

Grundzüge der Computergrafik (WS 2005/06) Übungsblatt 4

Aufgabe 1 (Bézier-Kurven)

Die vier Punkte $P_0 = (0; 2)$, $P_1 = (2; 6)$, $P_2 = (7; 4)$, $P_3 = (8; 1)$ seien die Kontrollpunkte einer kubischen Bézier-Kurve $Q(t)$.

(a) Stellen Sie die Parametergleichung dieser Kurve auf ($t \in [0; 1]$).

(b) Bestimmen Sie mittels des de Casteljau-Algorithmus rechnerisch und zeichnerisch (durch iterierte Streckenteilung) den Kurvenpunkt für $t = 3/4$.

Aufgabe 2 (Coons-Flächen)

$Q(u, 0)$ stelle für $u \in [0; 1]$ einen Halbkreis mit Mittelpunkt 0 und Radius 1 in der positiven xz -Halbebene dar, $Q(u, 1)$ einen Halbkreis mit demselben Mittelpunkt und Radius in der positiven xy -Ebene. Die Kurven $Q(0, v)$ u. $Q(1, v)$ seien jeweils zu einem Punkt $(1; 0; 0)$ bzw. $(-1; 0; 0)$ entartet. Man berechne den Coons-Patch mit linearen Blendingfunktionen, der von diesen Randkurven aufgespannt wird.

Aufgabe 3 (Transformationen in der Ebene) = Aufgabe 4 (b-d) von Übungsblatt 1

Die folgenden Transformationen der Ebene sind lineare Abbildungen:

f_1 : Spiegelung an der Winkelhalbierenden $y = x$;

f_2 : Rotation um den Winkel α um den Koordinatenursprung;

f_3 : isotrope, zentrische Streckung um den Faktor c ($\neq 0$) vom Ursprung aus;

f_4 : Scherung entlang der x -Achse mit $f_4 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$;

f_5 : Projektion entlang der Winkelhalbierenden $y = x$ auf die y -Achse.

(a) Geben Sie für jede der Transformationen die Matrix-Darstellung M_i an. (Spaltenvektor-

Notation: $f_i \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = M_i \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$.)

(b) Berechnen Sie die Matrix der Komposition $f_1 \circ f_2 \circ f_4$.

(c) Bestimmen Sie die inverse Matrix zu M_4 .

Aufgabe 4 (Transformationen in der Ebene)

Man zerlege die Transformation, die einen Objektpunkt $Q \in \mathbb{R}^2$ an der Geraden mit der Gleichung $y = mx + b$ spiegelt, in elementare Transformationen.

Aufgabe 5 (Koordinatentransformation)

Das $x'y'$ -Koordinatensystem sei durch eine Rotation um 90° aus dem xy -Koordinatensystem hervorgegangen. Wie lautet die Gleichung der Geraden $y' = mx' + b$ in xy -Koordinaten?

Aufgabe 6 (Fenster-Transformation in der Ebene)

Man bestimme die allgemeine Form der affinen Transformation, die ein rechteckiges Fenster mit dem x -Bereich $x_{w_{\min}}$ bis $x_{w_{\max}}$ und dem y -Bereich $y_{w_{\min}}$ bis $y_{w_{\max}}$ auf einen rechteckigen Viewport mit dem x -Bereich $x_{v_{\min}}$ bis $x_{v_{\max}}$ und dem y -Bereich $y_{v_{\min}}$ bis $y_{v_{\max}}$ abbildet.

Aufgabe 7 (Transformationen im Raum)

(a) Wie lautet die Matrix der 180° -Drehung um die Achse mit dem Richtungsvektor $(1; 0; 1)$, die durch den Nullpunkt geht?

(b) In welchen Punkt wird der Punkt $(-4; 2; 3)$ durch diese Transformation gedreht?