

Freihand-Editieren von mathematischen Formeln

Seminar „Mustererkennung mit syntaktischen und graphbasierten Methoden“

Maria Heym, 17.01.2006

Gliederung

1. Erschwernisse bei mathematischen Formeln
2. „Frühe“ Eingabemöglichkeiten
3. Das Freihand-Verfahren
 - 3.1. Zeichenerkennung
 - 3.2. Editierungen
 - 3.3. Parsen der Zeichenfolge
4. Einschätzung der Software
5. Folgerungen & mögliche Verbesserungen
6. Anhang

1. Erschwernisse bei mathematischen Formeln

- 2-dimensionale Struktur
- Informationen durch
 - * Zeichen
 - * relative Position

2. „Frühe“ Eingabemöglichkeiten

2.1. lineare textbasierte Eingaben

- z.B. \LaTeX
- „ausschöpfend“
- fehlerlose & effiziente automatische Übersetzung
- mentales Parsen muss vorausgehen
- Editieren relativ schwierig

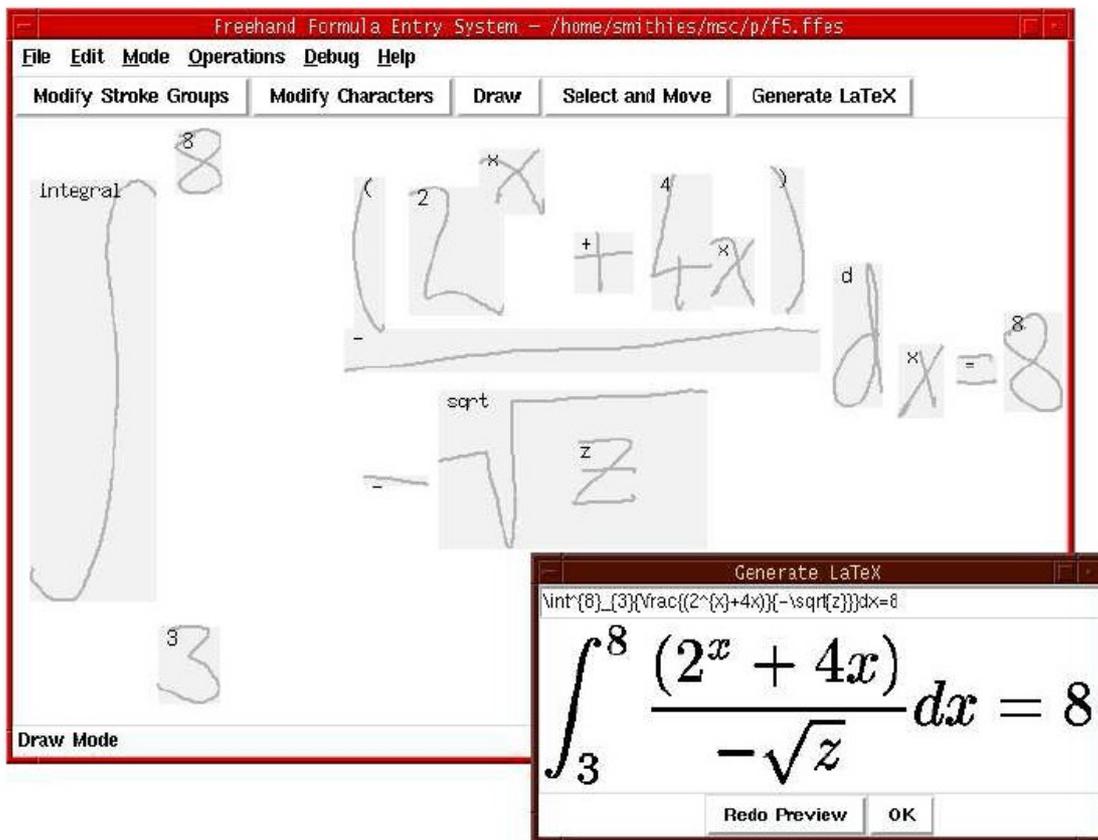
2.2. Vorlagen-basierte Editoren

- z.B. Derive 5
- Standard-Mathe-Notation
- größere strukturelle Änderungen sehr schwer
- Suche nach Symbolen nervig

2.3. bisherige Freihand-Verfahren

- ist bereits erlernt
- nur eine Arbeit in Literatur, die ausschließlich auf handschriftlicher Eingabe basiert
 - > durch deterministische Grammatik wird schon beim Schreiben die Eingabe analysiert
 - > Editieren und Löschen nur bei letztem Zeichen möglich

