Ein auf Eigenwertanalyse basierendes Verfahren zur einfachen und robusten Linienerkennung.

-erweiterte Web-Präsentation

Jan Rudert

Vortrag vom 11. 05. 2004

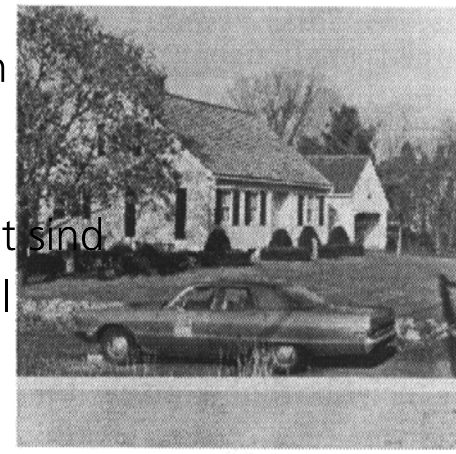
Seminar „Mustererkennung in Bildern und 3D-Daten“

Ziel:

aus Kantenbild gerade Linien(-segmente) extrahieren

- Übergänge zwischen unterschiedlichen Grauwerten, Farben, Texturen
- tragen mehr Informationen als homogene Flächen
  - *Grund: menschliches Auge reagiert mehr auf Diskontinuität, als auf Kontinuität*
  - *Kanten werden charakterisiert durch „Gradienten“*
  - *Gradientbetrag: gleich Null bedeutet homogene Fläche*
  - *Gradientenrichtung: Gradient sollte sich durch Richtung auszeichnen (vergl. Rauschen - ungerichtete Gradienten)*

- beidseitig durch Kanten begrenzte Objekte, die
  - nicht zu weit voneinander entfernt sind
  - weitgehend parallel verlaufen
- *z.B. Straßen, Gleise, Flüsse*



Kantenbild *(edge image)*:

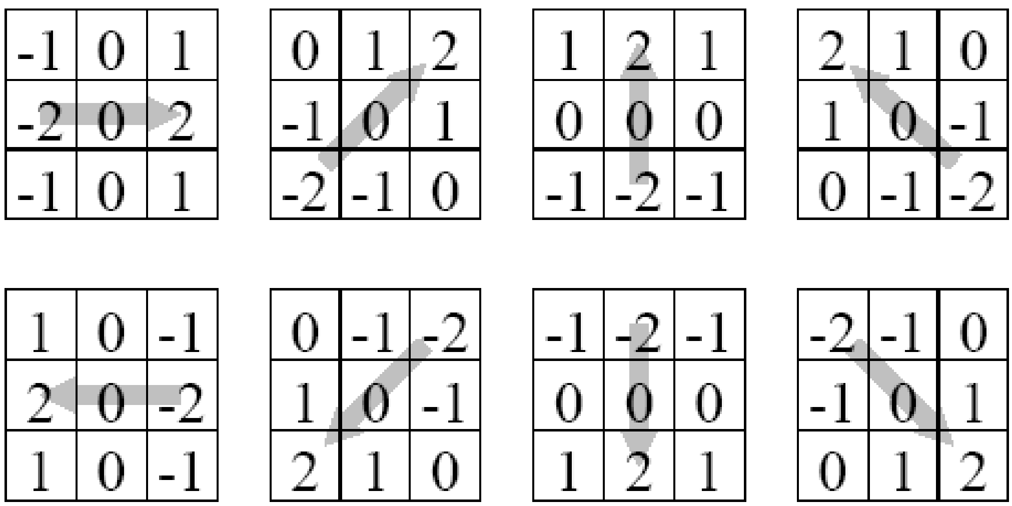
- Binärbild, in dem nur alle Kanten eingetragen sind
- Erstellung mit
  - parallelen,
  - sequentiellen Methoden

<u>Parallele Kantenextraktion</u>

Berechnung eines Maß für Wahrscheinlichkeit der Kantenzugehörigkeit für jeden Bildpunkt

•wesentliche Schritte:

<u>1. Gradientenwerte</u> für jeden Bildpunkt ermitteln z.B. mit Differenzoperatoren (Sobel, Laplacian-of-Gauß,...) oder mit Hochpaßfiltern im Frequenzbereich



mögliche Richtungen der Sobel-Kantendetektion und deren Operatoren

<u>2. Binärbild</u> erstellen

- Schwellwertbildung
- Klassifikator
- *evtl. nachträglich mit morphologischen Operationen:*
  - *säubern,*
  - *Linien verdünnen,*
  - *zusammenführen*

<u>Sequentielle Kantenextraktion</u> (auch: Linienverfolgung)

Grundgedanke: nicht alle Bildpunkte auf Kantenzugehörigkeit testen, sondern nu
Kandidaten

Bewertungskriterien für die Extraktionsmethoden:
- *Wie robust reagiert das Verfahren auf Unterbrechungen von Linien?*
- *Was passiert an Verzweigungen? (Extrahierung der Äste?)*
- *Was passiert bei Helligkeits- und Kontrastveränderungen entlang des Linienverlaufs?*
- *Parallel verlaufende Linien erkennbar?*

- Aufgaben:

<u>1. Finden von Ansatzstellen</u>

Interaktiv *(z.B. bei Karten und Luftbildauswertung)*

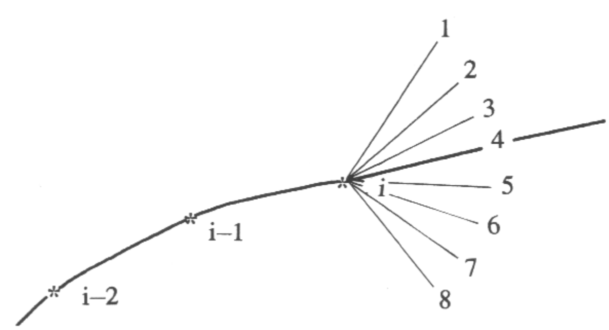
Klassifizierung *(im Merkmalsraum „Grauwert, Gradientenbetrag")*

Segmentieren *(in Baumstruktur - homogen/inhomogen)*

Gitternetz *(Auswertung der Kacheln nacheinander bis Kachel mit Kante gefunden)*

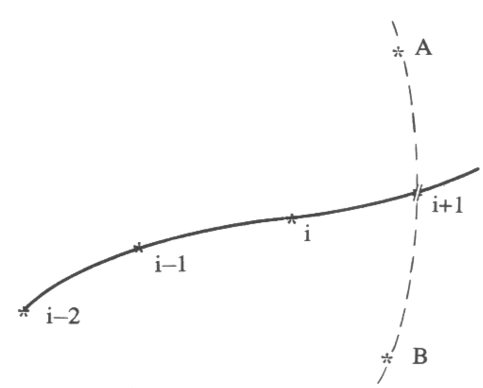
<u>2. Finden von Nachfolgepunkten</u>

Suchstrahlen



- *mittleren Grauwert entlang der Strahlen vergleichen*
- *eventuell mit Winkeleinschränkung ausgehend von bisherigem Linienverlauf*
- *Bewertung:*
  - *Überbrückung möglich durch Mittelung,*
  - *bei starker Kontraständerung nicht geeignet,*
  - *Verzweigungen: Gefahr der falschen Stelle für Nachfolgepunkt (evtl. Rückverfolgung)*

Kreisbogen



- *Linienpunkt als Mittelpunkt eines Kreisbogens*
- *Suche nach Minimum im gefundenen Grauwertprofil*
- *Bewertung:*
  - *für oft unterbrochene Linien nicht geeignet (Verbesserung durch mehrere Bögen in untersch. Abständen vom Linienpunkt)*
  - *bei starker Kontraständerung nicht geeignet*
  - *an Verzweigungen Gefahr der falschen Erkennung des Nachfolgepunktes (wegen möglicher Erkennung paralleler Linien als Äste)*

Erkennung geradliniger Segmente - klassische Verfahren

- statistikbasierte Modelle

  Hypothesize and Test-Algorithmen: auf Grundlage lokaler Informationen mögliche Linienrichtungen ermitteln und dann dort testen

- gradientenbasierte Modelle

  zu jedem Bildpunkt Betrag und Richtung des Gradienten ermitteln und daraus lineare Segmente

- lokale Zusammenhangsanalyse

  Auswahl des Startpunkts: Suche zeilenweise, Startpunkt gefunden, wenn Schwellwert für Kantenstärke überschritten

