

## 11. Lokale Beleuchtungs- und Schattierungsverfahren

- *Beleuchtungsmodelle (illumination models, lighting models)* beschreiben die Faktoren, die die Farbe eines Objekts an einem Punkt bestimmen
- *Shading models* beschreiben, wann und wie ein Beleuchtungsmodell angewendet wird – und erfüllen häufig (auch) den Zweck der *visuellen Glättung* von Polygonnetzen

### Prinzipien der Materie-Licht-Interaktion

Interaktion wird bestimmt durch Eigenschaften der Lichtquelle, optische Eigenschaften des beleuchteten Materials und eventuell durch weitere Objekte (Atmosphäre: Nebel, Dunst..., Spiegelung anderer Objekte...)

Struktur, Aufbau und Bearbeitung der Oberfläche bestimmen die optischen Eigenschaften

⇒ komplexes Problem!

Ziele:

- Realitätsnähe der Bilder
- Erleichterung der Objekterkennung durch den Menschen ("shape from shading")
- schneller Bildaufbau

Physikalische Grundlagen:

- geometrische Optik (Strahlenoptik)
- Wellenoptik
- Quantenoptik

Phänomene, die eine Rolle spielen können:

*Reflektion, Transmission, Absorption, Diffraktion (Beugung), Refraktion (Brechung), Dispersion (Streuung), Interferenz, Polarisation...*

In der Computergrafik wurde beträchtlicher Aufwand in die Modellierung und Simulation dieser Effekte (insbes. der Reflektion) investiert!

## Physikalische Grundlagen zu Beleuchtungsmodellen

(nach Krömker 2001)

### *Radiometrie und Photometrie*

**Radiometrie:** Physikalische Beschreibung elektromagnetischer Energie, z.B. Betrag der Lichtenergie je Wellenlänge

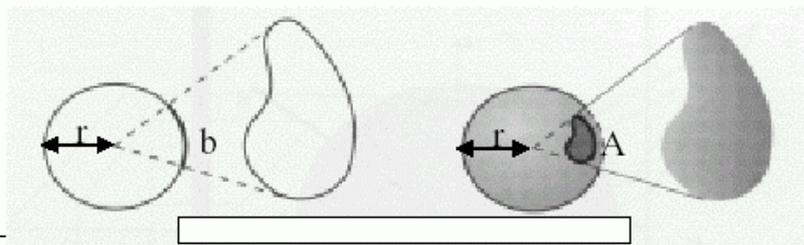
**Photometrie:** psychophysikalische Messung der "visuellen Energie", die von der elektromagnetischen Strahlung induziert wird

Menschliche Augen sind empfindlich für elektromagnetische Strahlung zwischen ca. 380 nm und 770 nm (jedoch in unterschiedlichem Maß empfindlich für verschiedene Wellenlängen); siehe Kap. 2.

### Radiometrische Grundgrößen

#### *Raumwinkel*

räumliches Winkelmaß  $\omega$ , das analog zum Bogenwinkel in der Ebene definiert wird:



Bogenmaß: Verhältnis  $b/r$  der überdeckten Strecke  $b$  zum Radius  $r$  des Kreises. Es gilt stets  $0 \leq b \leq 2\pi r$ . Die Einheit für den Winkel ist rad.

Raumwinkel: Verhältnis der durch  $A$  überdeckten Fläche zum Quadrat des Kugelradius  $r$   $\omega = \frac{A}{r^2}$ . Die Einheit des Raumwinkels ist sr.

Der volle Raumwinkel ist per Definition die Fläche einer Einheitskugel, hat also die Größe  $4\pi sr$ .

(sr = steradian, "stereo radiant")

Zwischen dem Differential  $d\omega$  des Raumwinkels und den Polarkoordinaten-Winkeln  $\theta$  (= Winkel zum Zenith) und  $\phi$  besteht der folgende Zusammenhang:

$$d\omega = \sin \theta \, d\theta \, d\phi$$

(wichtig für Integralberechnungen, wenn über räumliche Winkelfelder integriert werden soll).

*Strahlungsenergie* (radiant energy)  $Q$ : wichtigste Größe der Radiometrie. Einheit J (Joule).

*Strahlungsenergiedichte* (radiant energy density)  $U$ : Strahlungsenergie pro Einheitsvolumen.  $U = dQ/dV$ ; Einheit  $J/m^3$ .

*Strahlungsleistung*, auch: Strahlungsfluss (radiant flux)  $\Phi$ : zeitliche Ableitung der Strahlungsenergie.  $\Phi = dQ/dt$ ; Einheit  $J/s = W$  (Watt).

*Strahlstärke* oder *Intensität* (Intensity)  $I$  einer Strahlungsquelle: Strahlungsleistung pro Einheitsraumwinkel.  $I = d\Phi/d\omega$ ; Einheit  $W/sr$  (Watt pro Steradian).

*Bestrahlungsstärke* (Irradiance): pro Fläche auftreffende Strahlungsleistung bei einem bestrahlten Objekt.  $E = d\Phi/dA$ ; Einheit  $W/m^2$ .

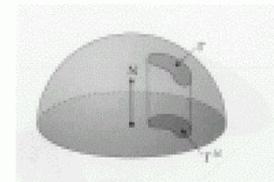
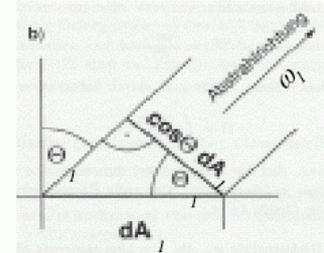
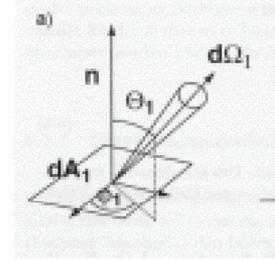
Die Bestrahlungsstärke nimmt mit dem Quadrat der Entfernung zur Strahlungsquelle ab.

Die entsprechende Sendegröße (für eine Strahlungsquelle) heißt *spezifische Ausstrahlung* oder *Radiosity*.  $E = d\Phi/dA$  (für Lichtquelle); Einheit  $W/m^2$ .

Die von einem Flächenelement  $dA_1$  in Richtung des infinitesimalen Raumwinkels  $d\omega_1$  abgestrahlte Leistung, d.h. der Fluß in Richtung  $\omega_1$ , ist zum einen zur Fläche dieses Flächenelements und zum anderen zum Kosinus des durch  $\omega_1$  definierten Winkels  $\theta_1$  proportional. Die Proportionalität zum Kosinus dieses Winkels rührt daher, daß die aus Richtung  $\omega_1$  gesehene Fläche  $dA_1$  um den Faktor  $\cos\theta_1$  verkürzt erscheint. Es gilt

$$d^2\Phi_{e1} = L_{e1} \cos\theta_1 dA d\omega_1$$

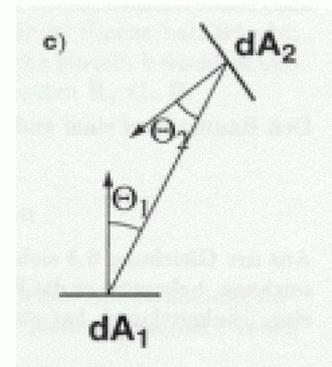
Die neu eingeführte Proportionalitätsgröße  $L_{e1}$  heißt Strahldichte (Radiance). Sie hat die Einheit  $1\text{ W sr}^{-1} \text{ m}^{-2}$ . Man kann sie als Leistung pro Einheitsraumwinkel pro projizierter Einheitsfläche interpretieren.



## Grundgesetz der Strahlungsübertragung

Daraus erhält man das wichtige Grundgesetz der Strahlungsübertragung, das die differentielle Strahlungsleistung beschreibt, die ein differentielles Flächenelement  $dA_1$  abstrahlt und die von einem differentiellen Flächenelement  $dA_2$  im Abstand  $r$  von  $dA_1$  aufgenommen wird:

$$\begin{aligned} d^2\Phi_e &= L_{e1} \cos\theta_1 dA_1 d\omega_1 \\ &= L_{e1} \cos\theta_1 dA_1 \frac{\cos\theta_2}{r^2} dA_2 \\ &= L_{e1} \frac{\cos\theta_1 \cos\theta_2}{r^2} dA_1 dA_2 \end{aligned}$$



( $\theta_1, \theta_2$  sind die Winkel zu den Flächennormalen von abstrahlender und empfangender Fläche, siehe Skizze.)

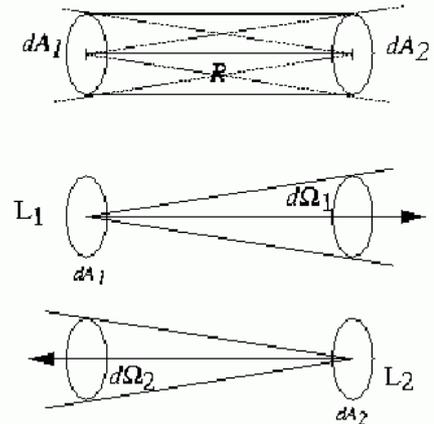
Wegen der Energieerhaltung ist ausgestrahlte und empfangene Leistung gleich. (Streng genommen gilt diese Beziehung nur im Vakuum, da keinerlei Dämpfung der Strahlung durch das zwischen  $dA_1$  und  $dA_2$  liegende Medium berücksichtigt wird.)

Die Beziehung  $d\Phi_{e1} = d\Phi_{e2}$  liefert

$$L_{e1} = L_{e2},$$

d.h. die Strahldichte (Radiance) ändert sich auf dem Weg der Lichtausbreitung nicht.

Bei Strahlverfolgungsverfahren (Raytracing) muß also diese Größe auf dem Weg des Lichts verfolgt werden.



## Photometrische Grundgrößen

Der Zusammenhang zwischen radiometrischen und photometrischen Größen wird durch die *Helligkeitsempfindlichkeitsfunktion* des menschlichen visuellen Wahrnehmungssystems hergestellt (relative Empfindlichkeit in Abhängigkeit von der Wellenlänge; unterschiedliche Funktionen für hell- und dunkeladaptiertes Sehen).

Durch Gewichtung der radiometrischen Größen mit der Helligkeitsempfindlichkeitsfunktion und anschließende Integration über alle Wellenlängen  $\lambda$  sowie Multiplikation mit einem (m.o.w. willkürlichen) Proportionalitätsfaktor  $K_m$  erhält man die entsprechenden photometrischen Größen.

Es ergeben sich unterschiedliche Empfindlichkeitsfunktionen und unterschiedliche Proportionalitätsfaktoren für Hell- und Dunkelsehen.

