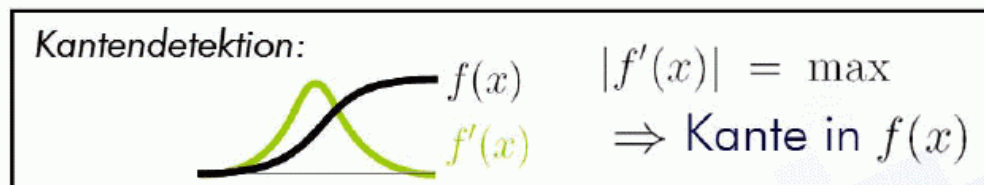
Tiefpass-Filter



Kantenfilter

Zweck: Erkennen von Kanten

Hochpass-Filter



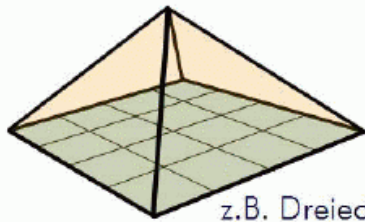
(Rezk-Salama, o.J.)

Laplace-Filter: Approx. der 2. Ableitung (ebenfalls zur Kantenfindung), Filterkern: $(\frac{1}{2}, -1, \frac{1}{2})$.

- in 2D: Laplace-Operator = Summe der 2. partiellen Abl.

$$\nabla^2 g(x, y) = \frac{\partial^2 g(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 g(x, y)}{\partial y^2}$$

Lineare Filter in 2D



z.B. Dreiecksfilter

Eingangssignal $A(x, y)$

Filterkern $K(x, y)$

Ausgangssignal $B(x, y)$

2D Faltung:

$$B(x, y) = K * A = \sum_{i=i_{\min}}^{i_{\max}} \sum_{j=j_{\min}}^{j_{\max}} K(i, j) A(x - i, y - j)$$

Separierbare Filter

- n-dimensionale lineare Filter, die sich durch Hintereinanderschalten mehrerer 1D-Filter berechnen lassen,
- d.h. lineare Filter, die sich als Tensorprodukt darstellen lassen:

$$K(x, y) = K_1(x) * K_2(y)$$

Beispiel: 2D Gauss

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Beispiel: Sobel

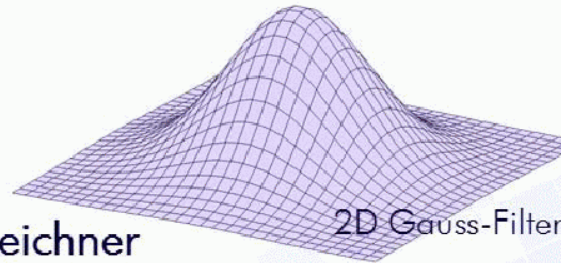
$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

2D Glättungsfiler

1

Tensorprodukt der 1D Varianten:

- Boxfilter
- Dreiecksfilter (Pyramide)
- Gauss-Filter



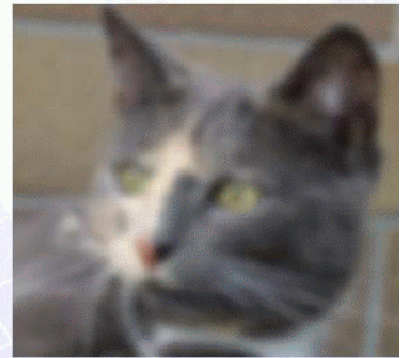
Beispiel Bildbearbeitung: Weichzeichner



Original



Gauss Filter, 5x5



Gauss-Filter 9x9

Zusammenfassung

Lineare Filter:

- Filterkern wird mit Signal *gefaltet*
- Linearer Filter entfernen bestimmte Frequenzen aus dem Signal
- Glättungsfiler:
 - Box-, Dreieck-, Gauss-Filter
 - Tiefpassfilter: hohe Frequenzen werden entfernt
- Kantenfilter:
 - Hochpass-Filter: niedrige Frequenzen werden abgeschwächt

(Rezk-Salama, o.J.)

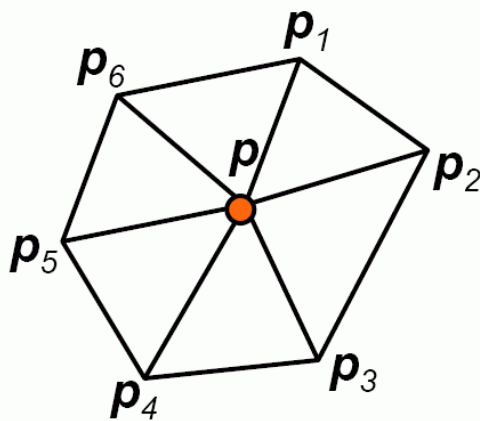
Laplace-Operator in 1D:

$$\Delta f_i \approx \frac{1}{2}f_{i+1} - f_i + \frac{1}{2}f_{i-1}$$

2-dim. Laplace-Maske (mehrere Varianten in Gebrauch):

$$h = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Verallgemeinerung des Laplace-Operators auf Dreiecksnetze:



$$\Delta \mathbf{p} = \sum_{i=1}^n \omega_i \mathbf{p}_i - \mathbf{p}; \quad \sum_{i=1}^n \omega_i = 1$$

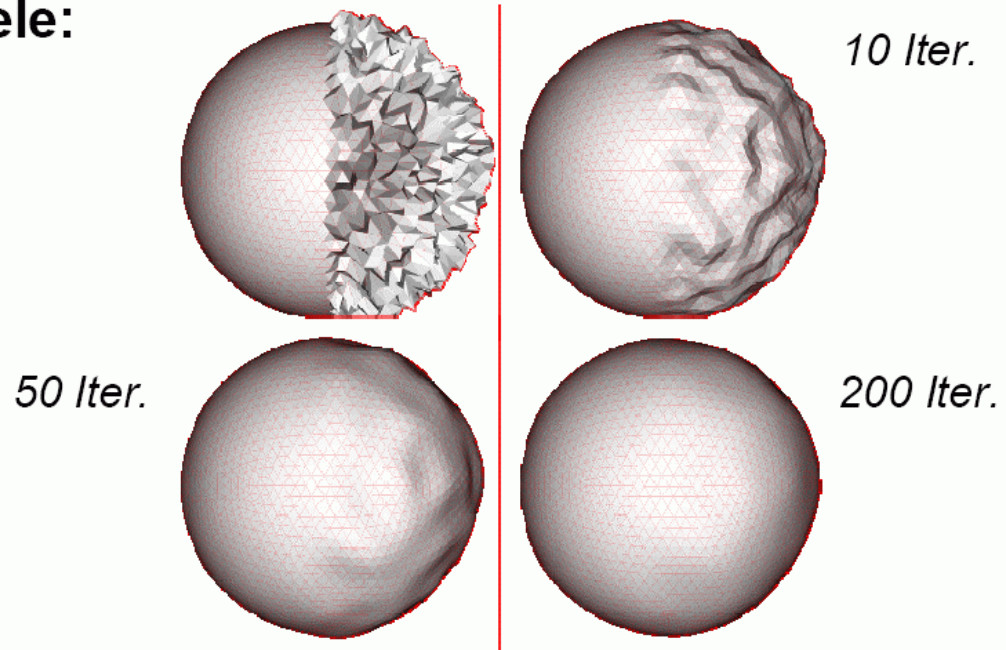
Glättung von Oberflächen:

$$\mathbf{p}^* = \mathbf{p} + \beta \Delta \mathbf{p} = (1 - \beta) \mathbf{p} + \beta \sum_{i=1}^n \omega_i \mathbf{p}_i$$

Wahl der Gewichte:

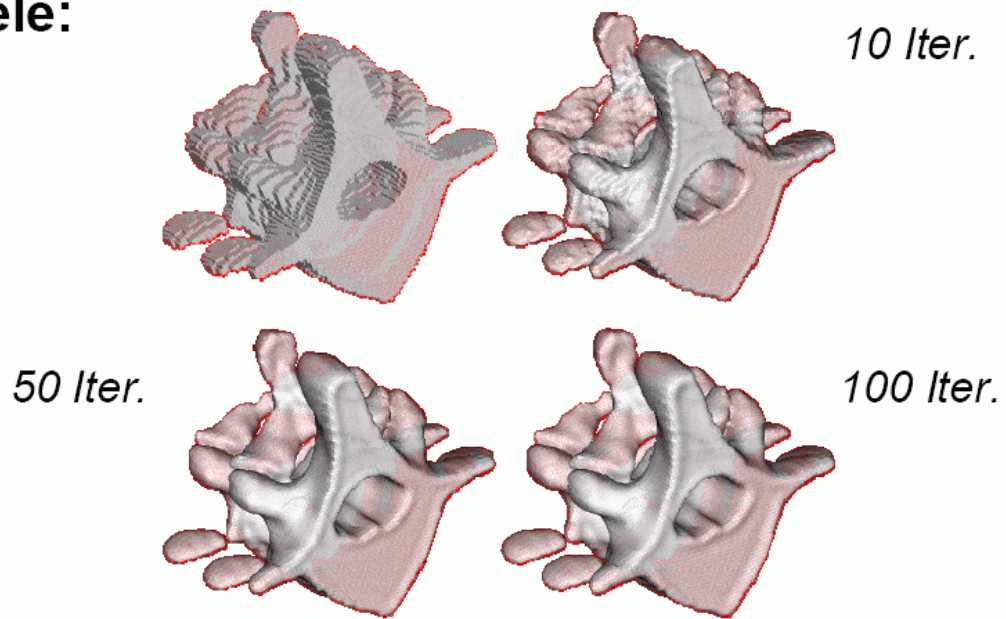
- einfach $\omega_i = \frac{1}{n}$
- formerhaltend $\omega_i = \frac{c}{\|\mathbf{p} - \mathbf{p}_i\|}$

Beispiele:



[Aus Taubin, 1995]

Beispiele:



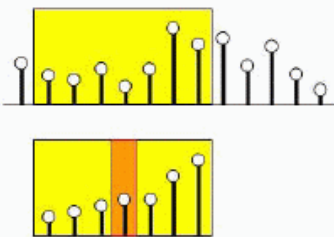
[Aus Taubin, 1995]
(Bartz 2005)

Nicht-Lineare Filter

Lineare Filter berechnen den Wert des Ausgangssignals als *Linearkombination* der Werte des Eingangssignals

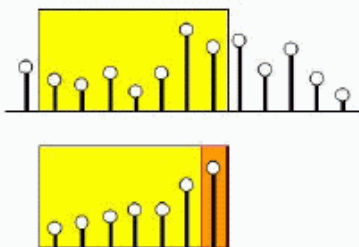
- *Nicht-lineare Filter* verwenden hier beliebige nicht-lineare Funktionen $f(x_{i-k}, \dots, x_i, \dots, x_{i+k})$

Beispiel: *Der Median-Filter* (Rangordnungsoperation)



1. Wähle alle Samples innerhalb des Filterkerns
2. *Sortiere* alle Samples nach ihrem Wert
3. Wähle das *mittlere* Sample als Ausgangswert

- *Rangordnungsoperationen*



1. Wähle alle Samples innerhalb des Filterkerns
2. *Sortiere* alle Samples nach ihrem Wert

Median-Filter: Wähle mittleres Element.

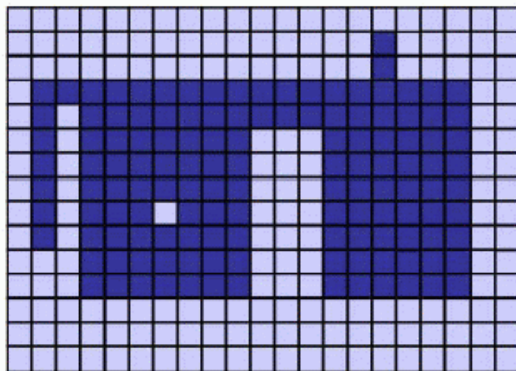
Min-, Max-Filter: Wähle kleinstes / größtes Element.

Morphologische Operatoren

für binäre Daten (0,1)-Werte



3x3-Filterkern K

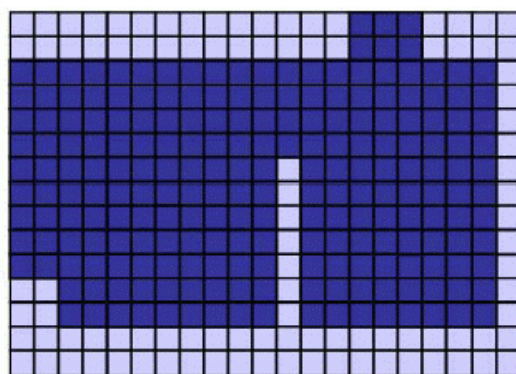
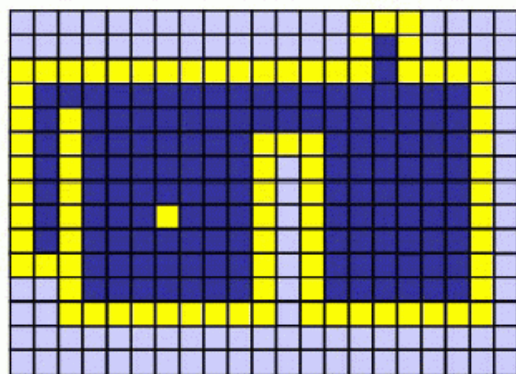


Dilatation:

„Setze jeden 0-Pixel, in dessen Nachbarschaft sich ein 1-Pixel befindet auf 1“

□ = 0 (Hintergrund)

■ = 1 (Objekt)



Dilatation:

„Setze jeden 0-Pixel, in dessen Nachbarschaft sich ein 1-Pixel befindet auf 1“

Dilatation erweitert den Rand des „Objekts“

□ = 0 (Hintergrund)

■ = 1 (Objekt)

$$A \oplus K$$

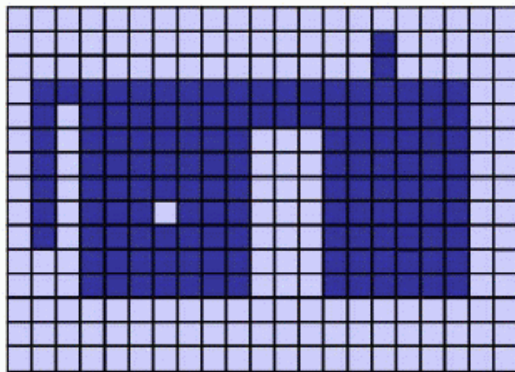
genauere Definition (für beliebige Filterkerne) siehe Vorlesung "Bildanalyse und Bildverstehen"

Morphologische Operatoren

für binäre Daten (0,1)-Werte



3x3-Filterkern K

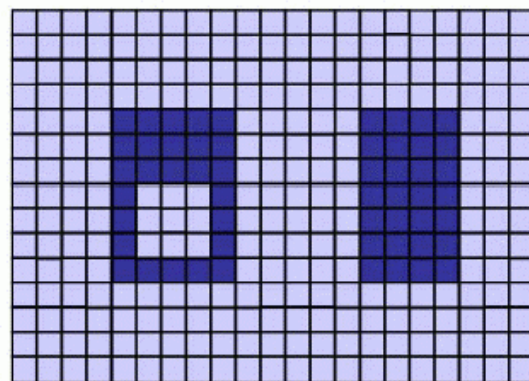
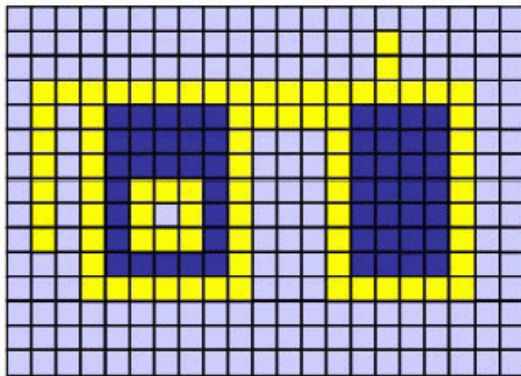