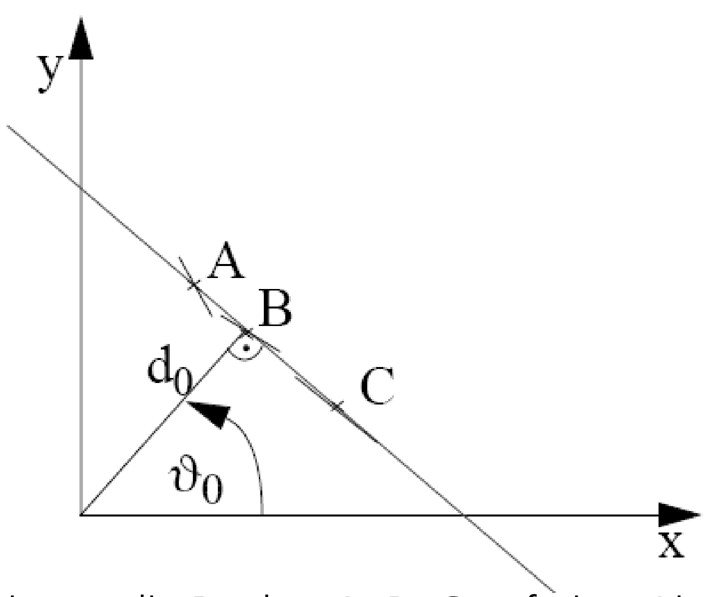
  garantiert keine Unterbrechungen

  heuristische Suche

  hauptsächlich eingesetztes Verfahren

- <u>Hough-Transformation</u>
  - *ein Kolinearitätstest*
  - Ausgangspunkt: Geradengleichung in Hessescher Normalform:

$$d = x \cdot \cos\vartheta + y \cdot \sin\vartheta$$



d - Abstand der Geraden vom Ursprung

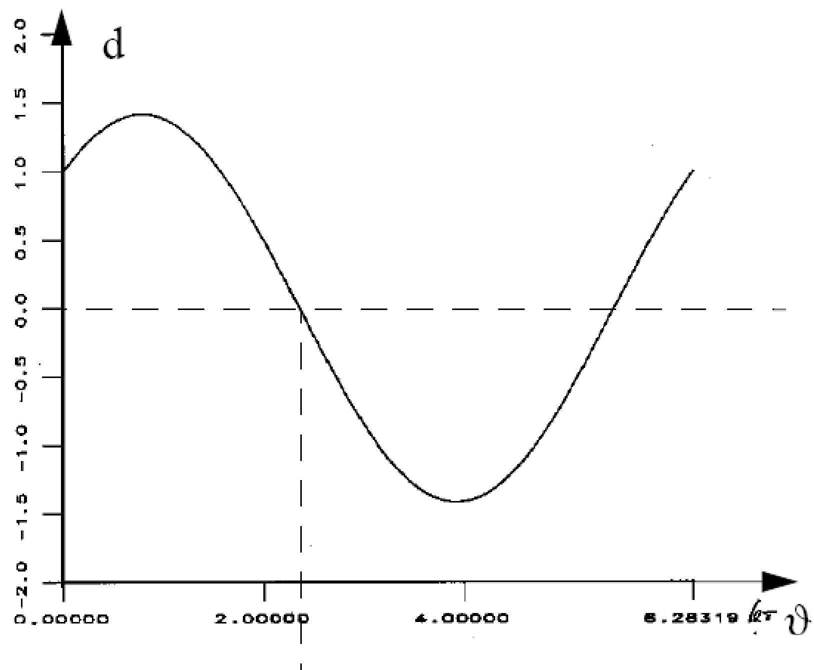
ϑ- *Winkel der Geradennormalen zur positiven x-Achse*

Liegen die Punkte A, B, C auf einer Linie?