## Lichtstärke

Die Lichtstärke  $I_v$  ist das photometrische Gegenstück zur Strahlstärke  $I_e$ . Die Bedeutung der Lichtstärke für die Photometrie wird dadurch deutlich, daß sie eine eigene SI-Basiseinheit bekommt, nämlich die Candela (cd).

**Definition** (Candela) Eine Candela ist die Lichtstärke in einer bestimmten Richtung einer Strahlungsquelle, die monochromatische Strahlung der Frequenz 540THz (entspricht der Wellenlänge von ca. 555nm) aussendet und deren Strahlstärke in dieser Richtung  $\frac{1W}{683sr}$  beträgt.

Mit dieser Definition sind die Proportionalitätsfaktoren  $K_m$  und  $K_m'$  festgelegt. Für

das helladaptierte Sehen gilt:  $K_m = 683 \frac{cd}{Wsr^{-1}}$

Für das dunkeladaptierte Sehen:  $K_m' = 1725 \frac{cd}{Wsr^{-1}}$

Der höhere Wert für das dunkeladaptierte Sehen zeigt die wesentlich höhere Empfindlichkeit des Auges im dunkeladaptiven Zustand.

Das photometrische Gegenstück zur Bestrahlungsstärke ist die Beleuchtungsstärke. Die Einheit der Beleuchtungsstärke ist das **Lux**, abgekürzt *lx*.

(engl. *illuminance*.)

Photometrisches Gegenstück zur Strahlungsleistung ist der **Lichtstrom** (luminous flux), Einheit Lumen (*lm*).  $1 \text{ lm} = 1 \text{ lx} \cdot \text{m}^2$ .

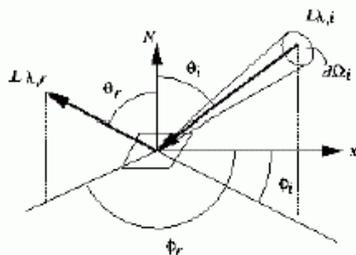
## Reflektion

Auf eine Fläche trifft Strahlung auf (mit einer bestimmten Bestrahlungsstärke  $E$ ) und wird (z.T.) wieder ausgesendet.

### BRDF

Die Reflexion von Strahlung wird durch den spektralen Reflexionsfaktor beschrieben, der das Verhältnis von **reflektierter Strahlendichte** zur **einfallenden Bestrahlungsstärke** angibt

$$\rho(\lambda, \phi_r, \theta_r, \phi_i, \theta_i) = \frac{L_{\lambda,r}(\lambda, \phi_r, \theta_r)}{E_{\lambda,i}(\lambda, \phi_i, \theta_i)} = \frac{\text{reflektierte Strahlendichte} [\text{Wsr}^{-1}\text{m}^{-2}]}{\text{einfallende Bestrahlungsstärke} [\text{Wm}^{-2}]}$$



Index i: einfallende Strahlung  
Index r: reflektierte Strahlung

In der englischen Literatur wird diese Größe „**bidirectional reflection distribution function (BRDF)**“ genannt.

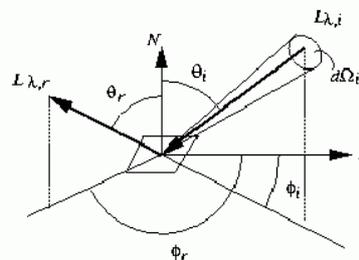
Manche Autoren definieren die BRDF als

$$\rho(\lambda, \phi_r, \theta_r, \phi_i, \theta_i) = \frac{I_{\lambda,r}(\lambda, \phi_r, \theta_r)}{\Phi_{\lambda,i}(\lambda, \phi_i, \theta_i)} = \frac{\text{reflektierte Strahlungsstärke} [\text{Wsr}^{-1}]}{\text{einfallende Strahlungsleistung} [\text{W}]}$$

Für infinitesimal kleine Flächen sind diese Definitionen identisch.

Ferner gilt:

$$E_{\lambda,i}(\lambda, \phi_i, \theta_i) = \int L_{\lambda,i}(\lambda, \phi_i, \theta_i) \cos \theta_i d\Omega_i$$



## Eigenschaften der BRDF

Wichtige Eigenschaften von (BRDF) für die Beleuchtungsmodelle der GDV sind:

1. Reziprozität:  $\rho_\lambda$  ändert sich nicht, wenn Einfallswinkel und Ausfallswinkel vertauscht werden. Hierauf beruht u.a. das Raytracing.
2.  $\rho_\lambda$  ist im allgemeinen anisotrop: Wird bei gleicher Einfallswinkel- und Ausfallswinkelrichtung die Fläche um die Normale verdreht, so ändert sich der Anteil des reflektierten Lichts. Typische Beispiele sind Stoffe oder Metalleffektlacke.
3. Superposition: Trifft in einem Punkt Licht aus mehreren Richtungen ein, so beeinflussen sich die einzelnen Reflexionen nicht, sondern können linear überlagert werden. Durch Integration über alle Einfallswinkelrichtungen erhält man:

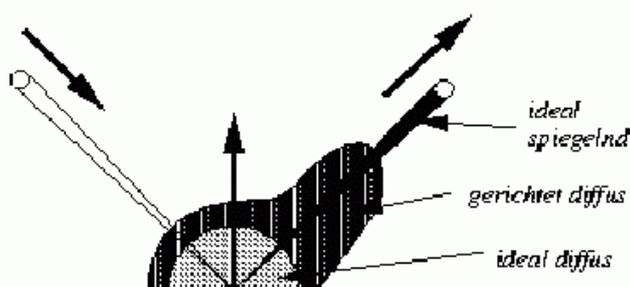
$$L_r = \int_{\Omega_i} \rho L_i \cos \theta_i d\Omega_i$$

Der Reflexionsfaktor ist wegen der Energieerhaltung immer positiv. Da er auf den Raumwinkel bezogen ist und die Dimension (Raumwinkel<sup>-1</sup>) besitzt, kann er im Extremfall den Wert  $\infty$  annehmen. Deshalb wird in der GDV, besonders bei den empirischen Beleuchtungsmodellen, stattdessen mit dem Reflexionsgrad  $r$  gearbeitet, der das Verhältnis von reflektierter zu einfallender Bestrahlungsstärke angibt und deshalb dimensionslos ist:

$$r_\lambda = \frac{E_{\lambda,r}}{E_{\lambda,i}}, \quad 0 \leq r_\lambda \leq 1$$

### Arten des Reflektionsverhaltens:

- ideal diffus
- ideal spiegelnd
- gerichtet diffus (Mischform)



### *Ideal diffuse Reflektion:*

reflektierte Leuchtdichte ist unabhängig von der Abstrahlungsrichtung. "Lambert'sche Reflektion".

Auf dieser Art der Reflektion beruht im Radiosity-Verfahren (siehe nächstes Kapitel) der modellierte Austauschmechanismus für Licht zwischen den Oberflächen der Objekte.

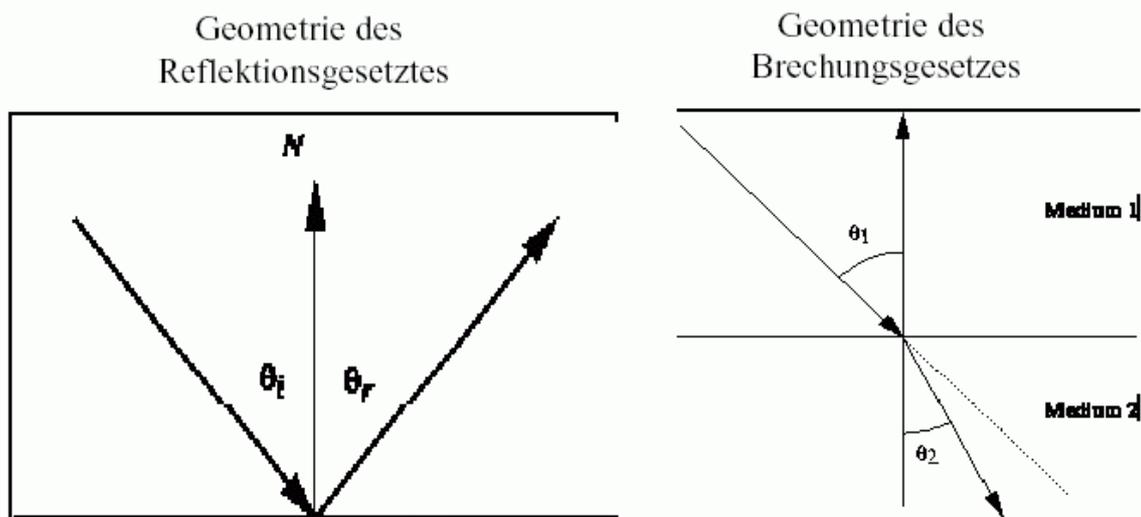
### *Ideal spiegelnde Reflektion:*

der einfallende und der reflektierte Strahl bilden mit der Normalen der reflektierenden Oberfläche gleiche Winkel. Einfallender Strahl, reflektierter Strahl und Oberflächennormale liegen in einer Ebene.

In Polarkoordinaten über der reflektierenden Fläche (Normalenrichtung = Zenith):

$$\theta_r = \theta_i \text{ und } \phi_r = \phi_i + \pi \quad (\text{Index } r: \text{reflected, } i: \text{incoming}).$$

Konventionelles Raytracing beruht auf diesem einfachen Reflexionsgesetz.



Das Brechungsgesetz (Snellius, 1620) besagt: Einfallender Strahl, Normale und gebrochener Strahl liegen in einer Ebene. Der Sinus des Einfallswinkels steht zum Sinus des Brechungswinkels in einem konstanten Verhältnis, das nur von der Natur der beiden Medien abhängt .

In Formeln:

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \Leftrightarrow \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{n_2}{n_1} = \text{const.}$$

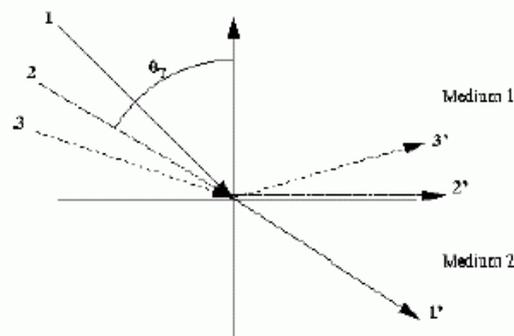
$n_1$  bzw.  $n_2$  sind dabei die Brechzahlen (Brechungsindizes) der Medien. Die Brechzahl ist definiert als das Verhältnis der Lichtgeschwindigkeit im Vakuum zur Lichtgeschwindigkeit im betreffenden Medium. Der Brechungsindex des Vakuums ist gleich 1.