Erosion:

Setze jeden 1-Pixel, in dessen Nachbarschaft sich ein 0-Pixel befindet auf 0

□ = 0 (Hintergrund)

■ = 1 (Objekt)



□ = 0 (Hintergrund)

■ = 1 (Objekt)

Erosion:

Setze jeden 1-Pixel, in dessen Nachbarschaft sich ein 0-Pixel befindet auf 0

Erosion verringert den Rand des „Objekts“

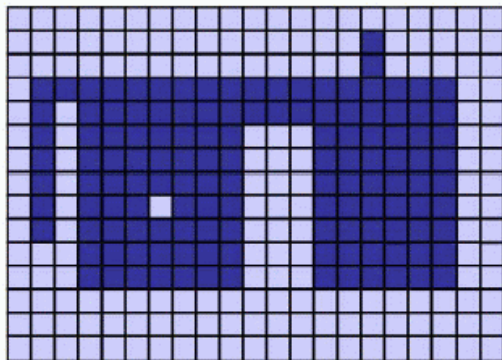
$$A \ominus K$$

Morphologische Operatoren

für binäre Daten (0,1)-Werte

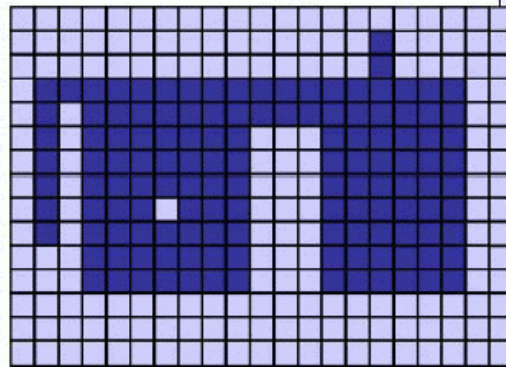
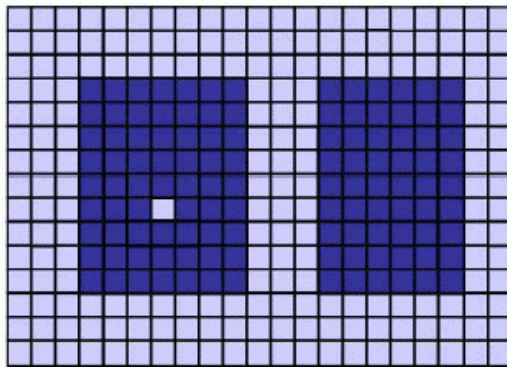


3x3-Filterkern K



Opening (Öffnung):
Hintereinanderschaltung
von
Erosion und *Dilatation*

□ = 0 (Hintergrund)
■ = 1 (Objekt)



Vergleich mit Original

□ = 0 (Hintergrund)
■ = 1 (Objekt)

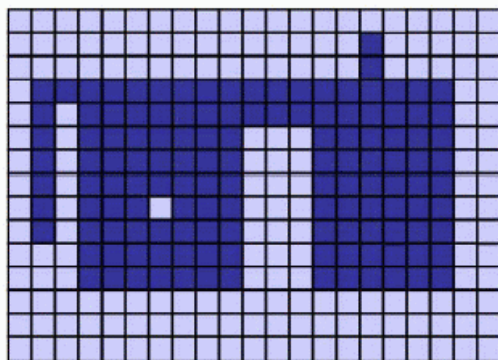
$$A \circ K = (A \ominus K) \oplus K$$

Morphologische Operatoren

für binäre Daten (0,1)-Werte

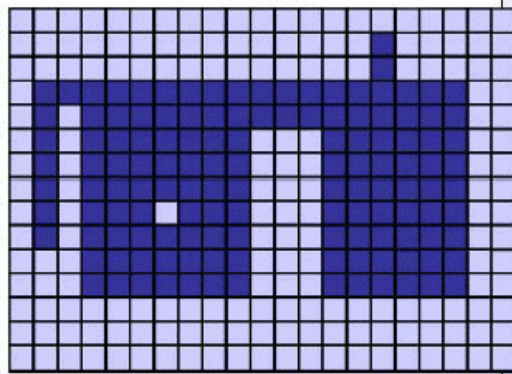
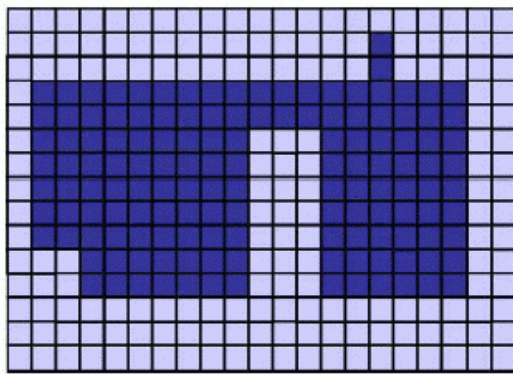


3x3-Filterkern K



Closing (Schließung):
Hintereinanderschaltung
von
Dilatation und *Erosion*

□ = 0 (Hintergrund)
■ = 1 (Objekt)



Vergleich mit Original

□ = 0 (Hintergrund)

■ = 1 (Objekt)

$$A \circ K = (A \oplus K) \ominus K$$

Morphologische Operationen für Grauwerte

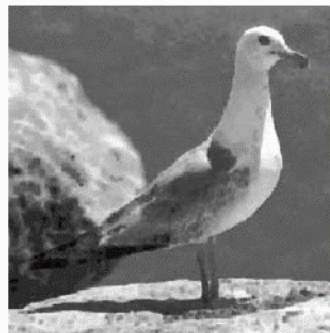
Dilatation $A \oplus K$



Original



Kantenverstärkung



Erosion $A \ominus K$

$$\frac{A \oplus K}{A \ominus K}$$

Zusammenfassung

Nicht-Lineare Filter:

- Keine *Faltung*, sondern beliebige nichtlineare Verknüpfung
- Rangordnungsoperationen:
 - Median-Filter: Rauschunterdrückung ohne Kantenglättung
 - Morphologische Operationen: Dilatation, Erosion, Opening, Closing

(Rezk-Salama, o.J.)

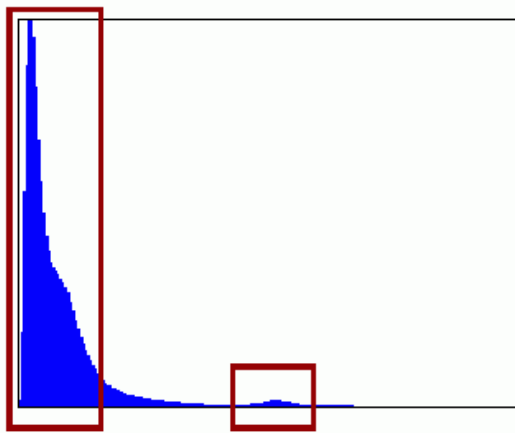
6.2 Datenanalyse mit Histogrammen

Histogramme als Hilfsmittel für die Datenaufbereitung vor der Visualisierung

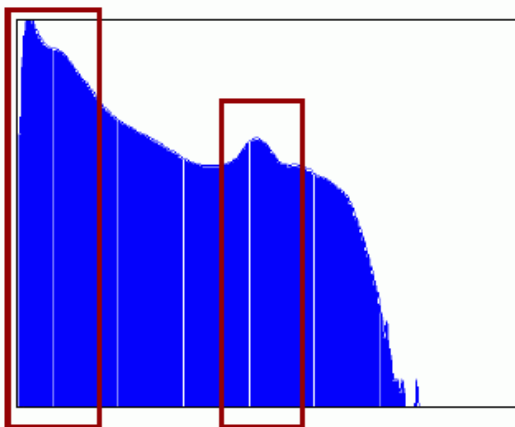
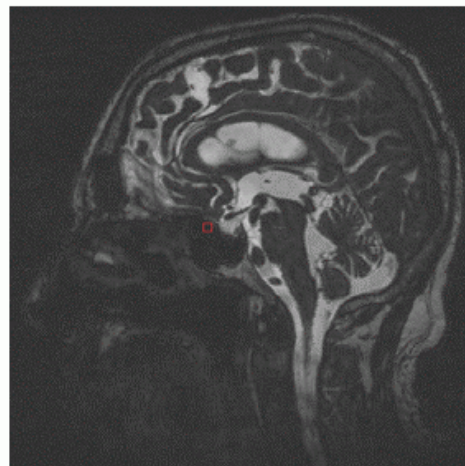
Volumendaten liegen üblicherweise als 8-12bit Daten, bzw. als float/double Werte vor