• Geradenbüschel in einem Punkt A: Kurve im d,ϑ-Raum

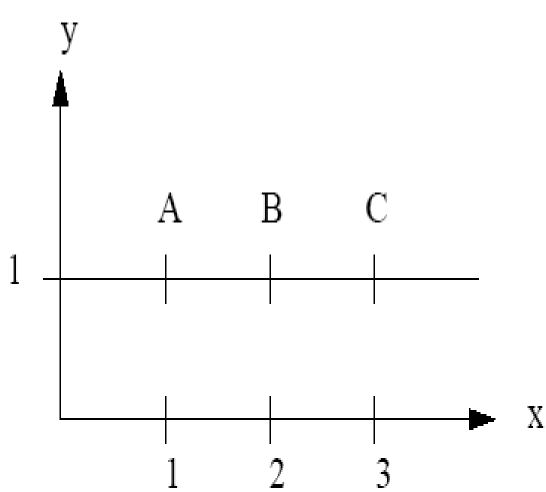
$$A = (x_A, y_A) = (1,1)$$

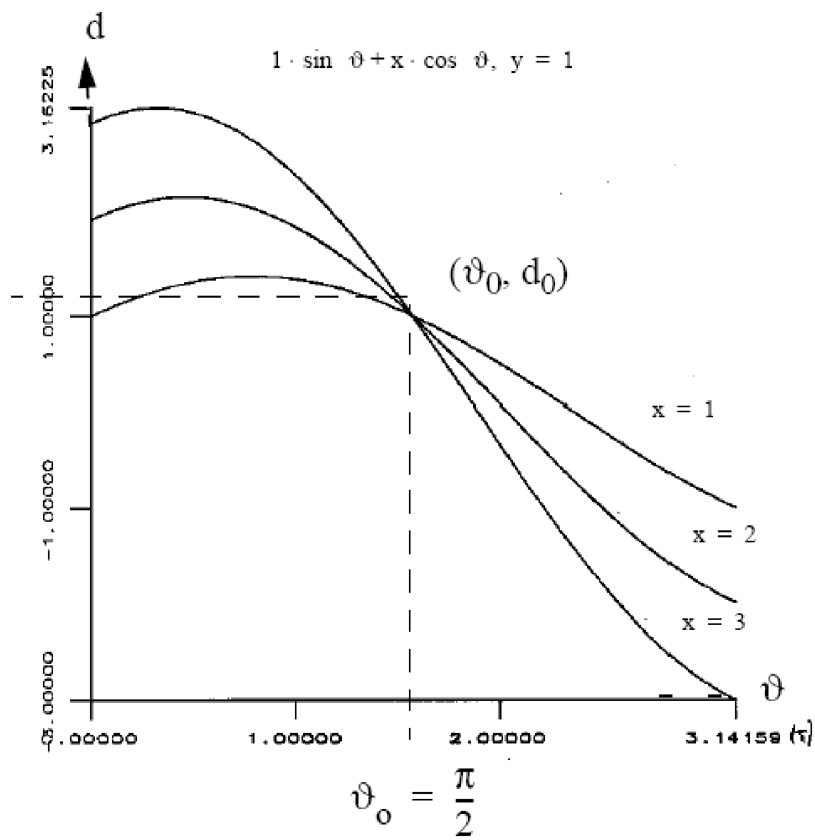
$$d = x_A \sin\vartheta + y_A \cos\vartheta$$
$$= \sin\vartheta + \cos\vartheta$$



Wenn zwei Punkte auf einer Geraden liegen, schneiden sich ihre "Geradenbüschel-Kurven" im d,ϑ-Raum in einem Punkt. Dieser Punkt ist durch d und ϑ gekennzeichnet. Dadurch ist die Geradengleichung ableitbar.

• Geradenbüschel dreier Punkte auf einer Gerade Schnittpunkt

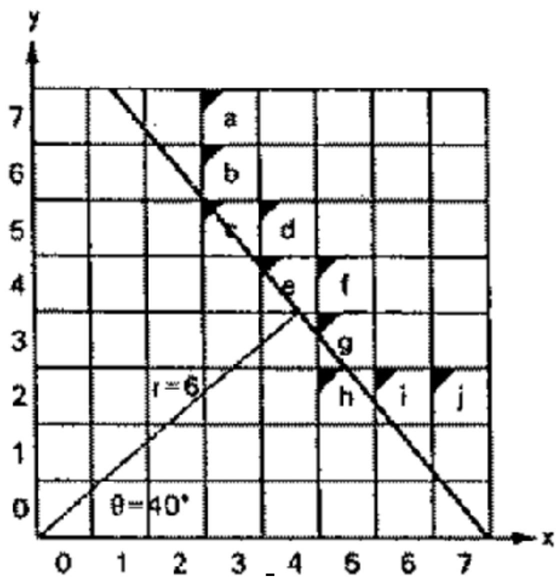




Hough-Transformation

nächster Schritt:

- Berechnung des Geradenbüschels zu jedem Kantenpunkt des binarisierten Bildes
- Diskretisierung der d, ϑ-Ebene *(Bildung von Zellen, die durch Winkel und Abstand gekennzeichnet sind. Entstehung einer Matrix aus Winkel und Abstand)*
- die Schnittpunkte werden in die d, ϑ-Matrix eingetragen (z.B. durch Erhöhung des Matrixeintrages um 1, oder durch Zuordnung der Punkte)
- viele/hohe Einträge: kollineare Bildpunkte



$d \backslash \vartheta$	0°	20°	40°	60°	80°	100°	120°	140°	160°	180°
-10										
-9										
-8										
-7										j
-6									j	i
-5									i	f g h
-4								j	g h	d e
-3								h i	f	a b c
-2							j	g	d e	
-1							h i	f	b c	
0							g	d e	a	
1						h i j	e f	c		
2						g	d	b		
3	a b c				h i j	e f	c	a		
4	d e			h	g	c d	b			
5	f g h	a b c d e h	h	e i j	c e f	b	a			
6	i	f g i	b c d e f g i	c d f g	b d	a				
7	j	j	j a	b	a					
8				a						
9										
10										

Neues Verfahren: Eigenwertanalyse der Kovarianzmatrix

•binäres Kantenbild wird als Funktion zweier Zufallsvariablen (X- und Y-Koordinaten) aufgefaßt

Kovarianzmatrix: *(auch: Varianz-Kovarianz-Matrix)*

•Varianz – Maß für mittlere quadratische Abweichung einer Zufallsgröße vom Mittelwert

•Kovarianz – Maß für Zusammenhang zweier Zufallsgrößen (lineare Abhängigkeit voneinander)

$$\begin{bmatrix} c_{xx} & c_{xy} \\ c_{yx} & c_{yy} \end{bmatrix}$$

c_{xx} - Varianz der x-Werte: $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - m_x^2$

c_{yy} - Varianz der y-Werte: $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i^2 - m_y^2$

$c_{xy} = c_{yx}$ - Kovarianz der x- und y-Werte: $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \cdot y_i - m_x \cdot m_y$

m_x, m_y -Mittelwerte der x-, y-Koordinaten

hier wird nur mit Koordinaten gerechnet!

Eigenwert einer Matrix

• Eine Zahl λ heißt Eigenwert des linearen Operators A, wenn ein Vektor $\vec{e}$ (Eigenvektor) ungleich $\vec{o}$ (Nullvektor) existiert, so daß gilt:

$$A \times \vec{e} = \lambda \vec{e} \qquad \det(A - \lambda E) = 0$$

• Bsp: für eine 2x2-Matrix existieren 2 Eigenwerte:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} \quad \det(A - \lambda E) = \begin{vmatrix} 2-\lambda & 3 \\ -1 & -2-\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2 - 1 = 0 \quad \underline{\underline{\lambda = \pm 1}}$$

• *der kleinere Eigenwert kann nach folgender Formel berechnet werden:*

$$\lambda = \frac{1}{2}\left[c_{xx} + c_{yy} - \sqrt{(c_{xx} - c_{yy})^2 + 4c_{xy}^2}\right]$$

• <u>kleinerer Eigenwert</u> der Kovarianzmatrix charakterisiert die Linearität der zusammenhängenden Punkte (Pixelgruppe)