## Totalreflexion

Bei der Brechung eines Lichtstrahls ist noch zu beachten, daß beim Übergang von einem optisch dünneren in ein optisch dichteres Medium, also für  $n_2 > n_1$ , der Lichtstrahl stets zum Einfallslot hin gebrochen wird. Dies kann aus Gleichung direkt hergeleitet werden. Trifft dagegen Licht von einem optisch dichteren in ein dünneres Medium ( $n_2 < n_1$ ), so wird es vom Einfallslot weggebrochen. Es gibt dann einen Einfallswinkel  $\theta_T$ , zu dem ein Brechungswinkel von  $90^\circ$  gehört .

Das Brechungsgesetz liefert:

$$\sin \theta_T = \frac{n_2}{n_1}.$$



Wenn dieser Grenzwinkel  $\theta_T$  überschritten wird, ist ein Übergang in das dünnere Medium nicht mehr möglich; vielmehr wird alles Licht an der Grenzfläche reflektiert (Totalreflexion).

In der Natur trifft man die beiden idealen Reflektionsarten selten. Man muss also für alle Oberflächen die richtungsmäßige Verteilung des Reflektionsfaktors  $\rho$  bestimmen. Sehr häufig tritt der Fall auf, dass  $\rho$  ein deutliches Maximum in Richtung der spiegelnden Reflektion hat und kleiner wird, je weiter man sich von dieser Richtung entfernt (*gerichtet diffuse Reflektion*, auch *spekulare Reflektion*). In der Computergrafik ist es üblich, die gerichtet diffuse Reflektion in einen richtungsunabhängigen, diffusen Anteil und einen richtungsabhängigen Anteil aufzuspalten.

*Übliche Vereinfachungen* bei der Materie-Licht-Interaktion:

- **Lichtquellen** (emittieren Licht) und **Objekte** (absorbieren, reflektieren, transmittieren Licht)
- **idealisierte Reflektionen** wirken additiv: diffus, spiegelnd, ambient

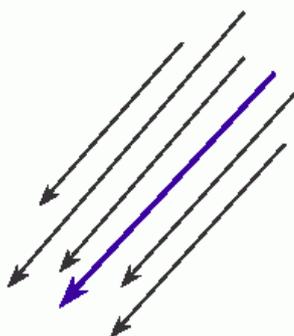
man unterscheidet:

- heuristische Verfahren <---> physikalisch basierte Verfahren
- *lokale* vs. *globale* Beleuchtungsmodelle (lokale Modelle berücksichtigen nur *eine* direkte Lichtquellen-Objekt-Interaktion)

### Lichtquellen

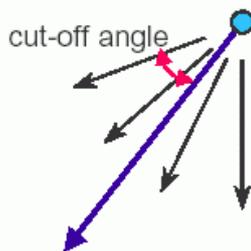
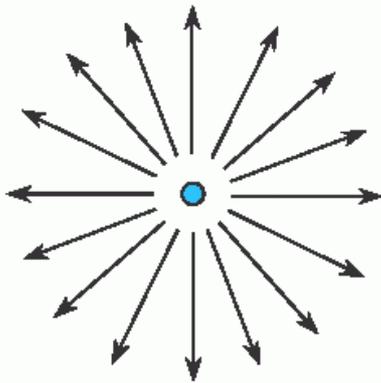
Man unterscheidet die folgenden Idealisierungen:

1.



- ◆ **Richtungslicht**  
(*directional light*)  
Position im Unendlichen  
Richtung  $\mathbf{s}_{dir}$

## 2. Positions-Lichtquellen



### ◆ Punktlichtquelle

Position  $\mathbf{s}_{pos}$

### ◆ Spot Light

Position  $\mathbf{s}_{pos}$

Richtung  $\mathbf{s}_{dir}$

Cut-off Angle  $\mathbf{s}_{cut}$

(Spot Exponent =  
Abfall der Helligkeit mit  
Abstand vom Zentrum)

## Allgemeine Lichtquellenparameter

- ◆ Intensität für verschiedene Beleuchtungsanteile in der Regel in (R,G,B)
  - *ambient intensity color*  $\mathbf{s}_{amb}$
  - *diffuse intensity color*  $\mathbf{s}_{diff}$
  - *specular intensity color*  $\mathbf{s}_{spec}$
- ◆ Positionslichtquellen haben teilweise noch Dämpfungsparameter, z.B.
  - ◆ (konstante) Dämpfung
  - ◆ Lineare Dämpfung
  - ◆ Quadratische Dämpfung

### 3. *Ambiente* Beleuchtung

"Hintergrundlicht" – liefert einfachstes Beleuchtungsmodell

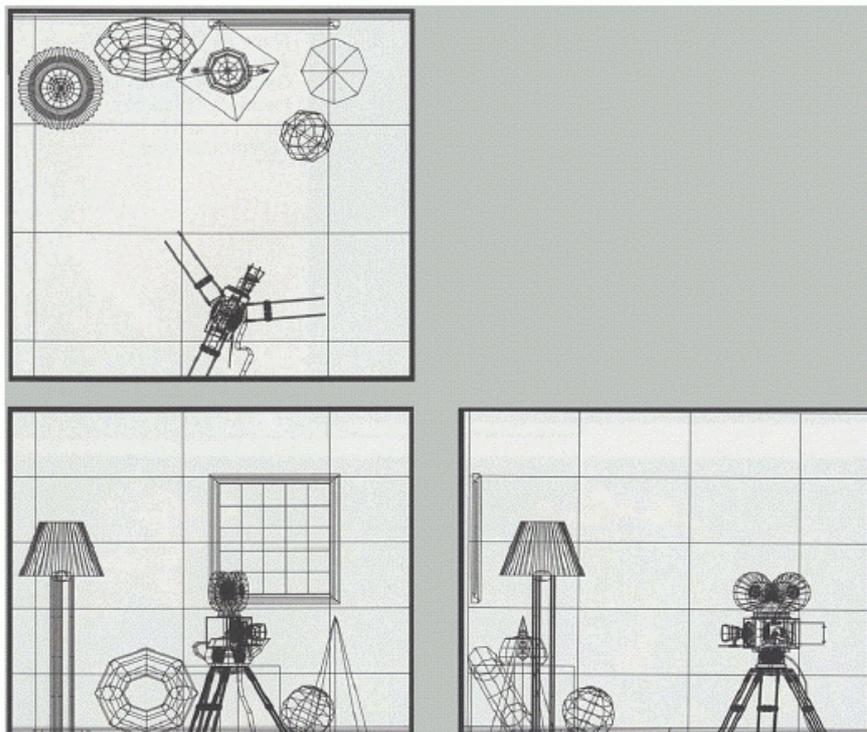
physikalische Erklärung: "ambientes Licht" als Sammelterm für Beiträge von Reflexionen durch diverse Flächen im Raum, die eine "Grundhelligkeit" erzeugen

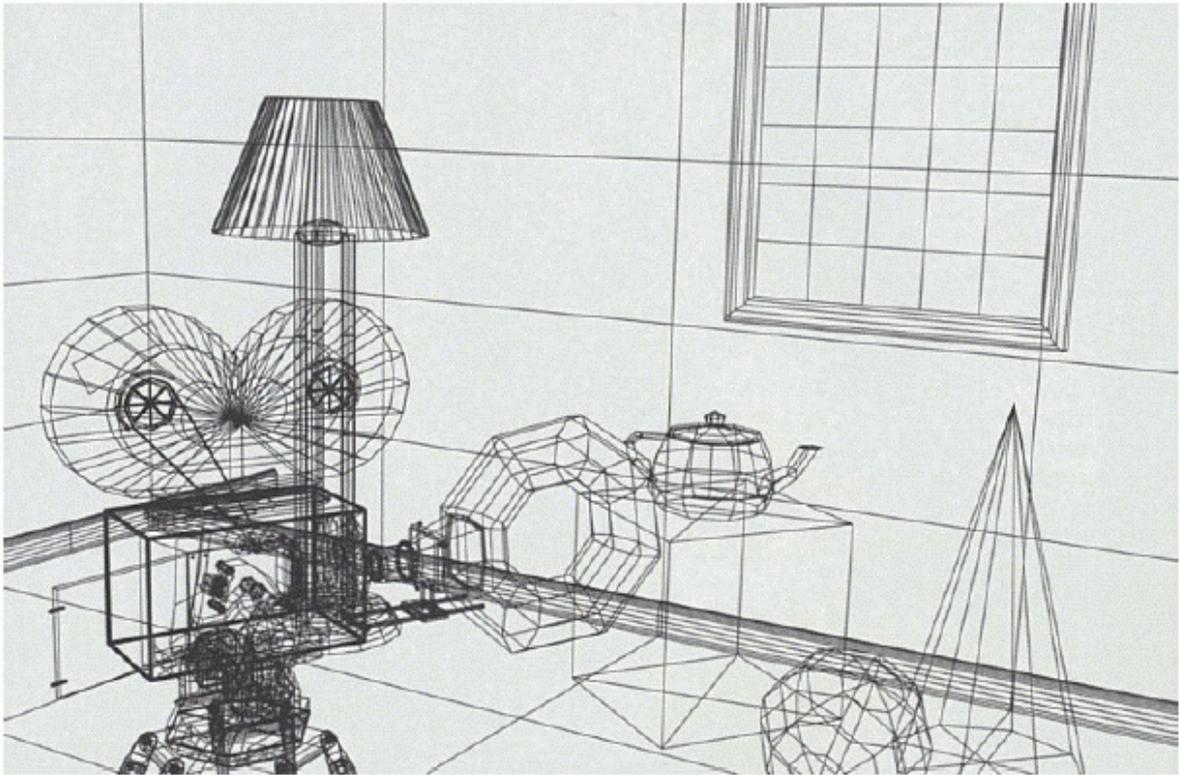
(VRML und OpenGL erlauben einen Wert pro Lichtquelle)

jedes Objekt hat eine ihm eigene Farbe → Objekte erscheinen als einfarbige Silhouette

