BTU Cottbus, Institut für Informatik
Prof. Dr. W. Kurth, Dr. E. Roth

Grundzüge der Computergrafik

Übungsblatt 4

Aufgabe 1 (Transformationen in der Ebene)
Man zerlege die Transformation, die einen Objektpunkt $Q \in \mathrm{R}^2$ an der Geraden mit der Gleichung $y = mx + b$ spiegelt, in elementare Transformationen.

Aufgabe 2 (Koordinatentransformation)
Das $x'y'$-Koordinatensystem sei durch eine Rotation um 90° aus dem xy-Koordinatensystem hervorgegangen. Wie lautet die Gleichung der Geraden $y' = mx' + b$ in xy-Koordinaten?

Aufgabe 3 (Fenster-Transformation in der Ebene)
Man bestimme die allgemeine Form der affinen Transformation, die ein rechteckiges Fenster mit dem x-Bereich $xw_{\min}$ bis $xw_{\max}$ und dem y-Bereich $yw_{\min}$ bis $yw_{\max}$ auf einen rechteckigen Viewport mit dem x-Bereich $xv_{\min}$ bis $xv_{\max}$ und dem y-Bereich $yv_{\min}$ bis $yv_{\max}$ abbildet.

Aufgabe 4 (Transformationen im Raum)
(a) Wie lautet (in homogenen Koordinaten) die Matrix der 180°-Drehung um die Achse mit dem Richtungsvektor (1; 0; 1), die durch den Nullpunkt geht?
(b) Im Anschluss an diese Transformation wird eine Verschiebung um den Vektor $v = (2; 0; 2)$ durchgeführt. Wie lautet die Matrix der zusammengesetzten Abbildung (Schraubung)?
(c) Kommt es hier auf die Reihenfolge beider Abbildungen an?

Aufgabe 5 (perspektivische Projektion)
W sei der um den Nullpunkt zentrierte, achsenparallele Einheitswürfel im R^3.
(a) Man stelle die Objektmatrix für die Eckenmenge von W in homogenen Koordinaten auf.
(b) Unter der perspektivischen Projektion mit Zentrum bei (0; 0; –2), d.h. mit $d = 2$, wird W auf die xy-Ebene projiziert. Berechnen Sie die Objektmatrix der Bildpunkte der Ecken von W.
(c) Zeichnen Sie das Projektionsbild von W.

Aufgabe 6 (kubische Splines)
Durch die vorgegebenen Punkte $P_0 = (1; 1)$, $P_1 = (2; 2)$, $P_2 = (3; 1)$ soll eine kubische Splinekurve aus 2 Segmenten gelegt werden. Der Parameterbereich sei [–1; 1] mit den Stützstellen $t_0 = -1$; $t_1 = 0$; $t_2 = 1$. Im Startpunkt P_0 sei der Tangentenvektor (0; 1), in P_2 sei er (0; –1). Man bestimme die 4 kubischen Komponentenfunktionen (für jedes Teilintervall und für jede Komponente x, y je eine kubische Funktion in t).

Aufgabe 7 (Coons-Flächen)
$Q(u, 0)$ stelle für $u \in [0; 1]$ einen Halbkreis mit Mittelpunkt 0 und Radius 1 in der positiven xz-Halbebene dar, $Q(u, 1)$ einen Halbkreis mit demselben Mittelpunkt und Radius in der positiven xy-Ebene. Die Kurven $Q(0, v)$ u. $Q(1, v)$ seien jeweils zu einem Punkt ((1; 0; 0) bzw. (–1; 0; 0)) entartet. Man berechne den Coons-Patch mit linearen Blendingfunktionen, der von diesen Randkurven aufgespannt wird.

Aufgabe 8 (Sichtbarkeitstest / back face culling)
Gegeben ist ein Tetraeder mit den 4 Eckpunkten $A = (1; 0; 0)$, $B = (3; 0; 0)$, $C = (1; 0; -2)$, $D = (1; 4; 0)$.
(a) Zeichnen Sie diesen Körper als Drahtmodell in Kabinettperspektive.
(b) Berechnen Sie für jede der 4 Seitenflächen einen nach außen weisenden Normalenvektor.
(c) Das Objekt soll aus der Richtung $v = (0; 1; 2)^T$ betrachtet werden (parallele Sehstrahlen, "unendlicher" Abstand). Führen Sie das *back face culling* durch, indem Sie jeden der 4 Normalenvektoren mit dem Blickvektor $(-v)$ in Beziehung setzen. Welche der Seitenflächen sind potenziell sichtbar, welche entartet zu einem Strich?