• *je kleiner, desto höher Wahrscheinlichkeit dafür*

• *mißt "Nähe" zu singulären Matrix, im Idealfall ist Eigenwert gleich null*

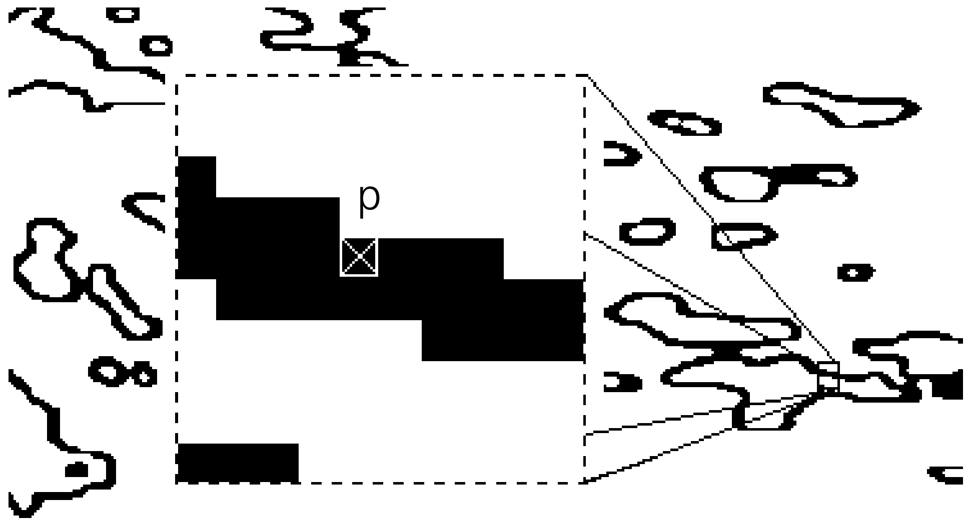
• ***d.h. bei 100-prozentig linearem Geradenstück wird die Kovarianzmatrix singulär***

Vorgehensweise

1.Schritt:

•Maske *(Fenster wie z.B. bei Filtern oder Differenzoperatoren)* mit Seitenlänge k (k>1, ungerade) wird auf Kantenpixel p platziert

•Bestimmung der Maskengröße experimentell: abhängig vom Winkel der Linie



•Familie von p:

1. Pixel müssen innerhalb der Maske liegen
2. Pixel müssen mit Pixel p verbunden sein

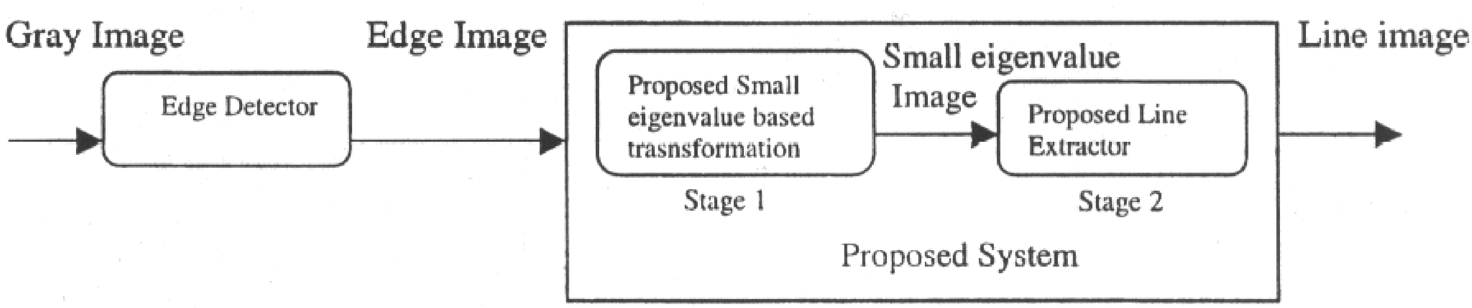
•Bestimmung des kleinen Eigenwertes der Kovarianzmatrix der Familie von p
•p gehört zu mehreren Familien, wenn er nicht isoliert ist
•nur der kleinste aller Eigenwerte wird ihm zugeordnet
•isolierte Punkte mit sehr hohem Wert belegt
•Eigenwerte werden in realen Applikationen nie genau null sein, wegen:
begrenzter Fähigkeit von Computern, reelle Zahlen zu verarbeiten
Treppeneffekte (v.a. bei geringen Auflösungen)