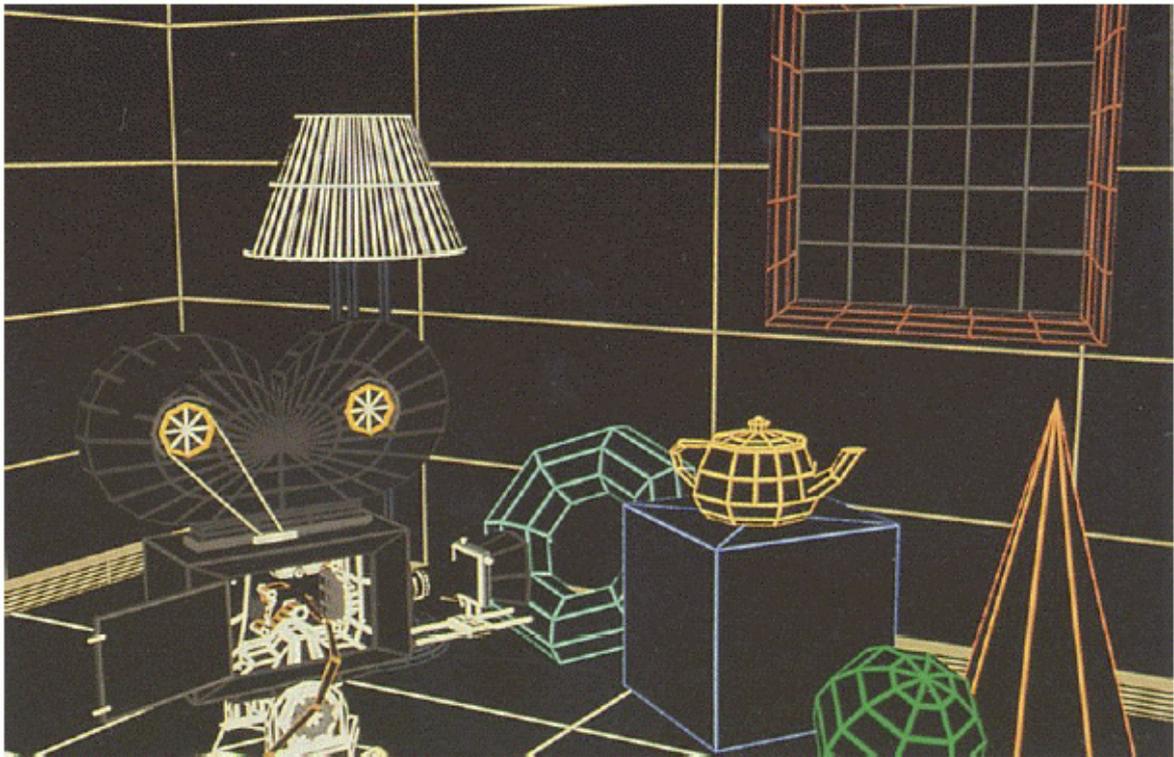
- Beleuchtungsintensität  $I$  unabhängig von einfallender Beleuchtung durch spezielle Lichtquellen oder von der Lage der Oberfläche
- eine Berechnung pro Objekt
- Beleuchtungsgleichung:  $I = I_a k_a$   
( $I_a$  ambientes Licht,  $k_a \in [0; 1]$ : ambienter Reflexionskoeffizient – Materialeigenschaft)

Begleitendes Beispiel für Beleuchtungsmodelle  
(aus Schlechtweg 2001):





Drahtgitterdarstellung



Visible Line Determination



Ambiente Beleuchtung der sichtbaren Flächen

### Diffuse Reflektion

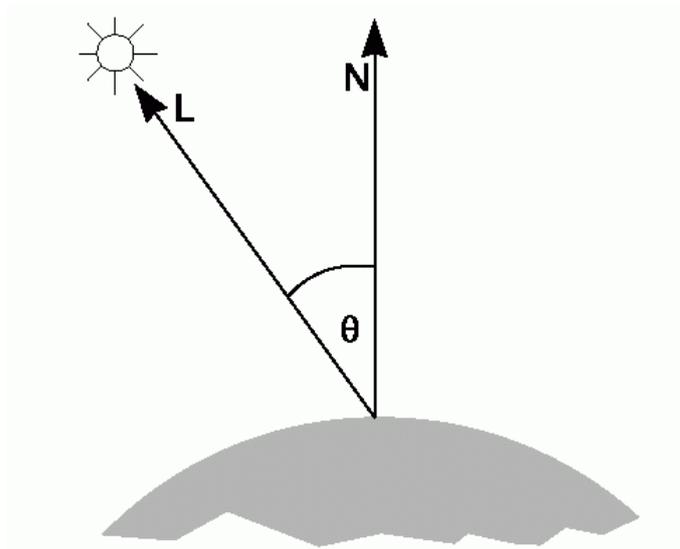
Beleuchtung durch eine Punktlichtquelle

Helligkeit variiert abhängig von

- Richtung zur Lichtquelle
- Abstand von der Lichtquelle
- atmosphärische Verhältnisse zwischen Lichtquelle und Objekt

physikalische Grundlage: Lambertsches Gesetz für Reflektion an matten Oberflächen

- Licht wird gleichmäßig in alle Richtungen reflektiert
- Helligkeit abhängig vom Winkel  $\theta$  zwischen Vektor  $L$  zur Lichtquelle und Oberflächennormalenvektor  $N$   
(großes  $\theta$   $\Rightarrow$  flacher Lichteinfall  $\Rightarrow$  kleinere Lichtmenge pro Flächeneinheit  $\Rightarrow$  geringere Intensität der diffusen Reflektion)



Warum ist die Intensität unabhängig vom Betrachterstandpunkt?

- Gesetz von Lambert: Menge an Licht, die von einem infinitesimal kleinen Flächenstück zum Betrachter ausgesandt wird, ist direkt proportional zum Kosinus des Winkels zwischen Betrachtungsrichtung und Oberflächennormale
- Aber: Größe der sichtbaren Fläche *invers* proportional zum selben Kosinuswert  
 $\Rightarrow$  beide Faktoren gleichen sich aus  
 $\Rightarrow$  für Lambertsche Oberflächen ist Reflektion unabhängig vom Betrachterstandpunkt

## Diffuse Reflektion

- Beleuchtungsgleichung:

$$I = I_i k_d \cos \theta$$

mit  $I_i$  als Intensität der Punktlichtquelle

- $k_d \in [0, 1]$ : *diffuser Reflexionskoeffizient*
- Winkel  $\theta$  zwischen  $0^\circ$  und  $90^\circ$   
(sicherstellen mit  $I = I_i k_d \max(\cos \theta, 0)$ )
- wenn sowohl  $N$  als auch  $L$  normalisiert sind, dann:

$$I = I_i k_d (N \cdot L)$$

Die Beleuchtungsberechnung muss in Weltkoordinaten (d.h. im Objektraum) durchgeführt werden, denn bei der Transformation in den Bildraum (Normalisierungstransformation und perspektivische Abbildung) wird der Winkel  $q$  verändert!

- Kombination mit ambienter Beleuchtung von oben ergibt dann

$$I = I_a k_a + I_i k_d (N \cdot L)$$

- Energie von einer Punktlichtquelle nimmt mit der Entfernung ab – *light source attenuation*

$$I = I_a k_a + f_{\text{att}} I_i k_d (N \cdot L)$$

- normalerweise quadratische Abnahme aber dann kein realistisches Verhalten (Es gibt nur sehr wenige Punktlichtquellen)
- Berechnung:  $f_{\text{att}} = \min\left(\frac{1}{c_1 + c_2 d_L + c_3 d_L^2}, 1\right)$  mit  $c_1$ ,  $c_2$  und  $c_3$  entsprechend gewählte Konstanten

## Farbiges Licht und Material:

- spezielle Gleichungen für die Farbkomponenten
- diffuse Farbe des Objektes: Faktoren  $O_{dR}$ ,  $O_{dG}$  und  $O_{dB}$
- Licht der Lichtquelle aus drei Komponenten:  $I_{iR}$ ,  $I_{iG}$  und  $I_{iB}$

$$I_R = I_{aR}k_a O_{dR} + f_{\text{att}}I_{iR}k_d O_{dR}(N \cdot L)$$

$$I_G = I_{aG}k_a O_{dG} + f_{\text{att}}I_{iG}k_d O_{dG}(N \cdot L)$$

$$I_B = I_{aB}k_a O_{dB} + f_{\text{att}}I_{iB}k_d O_{dB}(N \cdot L)$$

- Koeffizienten  $k_a$  und  $k_d$  zum Mischen der Anteile
- allgemeiner: Abhängigkeit von der Wellenlänge  $\lambda$

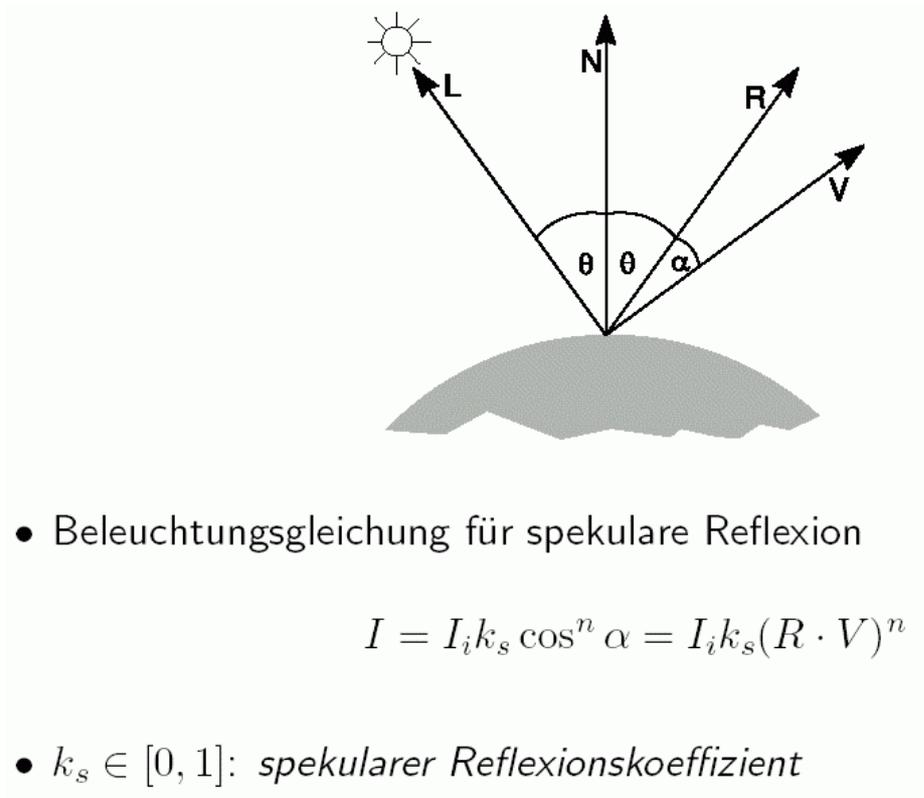
$$I_\lambda = I_{a\lambda}k_a O_{d\lambda} + f_{\text{att}}I_{i\lambda}k_d O_{d\lambda}(N \cdot L)$$

## Spekulare (spiegelnde) Reflektion

- beobachtbar an allen glänzenden Oberflächen: es entstehen "Highlights".
- spekulär reflektiertes Licht hat eher die Farbe der Lichtquelle als die des Objektes (abhängig vom Material).
- glänzende Flächen reflektieren Licht *nicht* gleichmäßig in alle Richtungen  $\Rightarrow$  Abhängigkeit vom Betrachterstandpunkt.
- Bei perfekten Spiegeln wird Licht *nur* in die Reflektionsrichtung  $R$  abgestrahlt.