Die **Häufigkeitsverteilung** der Voxel eines Datensatzes nennt man **Histogramm**:

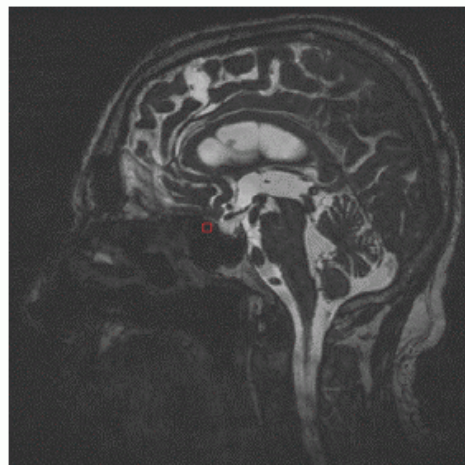
- Bei 8bit: Häufigkeitsverteilung der 256 möglichen Datenwerte
- Bei 12bit: 4096 mögliche Datenwerte



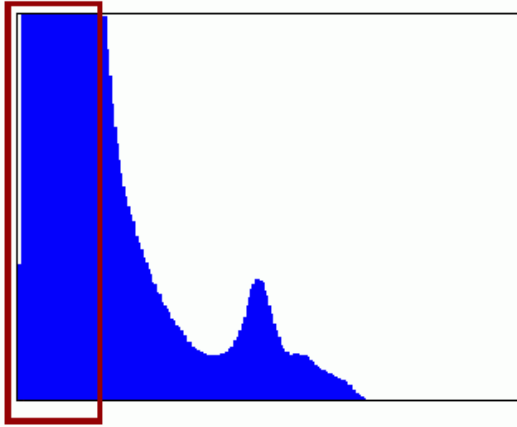
Lineares Histogramm



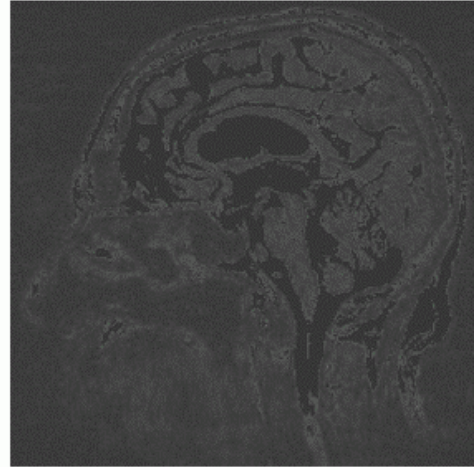
Logarithmisches Histogramm



(heller gefiltert)



Skaliertes lineares Histogramm



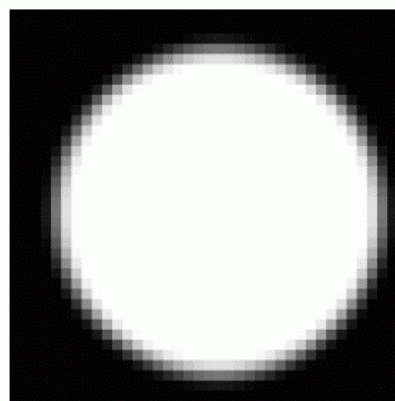
(heller gefiltert)

- Histogramme sind wichtig zur Datenanalyse
- Suche nach Materialgrenzen/-interfaces
- Aber: Häufigkeit eines Voxelwertes reicht oft nicht aus
- Gradienten zeigen Materialgrenzen an:
 - Hoher Gradientenbetrag
 - ➔ starker Werteunterschied
 - Kleiner Gradientenbetrag
 - ➔ homogener Bereich

Künstlicher Datensatz: Low-Pass gefilterte Kugel

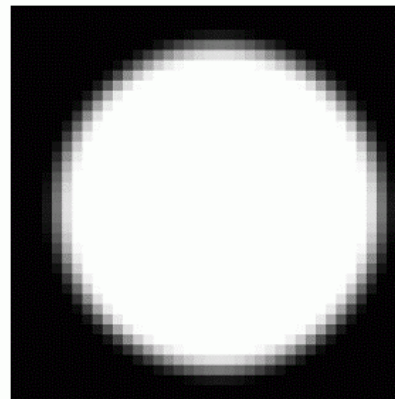
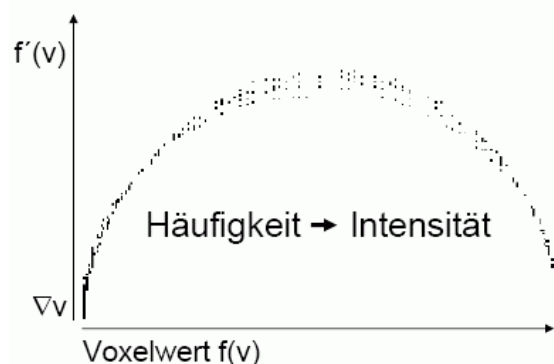


Lineares Histogramm



(vergrößert)

Künstlicher Datensatz: Low-Pass gefilterte Kugel



Gradienten Histogramm ($f'(v)$) [Kindlmann, Durkin, VolVis 1998.]

Weitere Informationen:

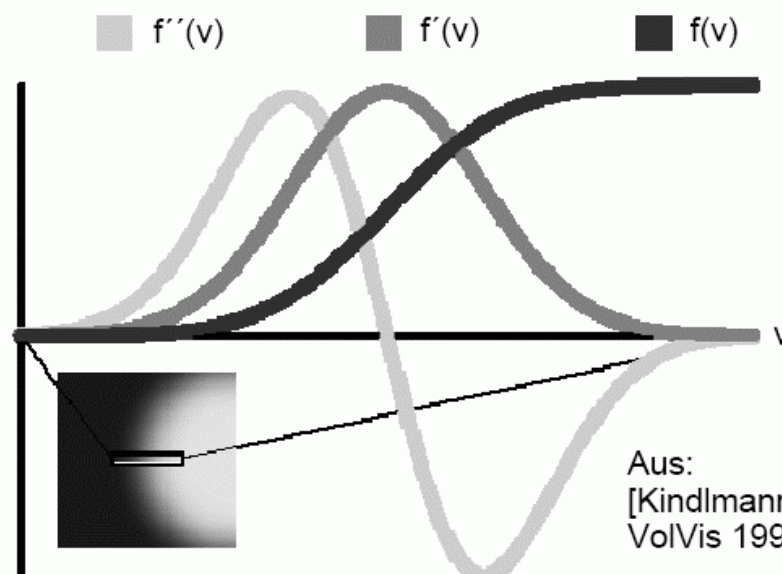
Erste **Richtungsableitung** der Voxelwerte $f'(x)$ entlang des Gradienten:

Maximum zeigt Materialinterface an

Zweite **Richtungsableitung** der Voxelwerte $f''(x)$ entlang des Gradienten:


Null-Durchgang zeigt Materialinterface an

Voxelwerte $f(v)$, $f'(v)$, $f''(v)$ an Materialinterface



Aus:
[Kindlmann, Durkin,
VolVis 1998.]