Vorgehensweise

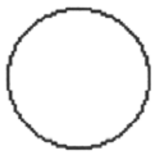
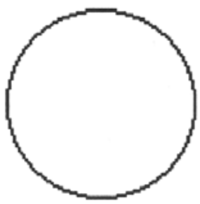
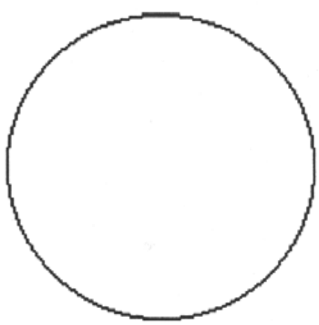
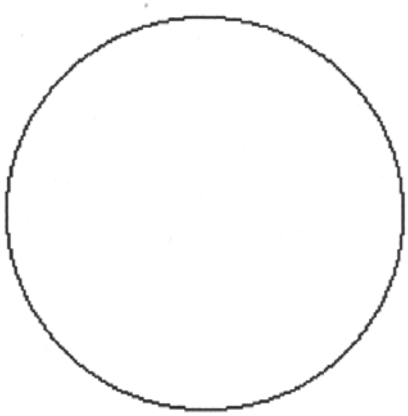
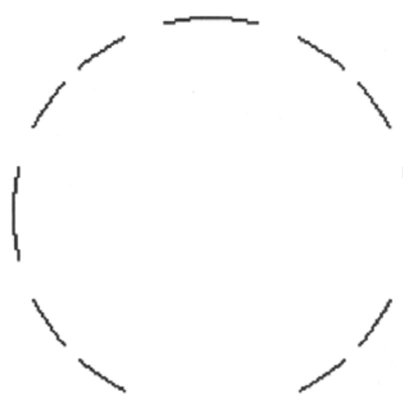
2.Schritt:

- Erstellung eines neuen Bildes: „Small Eigenvalue Image"
- „Small Eigenvalue Image" wird mit vordefiniertem Schwellwert t untersucht:
    - Unterschreitende Pixel bekommen hohen Grauwert (weiß)
    - Überschreitende Pixel bekommen kleinen Grauwert (schwarz)
- Entstehung des Ergebnisbildes mit nur noch geraden Linien

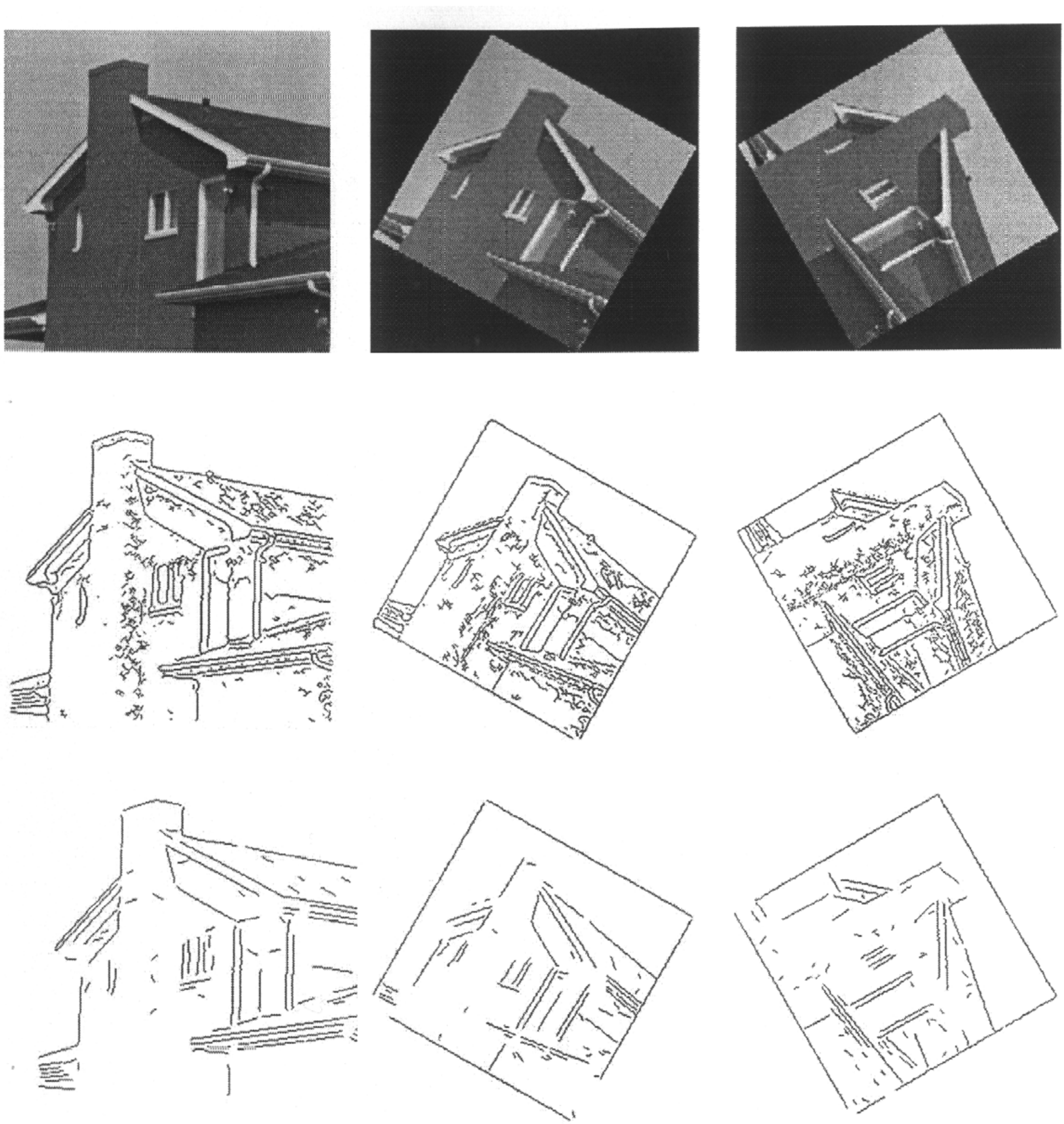
Überblick über das gesamte Verfahren:



Beispiel: synthetisches Bild: k=7, Schwellwert t = 0.085

Radius (in pixels)	Input image	Output image on application of proposed method	Remarks
20			No linear edge pixels
30			No linear edge pixels
40			No linear edge pixels
70			Breaks on the circumference corresponding to non-linear edge pixels
90			Breaks on the circumference corresponding to non-linear edge pixels

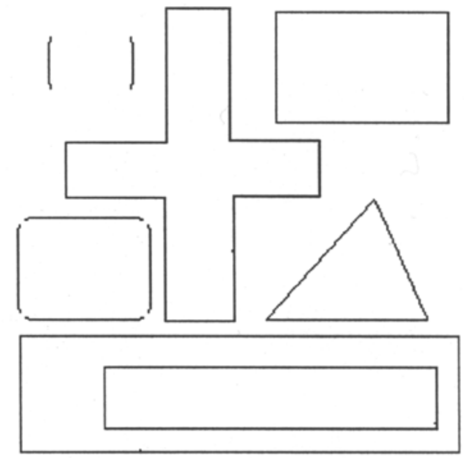
<u>Beispiel: natürliches Bild:</u> k=7..10, Schwellwert t = 0.125176..0.104368



Vergleich mit Hough-Transformation:

synthetisches Bild mit zufälligem Rauschen

nach Standard-Hough-Transformation



nach Eigenwertanalyse k=7, t = 0.125176

Vorteil der Hough-Transformation:

Unterbrechungen erlaubt

Nachteile der Hough-Transformation:

hohe Rechenzeit,
schwieriges Speichermanagement,
kurze Linien fallen kaum auf,
keine Garantie der vollständigen Verbundenheit in einer Linie

Vorteile des neuen Verfahrens:

- gefundene Linien haben im Original keine Unterbrechungen
- einfache Implementierung
- relativ geringe Rechenzeit
- vorhersagbarer Speicherverbrauch
- keine heuristische Suche

Nachteil:

- Parameterbestimmung experimentell

Quellen:

- Guru, D.S.; Shekar, B.H.; Nagabhushan, P.: A simple and robust line detection algorithm based on small eigenvalue analysis. Pattern Recognition Letters, 25 (2004), 1–13.
- Haberäcker, Peter: Digitale Bildverarbeitung. 4. Aufl., Carl Hanser Verlag München 1991
- H.Bässmann, W.Besslich: Konturorientierte Verfahren in der digitalen Bildverarbeitung
- Gerl & Muscholl - Vorlesung Bildverstehen II, Uni Stuttgart
- Tönnies, K.: Grundlagen der Bildverarbeitung