## Spiegelnde Reflektion nach Phong

(nur die Richtung  $R$  ist physikalisch basiert, sonst rein empirisch-heuristisches Modell, physikalisch nicht erklärbar! – Erzeugt die gewünschten Highlights):



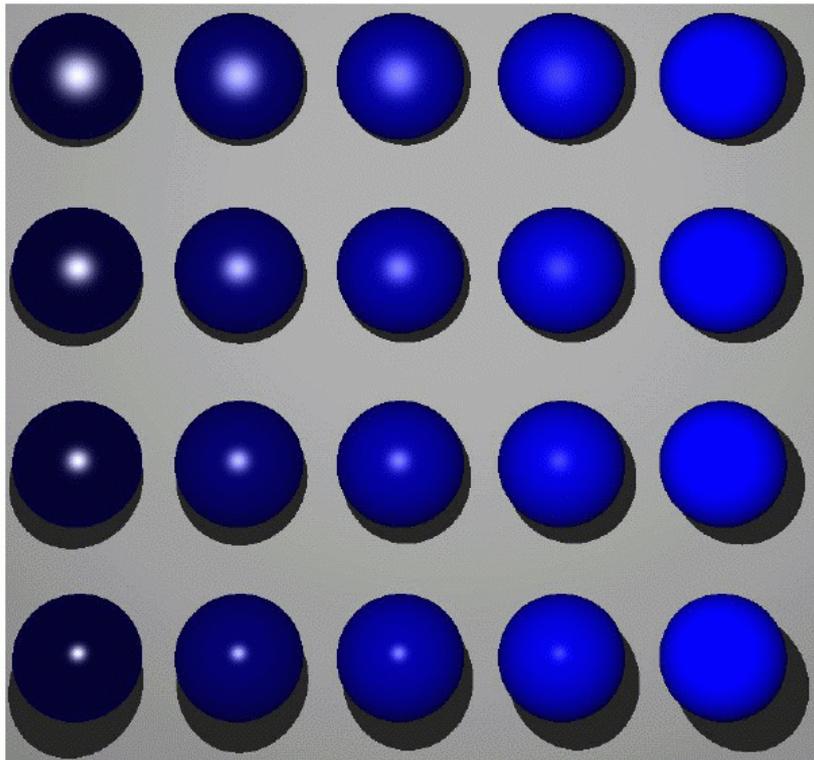
- der Exponent  $n$  heißt *shininess*

- in der Richtung  $R$  (Ausfallswinkel = Einfallswinkel) ist die Abstrahlungsintensität maximal (dann ist das Skalarprodukt bzw. der Kosinus = 1)

- $R$  lässt sich vektoriell berechnen als

$$R = 2(N \cdot L)N - L.$$

- Farbe der spekularen Komponente ist *nicht* abhängig von der Materialfarbe
- maximale spekulare Reflexion bei  $\alpha = 0$
- fällt ab mit steigendem  $\alpha$ , Stärke des Abfallens bestimmt durch  $n$  – spekularer Reflexionsexponent
- für  $n = 1$  breites, weiches Abfallen, großes Highlight mit sanftem Rand
- größere Werte für  $n \rightarrow$  schärfer abgegrenzte, kleinere Highlights
- perfekter Spiegel:  $n = \infty$



$k_s$  von links nach rechts: 1.0 – 0.75 – 0.5 – 0.25 – 0.0.  $n$  von oben nach unten: 5 – 10 – 20 – 40.

## Beleuchtungsmodell nach Phong

- Summe der drei Komponenten:

$$I = I_a k_a + f_{\text{att}} I_i k_d (N \cdot L) + f_{\text{att}} I_i k_s (R \cdot V)^n$$

- Abhängigkeit von Wellenlänge und Material:

$$I_\lambda = I_a k_a O_{d\lambda} + f_{\text{att}} I_{i\lambda} (k_d O_{d\lambda} (N \cdot L) + k_{s\lambda} O_{s\lambda} (R \cdot V)^n)$$

- Bui-Tuong PHONG: „Illumination for Computer Generated Pictures“. In: *Communication of the ACM*, Juni 1975, S. 311–317

## Mehrere Lichtquellen

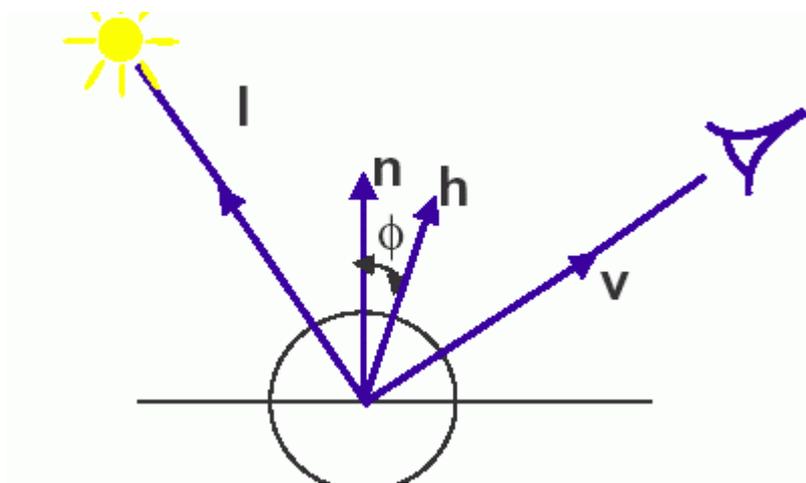
- Summe über die Terme für jede Lichtquelle:

$$I_\lambda = I_a k_a O_{d\lambda} + \sum_{j=1}^m f_{\text{att}_j} I_{i\lambda_j} (k_d O_{d\lambda} (N \cdot L_j) + k_{s\lambda} O_{s\lambda} (R_j \cdot V)^n)$$

- Problem:  $I_\lambda$  kann größer als 1 werden
- Lösungen:
  - wenn  $I_\lambda$  größer 1  $\rightarrow I_\lambda := 1$
  - Division durch den höchsten Wert von  $I_\lambda$  im gesamten Bild
  - wenn Berechnung von  $I_\lambda$  vor der Anzeige  $\rightarrow$  Bildverarbeitungsoperatoren

## Heuristisches Modell der spiegelnden Reflektion nach Blinn

man verwendet hierbei den normalisierten Summenvektor  $h$  von Richtung zur Lichtquelle  $L$  und Richtung zum Betrachter  $v$ :



$$I = I_i k_s (h \cdot n)^m = I_i k_s (\cos \phi)^m$$

$m$  wird ebenfalls als *shininess* bezeichnet. (Achtung:  $\neq n$  oben!)

- Vorteil dieser Methode: schneller zu berechnen als Phong.
- Verwendung in OpenGL und Direct 3D.

Das physikalisch basierte Modell von Torrance-Sparrow bzw. Cook-Torrance

(vgl. Bungartz et al. 1996)

zugrundeliegende Vorstellung:

Oberfläche besteht aus vielen kleinen, ebenen und unterschiedlich gerichteten Facetten, die alle perfekte Spiegel sind.

Zu berücksichtigende Faktoren in diesem Reflektionsmodell:

- Anteil der Facetten, die gerade zum Auge hin spiegeln  
man verwendet unterschiedliche Verteilungen für den Anteil  $D$  der spiegelnden Facetten in Abhängigkeit von  $n$  und  $h$ .

- Anteil der Oberfläche (bzw. Anzahl der Facetten), der für den Betrachter bzw. für die Lichtquelle überhaupt "sichtbar" ist  
Berücksichtigung durch Einbeziehung der Skalarprodukte  $n \bullet v$  und  $n \bullet L$  in die Formeln

- Anteile des ein- und ausfallenden Lichts, die durch die Rauheit der Oberfläche auf dem Weg zum Auge verloren gehen

(die Facetten beschatten sich u.U. gegenseitig)

Ansatz von Blinn: Anteil des ungehindert verlaufenden Lichts =  $\min(1; 2(n \bullet h)(n \bullet L)/(L \bullet h); 2(n \bullet h)(n \bullet v)/(v \bullet h))$  (aus geometrischen Überlegungen)

- Anteil des Lichts, der überhaupt reflektiert wird (und nicht absorbiert oder transparent durchgelassen)

abhängig vom Einfallswinkel und vom *effektiven Brechungsindex* (Quotient der Brechungsindices der zwei Medien, abhängig von der Wellenlänge des Lichts) –

*Fresnel-Term*  $F_\lambda$ . (Berechnungsformel siehe Bungartz et al. 1996)

Weitere physikalische Komplikationen:

- anisotrope Oberflächen  
verschiedene Reflektionskoeffizienten für verschiedene Lichtaustrittswinkel (Kajia, Cabral)
- Polarisierung des Lichts (Wolf)

In der Praxis werden meist die heuristischen Modelle bevorzugt (geringerer Aufwand) – Ausnahmen: Bilder mit besonderer Anforderung an physikalisch korrekte Spiegelung.

## Shading-Modelle

Durch das Rastern können wir bis jetzt nur einfarbige Polygone darstellen

*Problem:* Bei Polygonnetzen, die gekrümmte Oberflächen approximieren, sichtbare Kanten!