3. Das Freihand-Verfahren



Das User-Interface

1. Zeichenerkennung

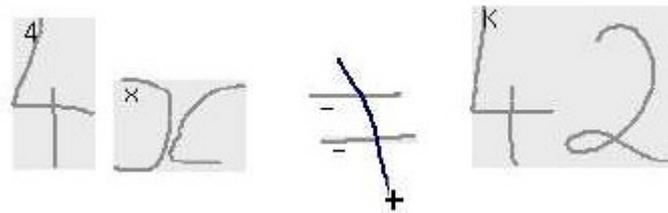
- character recogniser:
 - gibt die k wahrscheinlichsten Zeichen sortiert zurück
 - Sammlung von Trainingsdaten
 - jedes Symbol hat gewichtete Eigenschaften:
 - * normalisierte Knotenpositionen
 - * Winkelbeziehungen
 - * Verhältnis: Strichlänge <-> Boxumfang
 - * Verhältnis: Lücken <-> Strichlänge

- stroke grouping
- Annahme I: Zeichen ist fertig geschrieben, bevor ein neues begonnen wird
- Annahme II: jedes Zeichen besteht aus maximal m Strichen
- Annahme III: Striche, die sich kreuzen, gehören zusammen
- untersuche die ersten $l \leq m$ Striche auf enthaltenes Zeichen
- wähle l' mit wahrscheinlichstem Zeichen
- entferne die ersten l' Striche, fahre fort

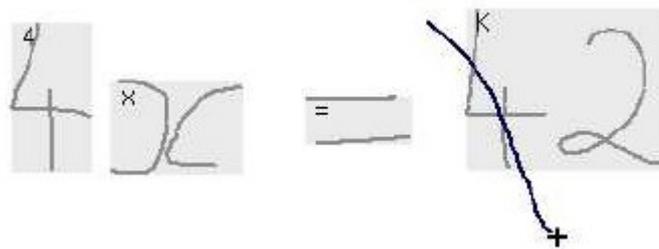
3.2. Editieren

a) Gruppierungen modifizieren

- 2 Fehler:
 - * Striche eines Zeichens in 2 Gruppen
 - * Striche von 2 Zeichen in einer Gruppe
- Linie durch alle Striche ziehen, die in eine Gruppe zusammengefasst werden sollen
- neue Zeichengruppierung wird gestartet



zwei Gruppen zu einer Gruppe zusammenfassen

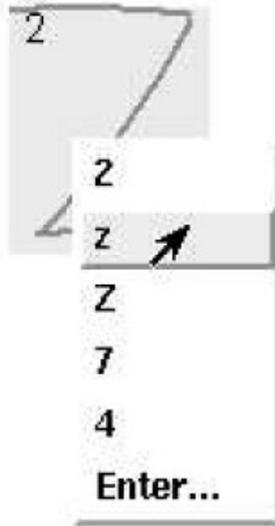


eine Gruppe in zwei Gruppen aufspalten



b) Zeichen modifizieren

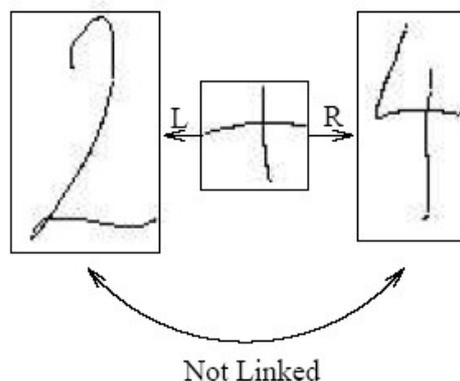
- auf falsches Zeichen klicken
- Auswahl des gewünschten Zeichens aus Pop-Up-Menü
- falls nicht enthalten: Eingabe über Tastatur



3.3. Parsen der Zeichenfolge

3.3.1. Initialgraph bauen

- Eingabe: Menge an Tupeln:
(Zeichen-ID, Bounding Box, Tupel-ID)
- Test auf *direkte* räumliche Beziehung aller
Tupelpaare

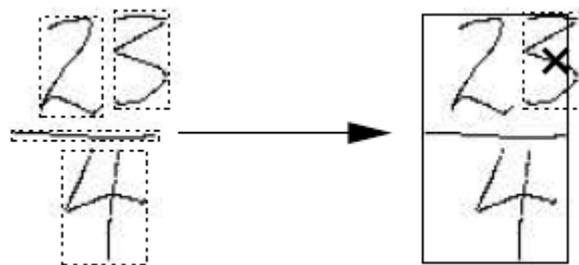


3.3.2. Lexikalische Analyse

- 2 Arten von Regeln
 - * Verallgemeinerungen
 - * einfache Verkettungen

3.3.3. Hauptparsing-Phase

- Backtracking-Algorithmus
- Zusammenlegen von mehreren Subgraphen zu neuem Subgraphen
- jeder Regel wird eine Priorität zugeordnet
 - > Vermeidung von Zweideutigkeiten
- nach jeder Anwendung einer Regel:
Neuberechnung der Bounding Boxes und der Beziehungen zueinander
- „Nothing Inside Test“: Keine andere Box darf in neuer Bounding Box sein
 - > sonst Backtracking
- Regeln solange ausgeführt, bis nur noch ein (Sub-)Graph, oder keine Regel mehr anwendbar



