BTU Cottbus, LS Grafische Systeme
Prof. Dr. W. Kurth, Dr. E. Roth

Grundzüge der Computergrafik (WS 2006/07)
Übungsblatt 4

Aufgabe 1 (Transformationen, homogene Koordinaten)

Gegeben sei die Menge A im R^3 durch
$A = \{ (x, y, z, w)^T \mid 4x - 3y + z - 5w = 0 \}$ in homogenen Koordinaten.

(a) Man zeige: A stellt eine Ebene dar. Man gebe 3 Punkte auf A an.

(b) A werde einer Scherung S entlang der x-Achse unterworfen:

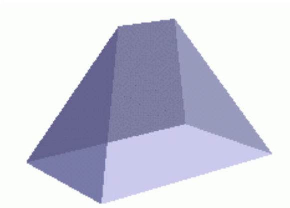
$$S = \begin{pmatrix} 1 & 0{,}5 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Man gebe eine Gleichung der Bildebene von A unter dieser Transformation an.

(c) Man kontrolliere an diesem Beispiel, dass für einen Normalenvektor n' der Bildebene tatsächlich (wie in der Vorlesung behauptet) gilt: $n' = (S^{-1})^T \cdot n$, wobei n der alte Normalenvektor ist.

Aufgabe 2 (solid modelling)

Ein Hausdach D werde durch einen Körper mit rechteckiger Grundfläche modelliert, der sich nach oben (d.h. in y-Richtung) zu einem First verjüngt (siehe Abbildung, perspektivische Ansicht, transparent).



Die Eckpunktskoordinaten der Grundfläche seien (1; 2; 1), (4; 2; 1), (4; 2; –1), (1; 2; –1), der Dachfirst verlaufe 2 Längeneinheiten in x-Richtung und liege 2 Längeneinheiten über der Grundfläche und parallel zu dieser. Das Dach sei symmetrisch gebaut.

(a) Fertigen Sie eine Skizze des Körpers D an, versehen Sie die 6 Ecken und die 5 Seitenflächen (Facetten) von D mit Indices und stellen Sie jede der Seitenflächen als Liste von Ecken-Indices dar. Achten Sie dabei auf einheitliche positive Orientierung für alle Seitenflächen.

(b) Stellen Sie die Objektmatrix M_D für die Eckenmenge von D in homogenen Koordinaten auf.

(c) D werde unter einer perspektivischen Projektion mit Zentrum bei (–1; 0; 0) auf die yz-Ebene abgebildet. Berechnen Sie die Objektmatrix der Bildpunkte der Ecken von D.

(d) Zeichnen Sie das aus (c) resultierende Projektionsbild von D (wählen Sie y als Hochachse).

Aufgabe 3 (Sichtbarkeitstest / back face culling)

Gegeben ist ein Tetraeder mit den 4 Eckpunkten $A = (1; 0; 0)$, $B = (3; 0; 0)$, $C = (1; 0; -2)$, $D = (1; 4; 0)$.

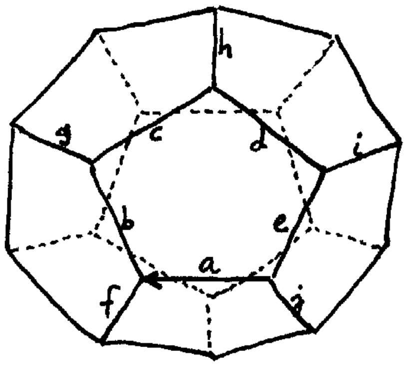
(a) Zeichnen Sie diesen Körper als Drahtmodell in Kabinettperspektive.

(b) Berechnen Sie für jede der 4 Seitenflächen einen nach außen weisenden Normalenvektor.

(c) Das Objekt soll aus der Richtung $v = (0;\ 1;\ 2)^T$ betrachtet werden (parallele Sehstrahlen, "unendlicher" Abstand). Führen Sie das *back face culling* durch, indem Sie jeden der 4 Normalenvektoren mit dem Blickvektor $(-v)$ in Beziehung setzen. Welche der Seitenflächen sind potenziell sichtbar, welche entartet zu einem Strich?

Aufgabe 4 (boundary representation)

Gegeben ist ein regelmäßiges Dodekaeder (siehe Abb.).



(a) Es sei v die Anzahl der Ecken (vertices), e die Anzahl der Kanten (edges), f die Anzahl der Seitenflächen (faces) dieses Polyeders. Überprüfen Sie die Gültigkeit der Formel

$$v + f = e + 2$$

(Eulerscher Polyedersatz) in diesem konkreten Fall.

(b) Geben Sie für die 5 Kanten der vordersten Seitenfläche bei vorgegebener Orientierung von *a* (Pfeil in der Zeichnung) die Listeneinträge der *winged-edge*-Datenstruktur für die Kanten an (ncw = *next clockwise*, pccw = *previous counterclockwise* usw.).

	ncw	pcw	nccw	pccw
a				
b				
c				
d				
e				