Ansatz für Freiformflächen:

"brute force": Berechnen der Oberflächennormale für jeden Punkt der Oberfläche, bestimmen der Farbe / Beleuchtungsinteraktion an jedem Punkt

*Problem:* extrem aufwändig

⇒ Vorgehensweise:

- Verwendung polygonaler Modelle
- Bestimmung der Farbe so, dass gleichzeitig Glättung der polygonalen Struktur erfolgt

3 wichtige Verfahren:

- Flat Shading
- Gouraud-Shading
- Phong-Shading

### *Flat Shading*

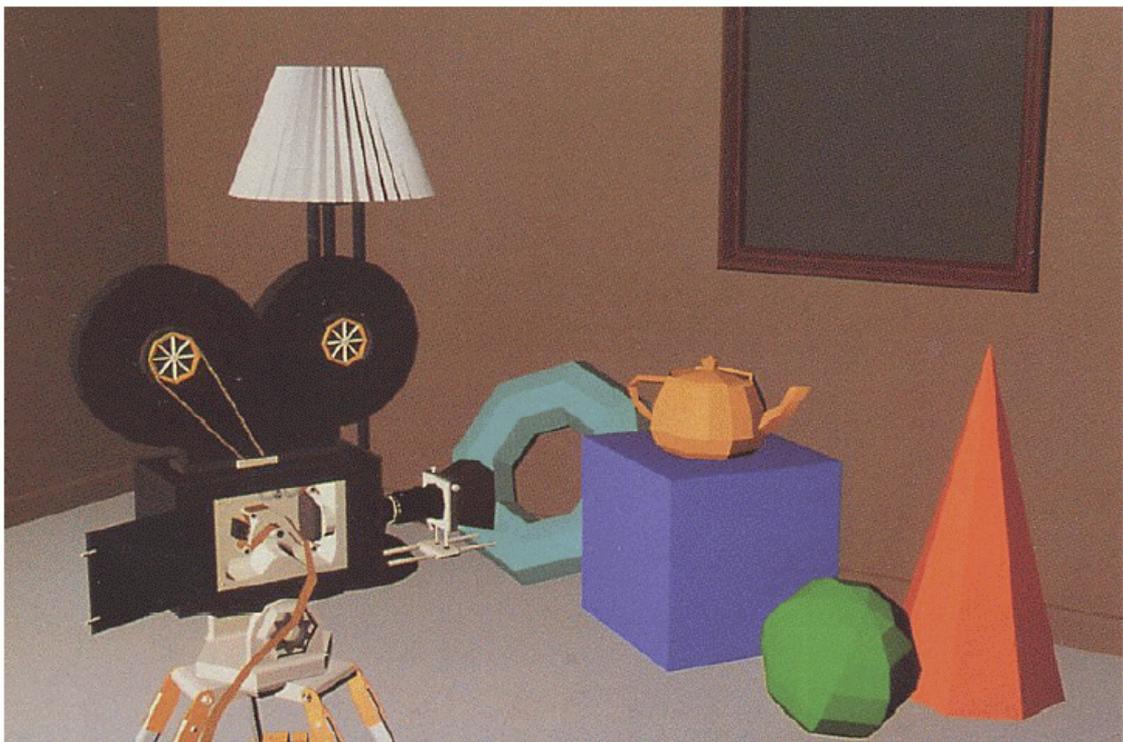
auch: *constant shading*

- Anwendung des Beleuchtungsmodells auf einen Punkt eines Polygons und Darstellen des gesamten Polygons mit der berechneten Farbe / Intensität

Glättungsproblem wird dadurch nicht gelöst

korrekt anwendbar, wenn:

- Lichtquellen im Unendlichen, so dass der Winkel zwischen Oberflächennormale und Beleuchtungsrichtung konstant ist für das Polygon
- Betrachter im Unendlichen, so dass der Winkel zwischen Haupt-Abstrahlrichtung und Sichtlinie konstant ist für das Polygon
- Polygon repräsentiert die wirkliche Objektoberfläche, keine Approximation einer gekrümmten Fläche



Flat Shading (ambiente und diffuse Komponente)

## Interpolierende Shading-Verfahren

- Wylie, Romney, Evans & Erdahl 1967: Beleuchtungswerte sind an den Ecken eines Dreiecks gegeben, werden über die Dreiecksfläche interpoliert.
- Gouraud 1971: Verallgemeinerung für beliebige Polygone.
- besonders gut nutzbar in Scanlinien-Algorithmen, die sowieso schon z-Werte interpolieren müssen
- interpolierende Shading-Verfahren sind *nicht* physikalisch korrekt!
- wichtiges Qualitätskriterium: Artefakte, die durch Approximation gekrümmter Flächen durch Polygonnetze entstehen, sollen vermindert werden.

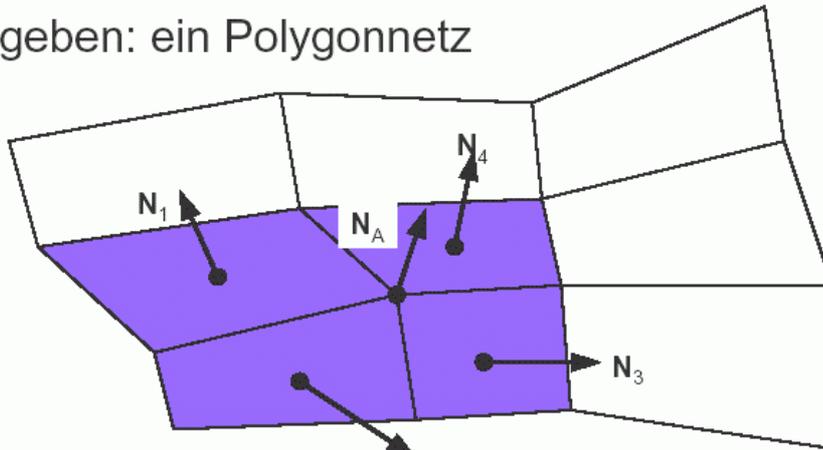
### Gouraud-Shading (1971):

- Shading durch Intensitätsinterpolation oder Farbinterpolation
- Intensitäts-/Farbwerte an Eckpunkten des Polygongitters berechnen
- Normale  $N_v$  an diesen Eckpunkten muß bekannt sein
  - übernehmen von einer analytischen Oberflächenbeschreibung (wenn Polygongitter eine Approximation ist)
  - berechnen aus den Flächennormalen  $N_i, 1 \leq i \leq n$  der angrenzenden  $n$  Flächen

$$N_v = \frac{\sum_{i=1}^n N_i}{\|\sum_{i=1}^n N_i\|}$$

- Berechnen der Intensität mit diesen Normalen

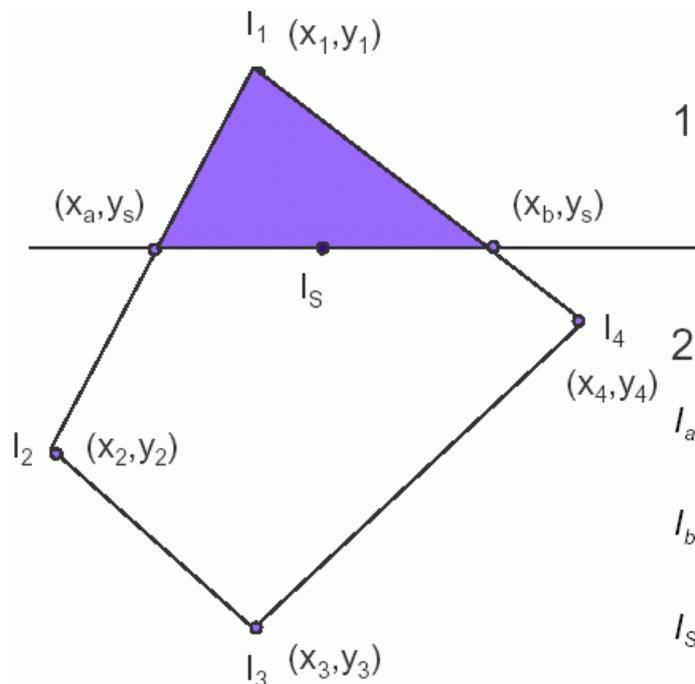
◆ Gegeben: ein Polygonnetz



◆ Berechnung der Vertex-Normale

$$\mathbf{N}_A = \frac{\mathbf{N}_1 + \mathbf{N}_2 + \mathbf{N}_3 + \mathbf{N}_4}{4}$$

Das eigentliche Shading erfolgt durch lineare Interpolation der Intensitäten zuerst entlang der Kanten, dann entlang der Scanlinien (zwischen den Kanten).