- Erste Ableitung ergibt sich aus Gradientenbetrag:

$$D_{\Delta} f = \|\nabla f\|$$


- Zweite Ableitung nicht einfach ableitbar
- Approximation durch Gradientenbetrag von Gradientenfeld

Total Gradient Feature Curve:

- Berechnet Laplace-Operator an jedem Voxel:
2. Ableitung geht ein
→ **Nulldurchgang** bei **Materialinterfaces**)
- Summiert Ergebnis in Voxelwert
(wie Histogramm)
- Ergibt ein Laplace-gewichtetes Histogramm

Weitere nützliche Merkmale zur Datenanalyse:

- Statistiken 1. Ordnung:
 - **Lokaler, mittlerer Grauwert**

$$m_k(p(x,y)) = 1 / N \sum_i^k \sum_j^k v(x+i,y+j)$$

- **Lokale Varianz**

$$\sigma_k^2(p(x,y)) = 1 / (N-1) \sum_i^k \sum_j^k (v(x+i,y+j) - m_k(p))^2$$

- Glattheitsmaß R:

$$R = 1 - \frac{1}{1 + \sigma^2(p)}$$

Wenn σ^2 klein wird, so geht R gegen 0 und zeigt eine homogene/glatte Region an.

(Bartz 2005)

6.3 Fensterung

Warum Fensterung?

- Volumendaten sind oft **12-16bit/Voxel** groß
- Ausgabegeräte (Bildschirme) haben aber oft nur 8bit/Farbkanal, also nur **8bit Grauwertebereich**
- Wertebereich des Datensatzes muß in 8bit **abgebildet** werden

➔ Fensterung

12bit Volumendatensatz, in positiven Bereich abgebildet

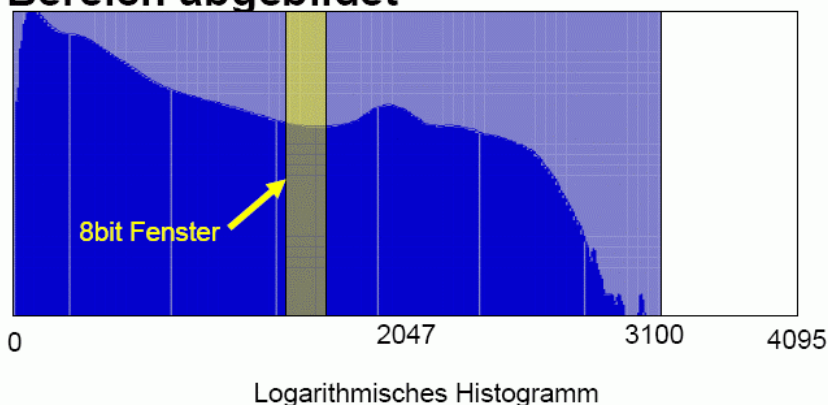
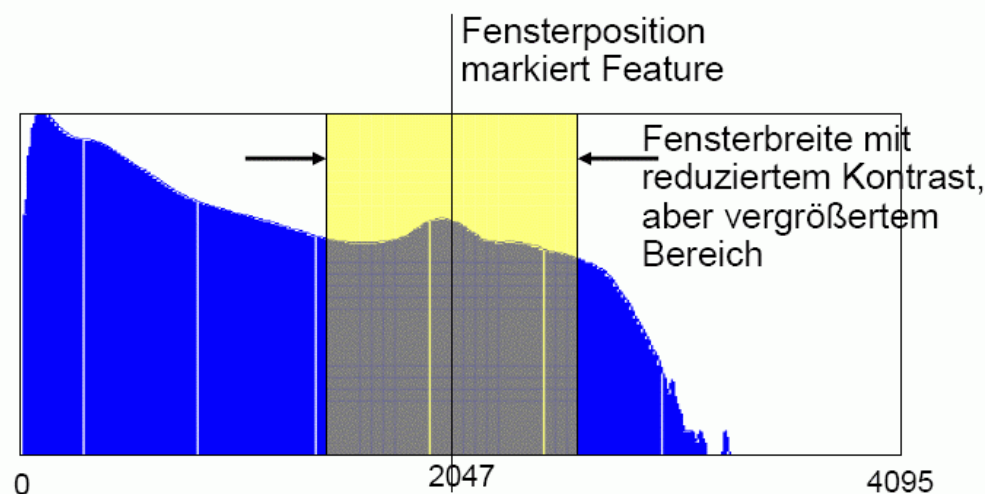
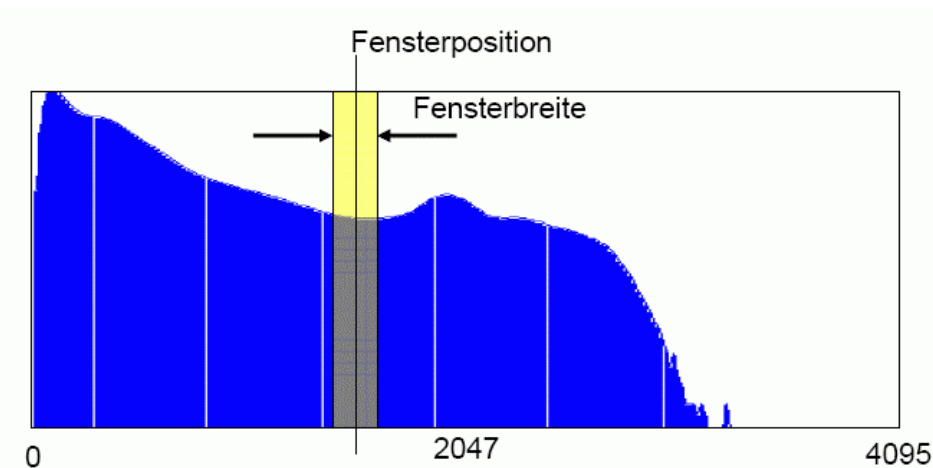


Abbildung von 12bit Zahlenbereich auf 8bit:

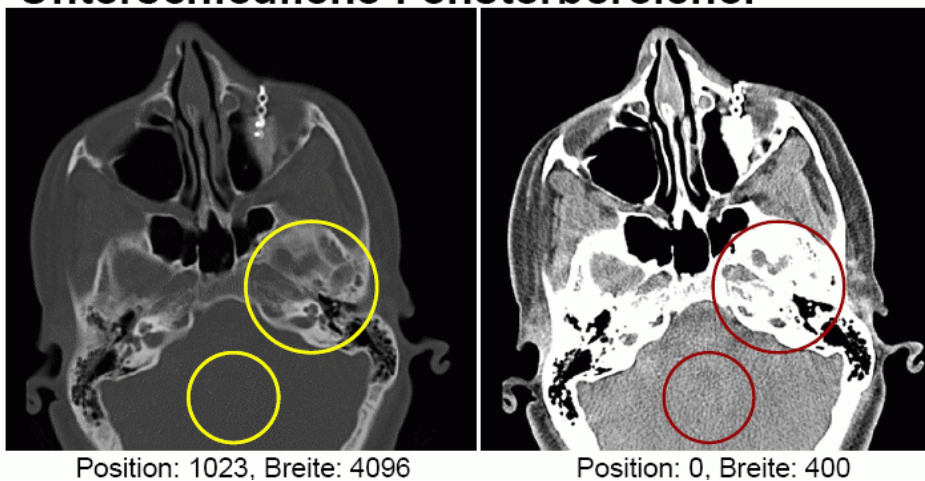
- Auszuwählender Wertebereich heißt Fenster
- Zu bestimmen sind:
 - Fensterbreite
 - Fensterposition (Mitte)
- Fensterbreite bestimmt Kontrast:
 - Je breiter, desto geringer der Kontrast
 - Je schmaler desto größer der Kontrast

Fensterposition:

- Position markiert Features
- Features außerhalb des Fensters können nicht mehr differenziert werden



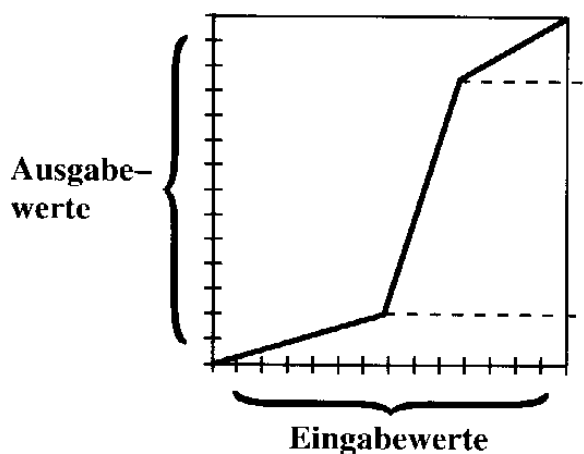
Unterschiedliche Fensterbereiche:



6.3 Weitere Filter

- Kontrastverbesserung
 - Histogrammstreckung/-stauchung
 - stückweise lineare oder logarithmische Skalierung
 - Histogrammäqualisierung / -einebnung (siehe Vorlesung "Bildanalyse und Bildverstehen")
- Bildschärfung durch Hervorhebung von Kanten (z.B. mit Hilfe des Laplace-Filters)

Beispiel für stückweise lineare Skalierung der Daten:



Beispiel Histogrammstreckung:

Histogrammstreckung:

- Nicht alle Volumen-/Bilddaten schöpfen gesamten Datenraum aus
- Ähnlich wie Window-to-Viewport-Abbildung (GDV)
- Neue untere Grenze implizit 0

$$I_a(x,y) = g_{\max} \frac{I_e(x,y) - \min(I_e)}{\max(I_e) - \min(I_e)}$$

Selektive Histogrammstreckung:

- Stückweise lineare Skalierung:
 - **Gleichmäßige** Streckung eines **Teilbereichs**
 - Übrige Bereiche **bleiben gleich** (werden aber verschoben), oder werden ausgeblendet
- Logarithmische Skalierung:
 - Bestimmte Bereiche werden **hervorgehoben**
 - Entspricht eher dem menschlichen Sehen

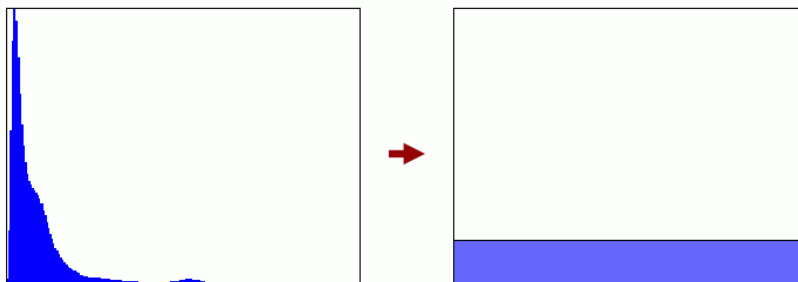
$$g_a(g + c_3) = g_{\max} \frac{\log(c_1 + g \frac{c_2 - c_1}{g_{\max}}) - \log(c_1)}{\log(c_2) - \log(c_1)}$$

mit c_3 als Verschiebung im Histogramm, c_1, c_2 bestimmen Steigungsverlauf, und g als Histogramm.

Histogrammäqualisierung:

- Nicht alle Volumen-/Bilddaten schöpfen gesamten Datenraum gleichmäßig aus
- Benutzt relative Summenhäufigkeit als Maß
- IA. nicht umkehrbar
- Nicht perfekte Ergebnisse, da diskret

Histogramm





Originalbild



Bild nach Äqualisierung

(Bartz 2005)

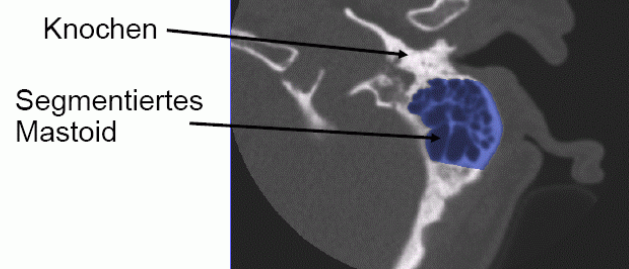
6.4 Segmentierung

Was ist Segmentierung?

- Segmentierung ist die **Identifikation** von Strukturen/Objekten (zB. Organen) aus Bild-/Volumendaten.
- Es wird also versucht eine **Semantik** in den Daten festzulegen.
- Leider sind viele Strukturen **mit dem Auge einfach**, aber **mit Algorithmen schwer** zu erkennen
- Zusammenhangskriterien können **lokal oder übergeordnet** sein.

Beispiel:

Computer Tomographie:



Klassifizierung von Segmentierungsverfahren:

Modell-basiert	Regionen-basiert	Kontur-basiert	Lokal
Level-Sets	Regionenwachstum Fuzzy Connectedness Markoff Random Field Scale Space	Kantendetektoren Snakes LifeWire Wasserscheiden- transformation	Intensitäten Texturanalyse

Gute Datenaufnahme erspart oft erhöhten Segmentierungsaufwand!

Modell-basiert:

- Bestimmtes **Berechnungs-/Datenmodell** liegt dieser Methoden zugrunde. Bei **Level-Sets** werden **partielle Differentialgleichung** zur Definition einer dynamischen Oberfläche verwendet.
- Oft für **Wellenfrontmodellierung** verwendet (Wavefront Propagation, Fast Marching Methods)

Regionen-basiert:

- Identifiziert Objekte anhand von **2D/3D Regionen**
- Bezieht Voxel-Nachbarschaft mit ein
- Benötigt **Zusammenhangskriterien**

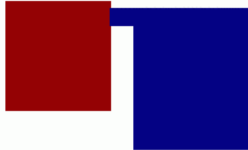
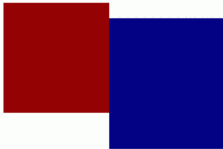

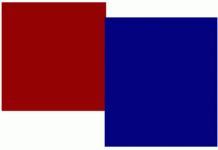

Zusammenhangskriterien berücksichtigen:

- Distanzmaße sind **Maße für die Ähnlichkeit** zweier Regionen (Voxelmengen), die dann ggf. **verschmolzen** werden.
 - Grauwertdistanz (Voxelintensität)
 - Benachbart und gleicher Grauwertintervall
 - Homogenität (Texturanalyse)

Verschmelzungsstrategien zwei Regionen

A,B:

$p_A \in A, p_B \in B$, T ist Trennkante zwischen A,B

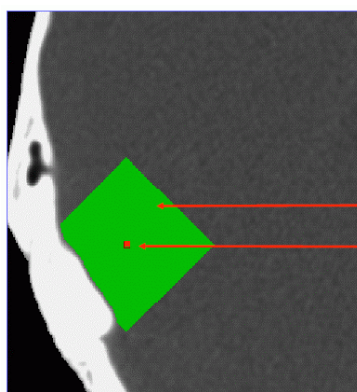
- Single Linkage: Mindestens ein Punktepaar (p_A, p_B) auf T erfüllt Distanzmaß 
 - Contiguity Constraint Complete Linkage: Alle Punktepaare (p_A, p_B) auf T erfüllen Distanzmaß 
 - Contiguity Constraint Average Linkage: Mittelwerte aller Punktepaare auf T erfüllen Distanzmaß D 
 - Centroid Linkage: Mittelwerte von A,B (nicht nur Trennkante) 
 - Complete Linkage: **Centroid Linkage** und **Differenz** von Grauwertintervalle von A,B muss unterhalb einer Schwelle liegen 
- $(\text{red}, \text{blue}) < D$ und $((\text{black}, \text{red}), (\text{black}, \text{blue})) < D$

Verschmelzungsstrategien mehrere Regionen:

- Reihenfolge kann entscheidend sein (nicht kommutativ).