„Nothing Inside Test“

Nachteile :

- nur vollständige Formeln parsen
- nur einzelne Formeln

4. Einschätzung der Software

- System liefert oft die richtige Interpretation, jedoch erst nach einigen Minuten Backtracking
- teils unnachvollziehbare Zeichenerkennung
- recht hoher Anteil an Falschgruppierungen und Falscherkennungen (13% aller eingegebenen Zeichen)
- wenn character recogniser vorher mit Vergleichsschrift trainiert wurde: 95% Erkennungsrate

$$(1) \quad x^2 + 4$$

$$(2) \quad \int x^2 + 4 dx$$

$$(3) \quad \int_0^2 \frac{x^2 + 4}{4} dx$$

$$(4) \quad \sum_{z=0}^9 z^3 + 4z + 2$$

$$(5) \quad \int_3^8 \frac{(2^x + 4x)}{-\sqrt{z}} dx = 8$$

Expression	\LaTeX	MS Equation Editor	Our System Entry Only	Our System Total Time
1	3	5	7	16
2	6	11	12	25
3	14	23	21	31
4	14	18	26	41
5	23	35	28	41
Total time (s)	60	92	94	154

Ohne Parsen könnte dieses System es mit bekannten Eingabesystemen aufnehmen...

5. Folgerungen & mögliche Verbesserungen

- ist intuitiv
- sofortiges Arbeiten möglich
- Stärken: komplexe Formeln & Editieren
- mögliche Verbesserungen
 - * Optimierung des Parsing-Moduls
 - * Feedback-Mechanismus während des Parsens
 - * automatisches Sammeln von Trainingsdaten bei jeder Anwendung des Systems
 - * gegenseitiges Feedback zwischen Parser und character recogniser

Vielen Dank fürs Zuhören

6. Anhang

6.1. Beispiel Latex

• $f(a) = \frac{1}{2\pi i} \int_0^{2\pi} \frac{f(e^{i\theta})}{T^{-1}(e^{i\theta})} \frac{d}{d\theta} (T^{-1}(e^{i\theta})) d\theta$

$$f(a) = \frac{1}{2\pi i} \int_0^{2\pi} \frac{f(e^{i\theta})}{T^{-1}(e^{i\theta})} \frac{d}{d\theta} (T^{-1}(e^{i\theta})) d\theta$$

6.2. Beispiel Derive 5

#1:
$$\frac{x^2 + 4 \cdot x}{- \sqrt{2}}$$

Analysis Integrieren #1

Variable: x

Integral Bestimmtes Unbestimmtes

Bestimmtes Integral
Obere Grenze: 8
Untere Grenze:

Unbestimmtes Integral
Konstante:

OK Vereinfachen Abbrechen

$(2^x + 4 \cdot x) / (- \text{sqrt}(2))$

Mathematical symbols: $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon, \zeta, \eta, \theta, \iota, \kappa, \lambda, \mu, \nu, \xi, \omicron, \pi, \rho, \sigma, \tau, \upsilon, \phi, \chi, \psi, \omega, \aleph, \beth, \Delta, \nabla, \Gamma, \Lambda, \Xi, \Theta, \Pi, \Sigma, \Upsilon, \Phi, \Psi, \Omega$

Mathematical symbols: $(, [, \{, +, *, \wedge, \%, =, <, \leq, \geq, >, \vee, \neg, \cup, \cap, \rightarrow, \leftarrow, \in, \pi, \infty, \int, \frac{1}{}, \} , - , \sqrt{\quad}, \pm, \neq, \approx, \gg, \ll, \rightarrow, \leftarrow, \subseteq, \supseteq, \ni, \downarrow, \uparrow, \cdot, \cdot, \cdot$

6.3. Quellen:

- Steve Smithies / Kevin Novins / James Arvo: Equation entry and editing via handwriting and gesture recognition. Behaviour and Information Technology 20 (1) (2001), 53–67
- auch zu finden unter:
<http://www.cs.auckland.ac.nz/~novins/Publications/Smithies01.pdf> (letzter Zugriff: 16. 10. 2006)