1. Schritt: Berechne Intensitäten  $I$  (RGB) an den Eckpunkten

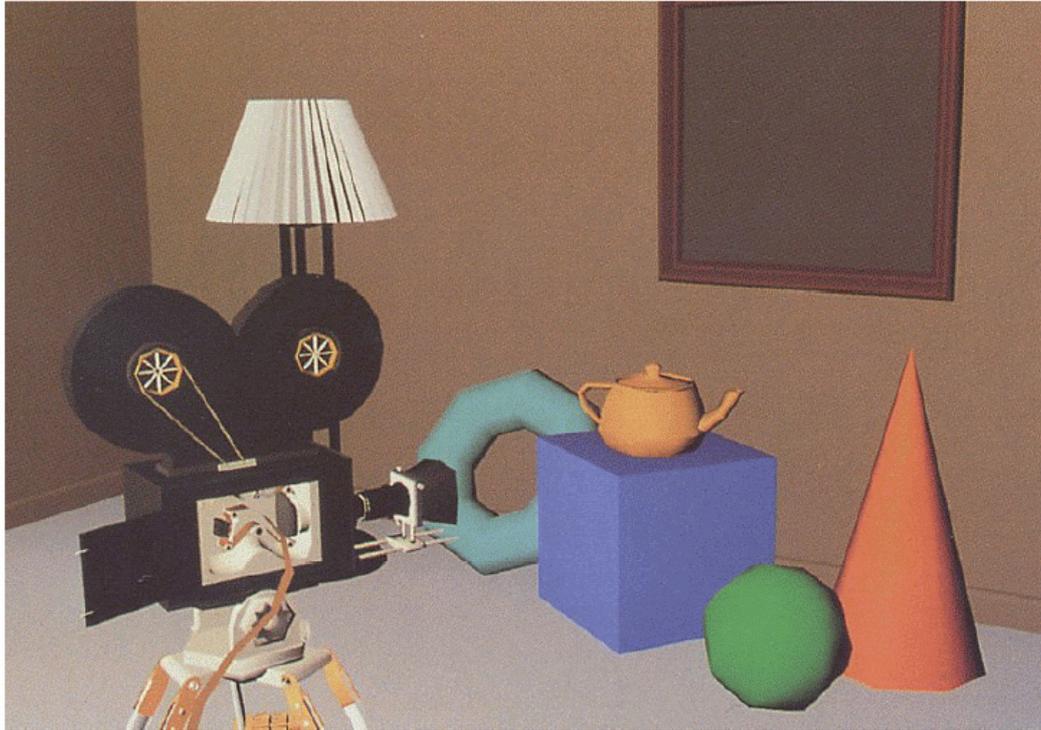
2. Interpoliere

$$I_a = \frac{1}{y_1 - y_2} [I_1(y_S - y_2) + I_2(y_1 - y_S)]$$

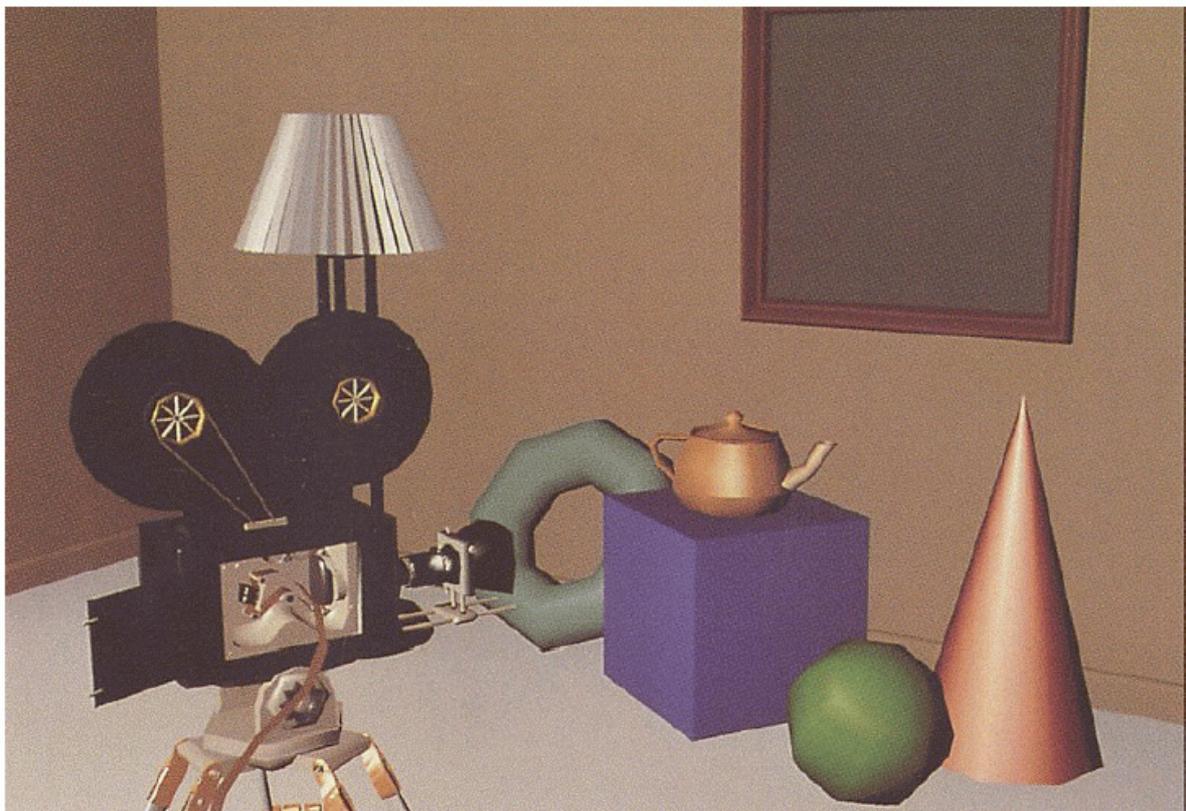
$$I_b = \frac{1}{y_1 - y_4} [I_1(y_S - y_4) + I_4(y_1 - y_S)]$$

$$I_S = \frac{1}{y_b - y_a} [I_a(x_b - x_S) + I_b(x_S - x_a)]$$

Korrektur: In der untersten Formel muss im Nenner " $x_b - x_a$ " stehen!



Gouraud-Shading (ambiente und diffuse Komponente)

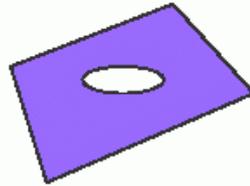


Gouraud-Shading (ambiente, diffuse und spekulare Komponente)

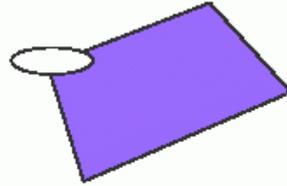
## Probleme des Gouraud Shading

**Highlight (Glanzlicht)**

wird nicht errechnet

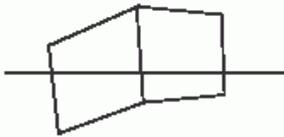


wird errechnet



Nur für diffuse  
Reflektion brauchbar

## Machbanding



Effekt: trotz Interpolation sind die  
Kanten manchmal deutlich zu  
erkennen

Ursache: Entlang einer Scanline  
ist die 1. Ableitung **nicht**  
konstant

Auge erkennt diese Diskontinuität  
2. Ordnung → Machbands

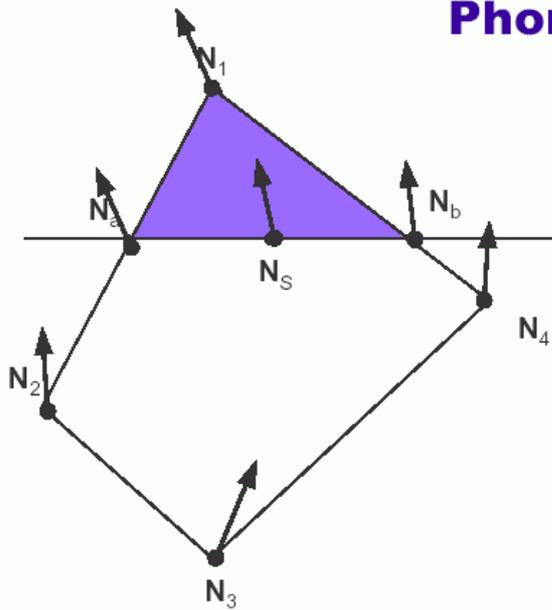
(vgl. 2. Kapitel, Wahrnehmungs-Besonderheiten)

Abhilfe:

Interpolation der Normalenvektoren anstatt der Intensitätswerte  
Intensitätswerte werden dann berechnet mit den normalisierten  
interpolierten Normalenvektoren

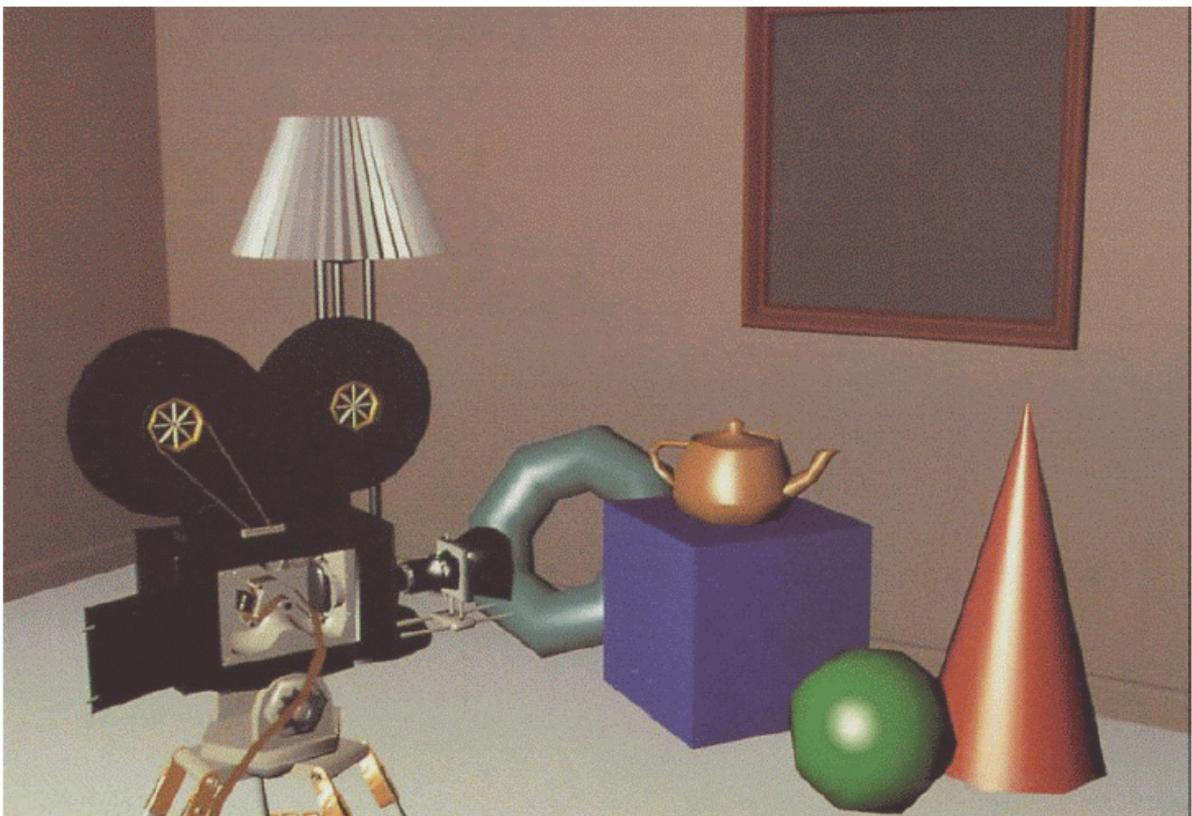
→ *Phong-Shading*

## Phong Shading (1975)



- ◆ Löst das Highlight-Problem
- ◆ Reduziert (stark) das Machbanding-Problem
- ◆ Interpoliert **Normalen**
- Vektoren müssen interpoliert werden
- Beleuchtungsgleichung muß für jedes Pixel gerechnet werden

- Ergebnisse besser als bei Gouraud-Shading
- aber: wesentlich aufwändiger (Interpolation von jeweils 3 Komponenten; sehr häufige Intensitätsberechnung)



Phong-Shading

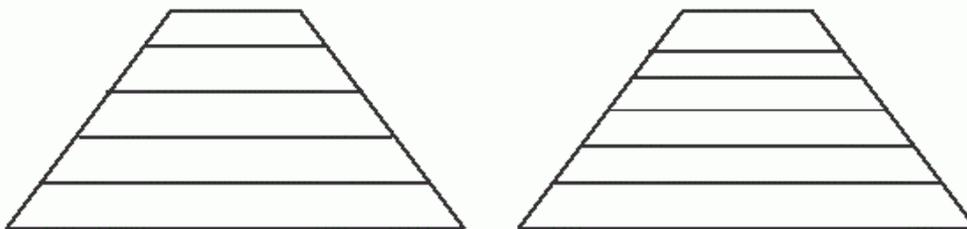
## Phong Shading (Speed-up Techniken)