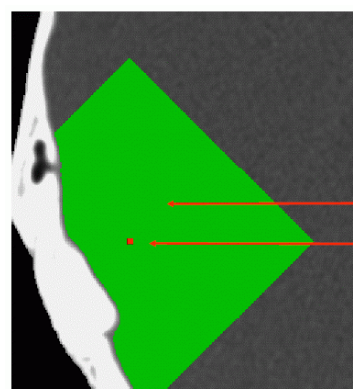
Regionenwachstumverfahren (Region Growing):

- Mit am häufigsten verwendetes Verfahren
- 2D oder 3D
- Verwendet iA. **Single Linkage** Verschmelzungsmodell zu Nachbarvoxeln
- Testet Intensitätsintervall, aber auch
- Lokale Merkmale



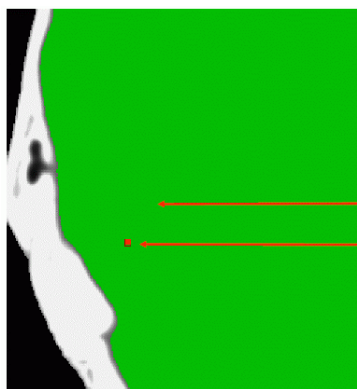
Regionen-
wachstum:

Segmentierte Region
Saatpunkt



Regionen-
wachstum:

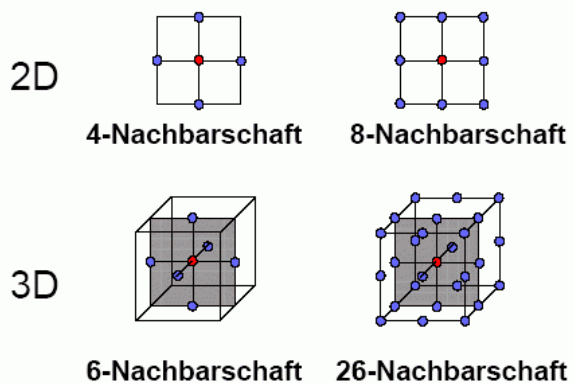
Segmentierte Region
Saatpunkt



Regionen-
wachstum:

Segmentierte Region
Saatpunkt

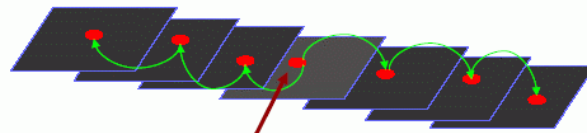
Betrachtete Nachbarschaften:



Regionenwachstumsverfahren (2D):

- Saatpunkte in den Schichten müssen manuell gesetzt, oder propagiert werden.

Saatpunktpropagation:



Benutzerdefinierter Saatpunkt

Zusammenhangskriterien:

- Intensitätsintervall $[t_1, t_2]$

$$S(x,y,z) = \begin{cases} \text{OBJEKT_VOXEL} & : t_1 \leq I(x,y,z) \leq t_2 \\ \text{HINTERGRUND_VOXEL} & : \text{sonst} \end{cases}$$

- Gelernte Mittelwert m_R

$$\delta(v) = |I(v) - m_R|$$

Voxelintensität \nearrow $I(v)$ #Voxel \nearrow $n_{R-1} + 1$

$$m_R = \frac{m_{R-1} \cdot n_{R-1} + I(v)}{n_{R-1} + 1}$$

Mittelwert \nearrow m_{R-1}

Lokale Merkmale/Segmentierung

- lokale Umgebung eines Bildpunktes
- Texturfenster
- Statistiken erster Ordnung
 - Mittelwert $m_k(p)$
 - Varianz $\sigma_k^2(p)$

Weitere Region-basierte Verfahren:

- Markoff-Random-Fields:
Betrachtet Herkunft von Voxelintensitäten als **stochastische Prozesse** (Markoff-Prozesse)
- Fuzzy Connectedness:
Voxelpfade zwischen beteiligten Voxel werden bestimmt. **Stärke** (Strength) eines Pfades bestimmt sich aus dem geringsten Distanzmaß (Intensität, etc.)

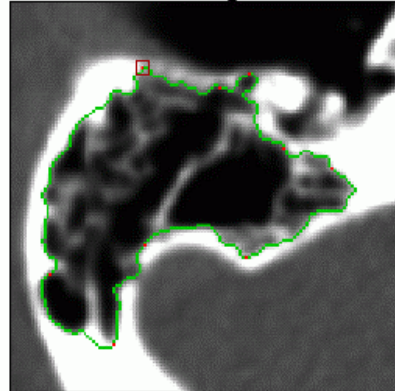
Kontur-basiert:

- Identifiziert Objekte anhand von 2D **Objektgrenzen**
- Bezieht Voxel-Nachbarschaft mit ein
- Benötigt **Kanten-/Konturdetektor**:
 - Gradienten
 - Laplace/Sobel Operatoren
- Snakes/Balloons:
 - Ausdehnung und Abgrenzung wird als **Energiefunktional** modelliert
 - Energiefunktional wird minimiert
- Kantendetektoren:
 - **1. und 2. Ableitungen** der Intensitäten werden zur Detektion von Kanten verwendet.

LifeWire (Intelligent Scissors):

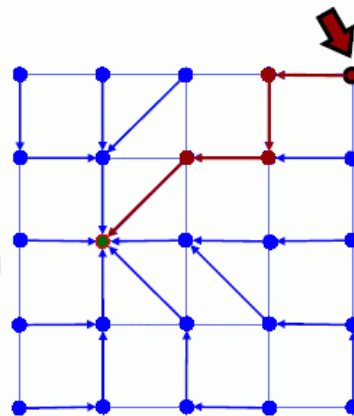
[Mortensens, Barret, SIGGRAPH 1995]

- Kantenorientiert
- Interaktives Verfahren
- Minimiert Kostenfunktion
- Wird als Graphenproblem interpretiert



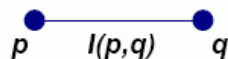
LiveWire:

- Extraktion der Objektkanten
- Dijkstra's Minimaler-Pfad-Algorithmus
- Bildpunkte \rightarrow Graphknoten
- Kanten sind Kosten
- Saatpunkt

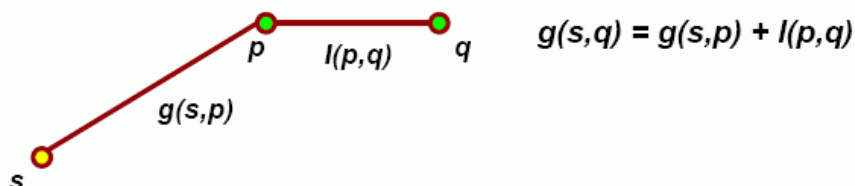


LiveWire – Kostenfunktionen:

- Lokale Kostenfunktion $l(p,q)$



- Gesamtkostenfunktion eines Pfades $g(s,q)$



- Pfade minimaler Kosten → Objektkanten
- Kantenerkennende Methoden:
 - Nulldurchgang des Laplace-gefilterten Bildes → f_z
 - Betrag des Gradienten → f_G
 - Richtung des Gradienten → f_D

$$l(p, q) = \omega_z \cdot f_z(q) + \omega_G \cdot f_G(q) + \omega_D \cdot f_D(p, q)$$

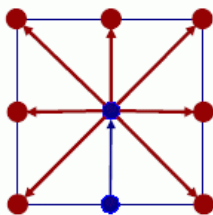
zB. $\omega_z=0.43$, $\omega_G= 0.43$, $\omega_D= 0.14$

- Nulldurchgang eines Laplace-gefilterten Bildes (2. Ableitung) – **detektiert Kanten**
- Betrag des Gradienten (1. Ableitung) – **Kantenstärke**
- Richtung des Gradienten (1. Ableitung) – **Glatte Kanten** (geringe Richtungswechsel)

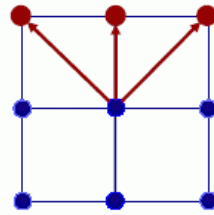
LiveWire - Pfadsuche

Vollständige Pfadsuche

Beschränkte Pfadsuche



Winkel 45° 0° 45°

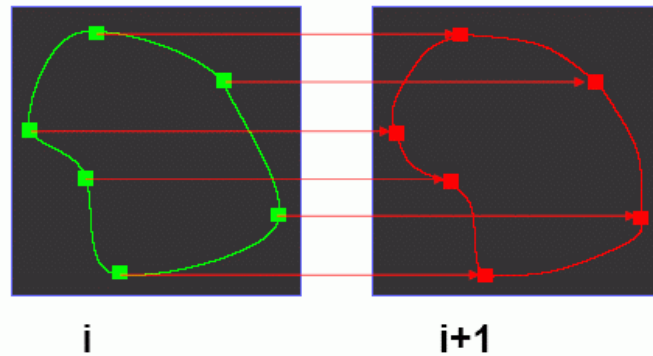


LiveWire für Bildsequenzen:

- Propagierung der Saatpunkte
- Interpolation der LiveWire Konturen

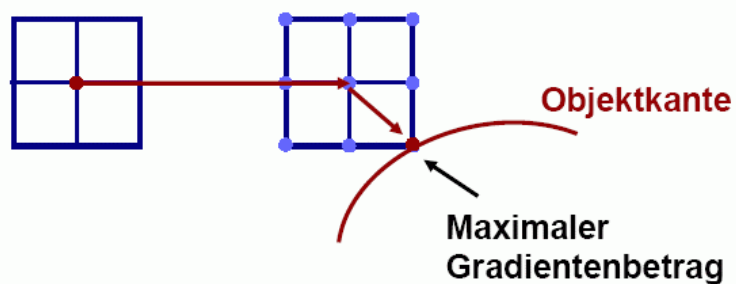
LiveWire für Bildsequenzen : Propagierung

- Propagierung der Saatpunkte
- Automatische Berechnung der LiveWire Kontur

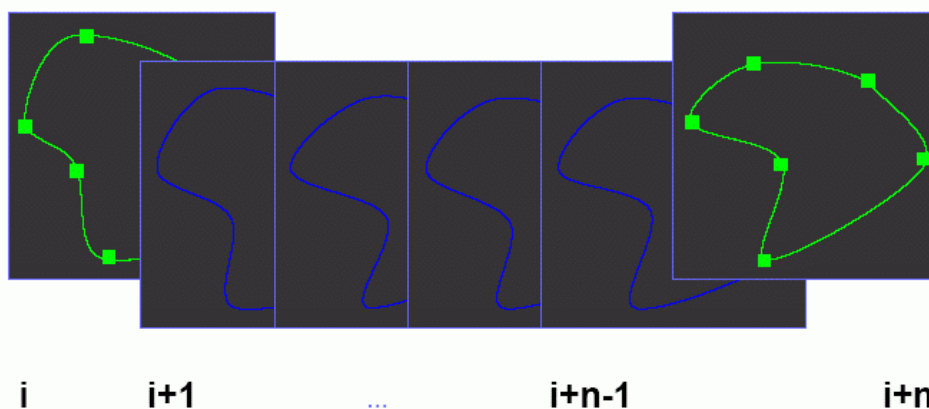


LiveWire für Bildsequenzen : Propagierung

- Propagierung der Saatpunkte



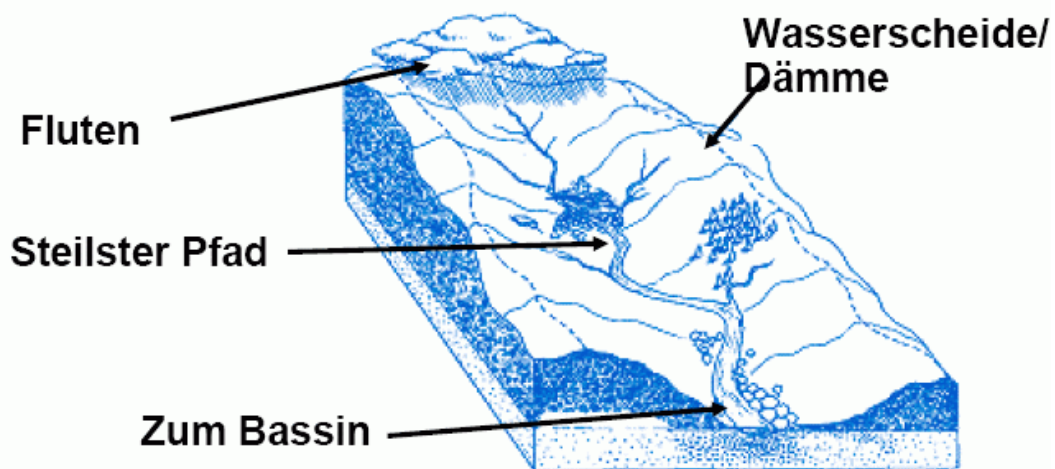
LiveWire für Bildsequenzen : Interpolation



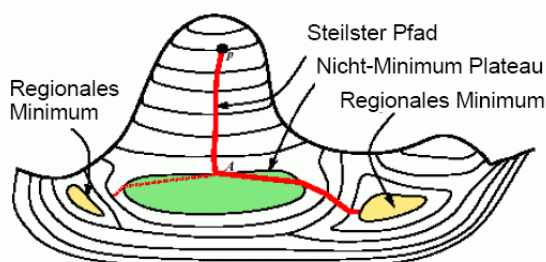
Wasserscheidentransformation:

- Betrachtet **Gradientenbetrag** in Bild/Volumen
- Interpretiert diese als **Relief**; Beträgen als Höhenlinien
- Unterteilt Daten in **Bassins** (Minima), **Plateaus** und **Wasserscheiden** (Konturen)

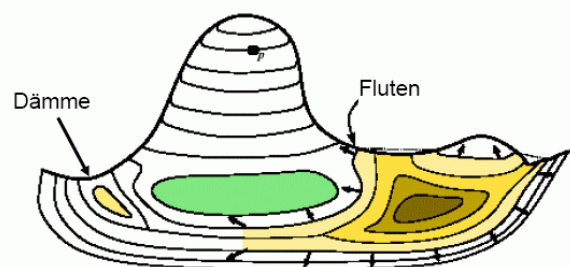
Wasserscheidentransformation:



- Durch **Abregnen** fließen **Wassertropfen** in **Bassins** entlang des **steilsten Pfades**
- Dieser **Einflußbereich** eines Bassins ist **segmentierter Bereich**
- Vereinigt Bassins durch **Fluten der Bassins**
- Neigt zur **Übersegmentierung**



[Bild von S. Stoev, IEEE Visualization 2000]



[Bild von S. Stoev, IEEE Visualization 2000]

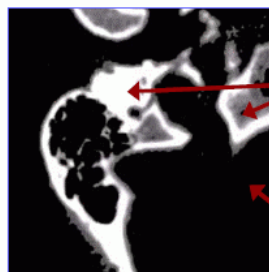
Lokale Segmentierung

Lokale Merkmale:

- Identifiziert Objekte anhand von unmittelbar **lokalen Eigenschaften**:
 - Intensitätsschwellwert/-intervall
 - Textur-Analyse
- Bezieht nur **unmittelbare** Voxel-Nachbarschaft mit ein
- Wird auch für Zusammenhangskriterien für Regionenbasierte Segmentierungsverfahren genommen
- Voxelintensität liegt in Intensitätsintervall



Original



Schwelwert
 $t = 145$

Objektvoxel
 $I(x,y,z) \geq 145$

Hintergrund-
voxel
 $I(x,y,z) < 145$

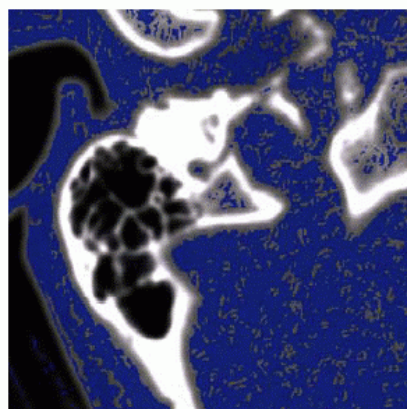
Texturanalyse

- lokale Umgebung eines Bildpunktes
- Statistiken erster Ordnung
 - Mittelwert $m_k(p)$
 - Varianz $\sigma_k^2(p)$
- Erfordert manchmal vorheriges Glätten
- Glattheitsmaß

$$R = 1 - \frac{1}{1 + \sigma_k^2(p)}$$

$R \rightarrow 0$ homogene Region

$R \rightarrow 1$ inhomogene Region



(Bartz 2005)