- ◆ Beleuchtungsgleichung nur für jedes 2. Pixel rechnen → linear interpolieren
- ◆ Numerische Optimierungen:
  - Duff (79) Interpolation und Beleuchtung in einen Ausdruck bringen, dann Forwärts-Differenzen nutzen
  - Bishop (86) ähnlich, aber nutzt Taylorreihe
- ◆ Geometrische Optimierungen  
Versuchen abzuschätzen, ob ein Highlight auftreten kann  
Bergman 86 und Harrison 88

Generelle Probleme der Interpolationsverfahren (Gouraud, Phong):

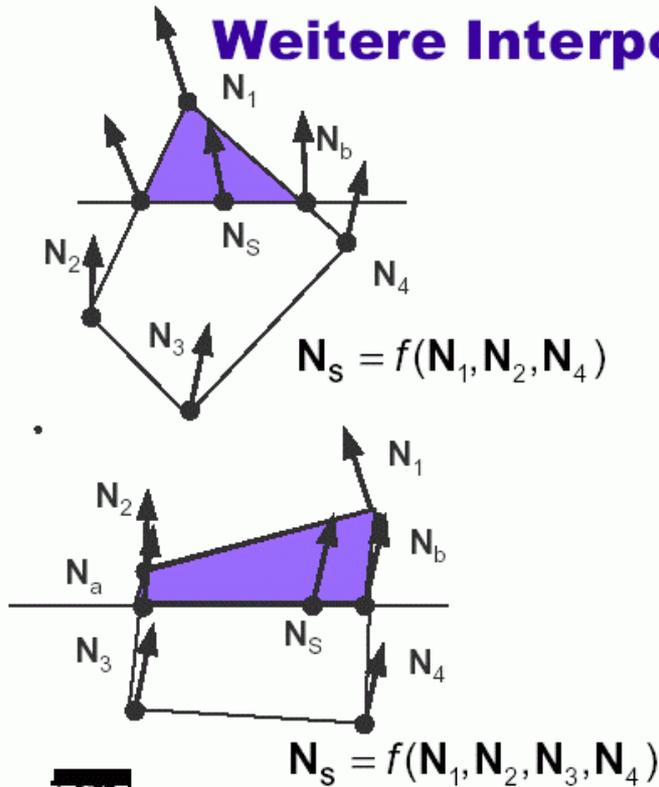
### Offene Probleme

- ◆ kantige Silhouetten der Objekte
- ◆ Interpolationsprobleme  
Interpolation in Bildschirmkoordinaten entspricht nicht der perspektivischen Verkürzung



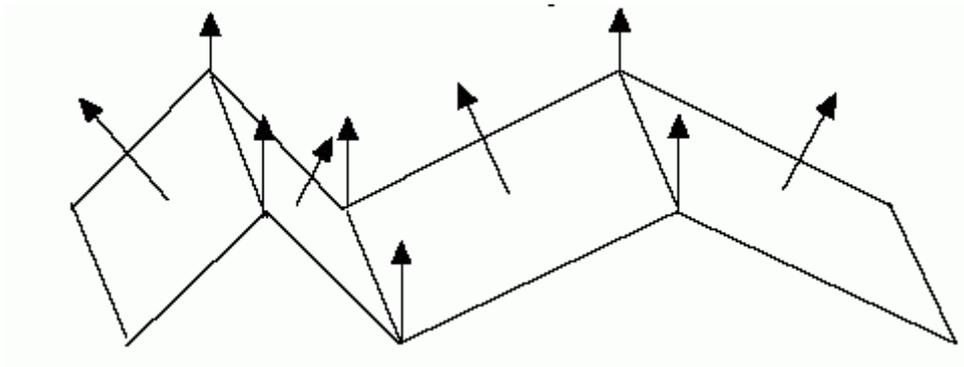
Lösungsmöglichkeit: Unterteilung in kleinere Polygone (mit allen dabei auftretenden Problemen!)

## Weitere Interpolationsprobleme



Der gleiche Polygonpunkt  $N_S$  wird, obwohl das Polygon nur in seiner Ebene gedreht wurde, von unterschiedlichen Eckpunkten beeinflusst

- nicht repräsentative Normalen an den Eckpunkten: die aus den Flächennormalen gemittelten Normalenvektoren an den Eckpunkten können die Geometrie falsch repräsentieren



Fazit:

- Glättung der polygonalen Modelle möglich, aber nur mit vielen Interpolationsproblemen
- trotzdem sind Gouraud- und Phong-Shading die Standardverfahren

(aus Schlechtweg 2001):

## Performance-Betrachtungen

Als Beispiel: Berechnung einer Animation:

- Modell bestehend aus 10.000 Dreiecken, davon ca. die Hälfte verdeckt,
- durchschnittlich 100 Pixel pro Dreieck
- kein Clipping am Sichtkörper
- Beleuchtungsmodell nur ambient und diffus
- Gouraud-Shading
- 1280 × 1024 Pixel Ausgabefläche
- 10 frames per second

Betrachtung von:

- Anzahl Fließkommaberechnungen während der Transformation der Geometrie
- Anzahl Ganzzahlberechnungen bei Berechnungen im Pixelbereich
- Anzahl der Speicherzugriffe bei der Rasterung

Geometrische Transformationen und Shading (detailliert):

- $10000 \times 3 = 30000$  Eckpunkte und Normalen
- Modelltransformation – Transformation eines Vertex (inkl. Normalenvektor) erfordert:
  - 25 Multiplikationen
  - 18 Additionen
- insgesamt:
  - $30.000 \times 25 = 750.000$  Multiplikationen
  - $30.000 \times 18 = 540.000$  Additionen

- Test auf triviales Akzeptieren/Verwerfen vor dem Clipping am Sichtkörper erfordert pro Vertex:
  - 24 Multiplikationen
  - 18 Additionen
- insgesamt:
  - $30.000 \times 24 = 720.000$  Multiplikationen
  - $30.000 \times 18 = 540.000$  Additionen
- Beleuchtung pro Vertex (Berechnung der Beleuchtungsgleichung):
  - 12 Multiplikationen
  - 5 Additionen
- insgesamt:
  - $30.000 \times 12 = 360.000$  Multiplikationen
  - $30.000 \times 5 = 150.000$  Additionen
- Betrachtungstransformation (Kamera- nach Projektionskoordinaten, ohne finale Division durch  $w$ ) erfordert pro Vertex:
  - 8 Multiplikationen
  - 6 Additionen
- insgesamt:
  - $30.000 \times 8 = 240.000$  Multiplikationen
  - $30.000 \times 6 = 180.000$  Additionen
- Clipping: abhängig von der Anzahl der zu clippenden Dreiecke
- wenn viel zu clippen: sehr hoher Rechenaufwand, vielleicht sogar höher als der für alle geometrischen Transformationen
- einfacher Fall: kein Clipping

- Division durch  $w$  erfordert pro vertex:
  - 3 Divisionen
- insgesamt:
  - $30.000 \times 3 = 90.000$  Divisionen
  
- Mapping Projektionskoordinaten in Gerätekoordinaten erfordert pro Vertex:
  - 2 Multiplikationen
  - 2 Additionen
- insgesamt:
  - $30.000 \times 2 = 60.000$  Multiplikationen
  - $30.000 \times 2 = 60.000$  Additionen

	Mult./Div.	Add./Subtr.
Modelltrafo	750.000	540.000
Triv. Akzeptieren/Verwerfen	720.000	540.000
Beleuchtung	360.000	150.000
Betrachtungstrafo	240.000	180.000
Division durch $w$	90.000	0
Mapping	60.000	60.000
	<b>2.220.000</b>	<b>1.470.000</b>

Gegeben: Animation mit 10 fps, d. h. pro Sekunde:

- 22,2 Mio. Multiplikationen/Divisionen
- 14,7 Mio. Additionen/Subtraktionen
- → insgesamt **36,9 Mio.** Gleitkommaoperationen

## Rasterung, Speicherzugriffe (detailliert):

- Annahmen:
  - Farbwert = 32 bit
  - $z$ -Wert = 32 bit
- für jedes sichtbare Pixel (Bild wird an der Stelle geändert):
  - $z, R, G, B$  berechnen = 4 Additionen (forward differencing)
  - $z$  aus  $z$ -Buffer lesen = 1 Zugriff
  - $z$  vergleichen = 1 Subtraktion
  - neuen  $z$ -Wert in  $z$ -Buffer schreiben = 1 Zugriff
  - neuen Farbwert schreiben = 1 Zugriff
- für jedes unsichtbare Pixel (Bild nicht ändern):
  - $z$ -Wert berechnen = 1 Addition (forward differencing)
  - $z$  aus  $z$ -Buffer lesen = 1 Zugriff
  - $z$  vergleichen = 1 Subtraktion

- Annahme von oben: Hälfte der Pixel der Dreiecke ist unsichtbar.
- Schätzung:  $\frac{3}{4}$  ursprünglich sichtbar,  $\frac{1}{4}$  unsichtbar
- pro Dreieck 100 Pixel
- damit:
  - $\frac{3}{4} \times 100 \times 10.000 = 750.000$  Pixel sichtbar
  - $\frac{1}{4} \times 100 \times 10.000 = 250.000$  Pixel unsichtbar
- pro frame damit:
  - $(750.000 \times 5) + (150.000 \times 2) = 4,25$  Mio. Additionen
  - $(750.000 \times 3) + (250.000 \times 1) = 2,5$  Mio. Speicherzugriffe
- Initialisierung pro frame:
  - $z$ -Buffer „leeren“ =  $1280 \times 1024 = 1,3$  Mio. Zugriffe
  - Bild „leeren“ =  $1280 \times 1024 = 1,3$  Mio. Zugriffe
  - insgesamt: 2,6 Mio. Speicherzugriffe

- Insgesamt pro frame:
  - 2,5 Mio. + 2,6 Mio. = 5,1 Mio. Speicherzugriffe
  - 4,25 Mio. Additionen
- bei 10 fps:
  - 42,5 Mio. Additionen pro Sekunde
  - 51 Mio. Speicherzugriffe pro Sekunde
  
- Insgesamt für eine Animation mit 10 fps, d.h. **pro Sekunde:**
  - **22,2 Mio. Multiplikationen/Divisionen**
  - **57,2 Mio. Additionen/Subtraktionen**
  - **51 Mio. Speicherzugriffe**