

## Farbe

- seit Jahrhunderten Thema von Physikern, Physiologen, Psychologen und Philosophen
- bis heute nicht vollständig verstanden und durchdrungen

Meilensteine der geschichtlichen Entwicklung unserer Vorstellungen von Farbe:

◆ **Newton** (1666-1672): Dispersion (Farbzerstreuung des Lichtes); additive Mischung

◆ **Goethe**: "naturgemäße Ordnung" der Farben

*"Auf alles was ich als Poet geleistet habe, bilde ich mir garnichts ein. ... Daß ich aber in meinem Jahrhundert der einzige bin, der das Rechte weiß, darauf tue ich mir etwas zugute, und ich habe daher ein Bewußtsein der Superiorität über viele."*

◆ **Maxwell, Young, Helmholtz**: Farbenmischapparate

◆ **Grassmann** (1853): Grassmannsche Gesetze

Der Streit zwischen Newton und Goethe (kurz: analytische vs. ganzheitlich-phänomenologische Herangehensweise) beschäftigt z.B. die Anthroposophen bis heute!

DIN-Definition von "Farbe" (Standard 5033 von 1979):

*"Farbe... ist ein durch das Auge vermittelter Sinnes-eindruck, also eine Gesichtsempfindung. Die Farbe ist diejenige Gesichtsempfindung eines dem Auge strukturlos erscheinenden Teiles des Gesichtsfeldes, durch die sich dieser Teil bei einäugiger Betrachtung mit unbewegtem Auge von einem gleichzeitig gesehenen, ebenfalls strukturlosen angrenzenden Bereich allein unterscheiden kann."*

### Beachte:

- Farbe ist das Ergebnis der Wahrnehmung elektromagnetischer Wellen durch Netzhaut und Gehirn.

- Lichtstrahlen besitzen keine Farbe, nur eine spektrale Leistungsverteilung (spectral power distribution, SPD), die angibt, welche Wellenlänge mit welchem Anteil vertreten ist.
- SPDs existieren in der physikalischen Welt, Farbe nur im Gehirn.

### Objektive Farbmerkmale:

- *dominante Wellenlänge* – diejenige Wellenlänge aus dem Spektrum, bei der die höchste Leistung abgestrahlt wird.
- *Reinheit* – physikalisches Maß, das angibt, in welchem Verhältnis weißes Licht zu einem monochromatischen Licht zu mischen ist, um ein gegebenes Licht zu erzeugen.
- *Luminanz* – beschreibt die Strahlungsenergie (Intensität bez. auf den Flächeninhalt eines unendlich kleinen Flächenelements, das sich auf der Lichtquelle befindet).

### Subjektive Farbmerkmale:

- *Helligkeit* – physiologisch-psychologisches Maß für die Stärke des durch einen Beobachter wahrgenommenen Gesamtenergieflusses. Man unterscheidet:
  - *Lightness*: Helligkeit eines reflektierenden Objektes,
  - *Brightness*: Helligkeit eines selbstleuchtenden Objektes (Lampe, Sonne, Bildschirm...).
- *Farbton (hue)* – physiologisch-psychologischer Begriff zur Unterscheidung verschiedener charakteristischer Spektralmuster; unterscheidet zwischen "reinen Farben" (rot, gelb, grün, blau usw.).
- *Sättigung (saturation)* – physiologisch-psychologisches Maß für den Grad, in dem für einen Beobachter der Farbton eines gegebenen Lichtes von dem Farbton eines weißen Lichtes gleicher Luminanz abweicht.

### Farbspezifikation:

3 Fotorezeptor-Zelltypen  $\Rightarrow$  3 Zahlenwerte ausreichend zur quantitativen Spezifikation von Farben.

## Grassmannsche Gesetze (1853)

*Erstes: Zwischen je vier Farben besteht immer eine eindeutige lineare Beziehung. Eine Farbe braucht zu ihrer Beschreibung drei voneinander unabhängige Bestimmungsstücke, d.h. die Farbe ist eine dreidimensionale Größe.*

- Farben können als Vektoren eines dreidimensionalen Vektorraumes aufgefasst werden.
- Die Vektoren dieses Farbraums heißen **Farbvalenzen**.
- Die Länge eines Vektors ist ein Maß für die Leuchtdichte und heißt **Farbwert**, seine Richtung bestimmt die **Farbart**.

Folgerung:

- ◆ Wie in jedem dreidimensionalen Vektorraum benötigt man drei voneinander linear unabhängige Basisvektoren (**Primärvalenzen**), um den Raum aufzuspannen.
- ◆ In diesem Fall bedeutet linear unabhängig, daß eine **Primärvalenz nicht durch Mischung** der beiden anderen Primärvalenzen darstellbar ist.

Folgerung: Farbmischung

- ◆ Mit drei Primärvalenzen R, G, B läßt sich also für jede Farbvalenz F eine Farbgleichung aufstellen:

$$F = r R + g G + b B$$

- ◆ Mit Farbvalenzen kann man also wie mit Vektoren rechnen, insbesondere ist die Umrechnung der Darstellung bezüglich verschiedener Primärvalenztripel (Basiswechsel) möglich

## Grassmannsche Gesetze (Fortsetzung)

**Zweites:** *Gleich aussehende Farben ergeben mit einer dritten Farbe stets gleich aussehende Farbmischungen.*

Das heißt, dass es bei der Beurteilung von Gleichheit zweier Farben

- **nur** auf die Farbvalenz,
- **nicht** auf ihre spektrale Verteilung ankommt.

Die spektrale Verteilung und die Wahl der Primärvalenzen spielen keine Rolle.

Mischexperimente zeigen: Ganz unterschiedliche Spektralverteilungen können dieselben Farbreize erzeugen! ("Metamerie")

### Farbmischung:

#### *Additive Mischung*

Addition von Licht: 2 oder mehr Farben werden dem Auge gleichzeitig angeboten

- ◆ "Echte" Überlagerung
- ◆ Sukzessiv (zeitliche Integration): Farbkreisel
- ◆ Simultan (örtliche Integration): Monitor

Grundfarben: **Rot** **Grün** **Blau**

Hintergrund: **Schwarz** unbunt

Summenfarbe: **Weiß**

Basis für die Farbdarstellung mit Kathodenstrahlröhren oder LCD-Displays.

◆ Subtraktive Mischung:

- Farbige Gläser (Filter)
- Druckpigmente

Grundfarben: **Cyan** **Magenta** **Gelb** CMY

Hintergrund: **Weiß** unbunt

Summenfarbe: **Schwarz**

Hilfsfarbe: **Schwarz** CMYK

Basis für die Farbdarstellung im Druck.



## Farbfehlsichtigkeit:

- ◆ Farbe wird nicht von allen Menschen gleich empfunden.
- ◆ 7-8% der männlichen und 0,4% der weiblichen Bevölkerung haben abgeschwächte Farbunterscheidung
- ◆ Oft nur bei kleinen Seh winkeln  $< 2^\circ$  deutlich  
→ viele Betroffene wissen nichts von ihrer Sehschwäche

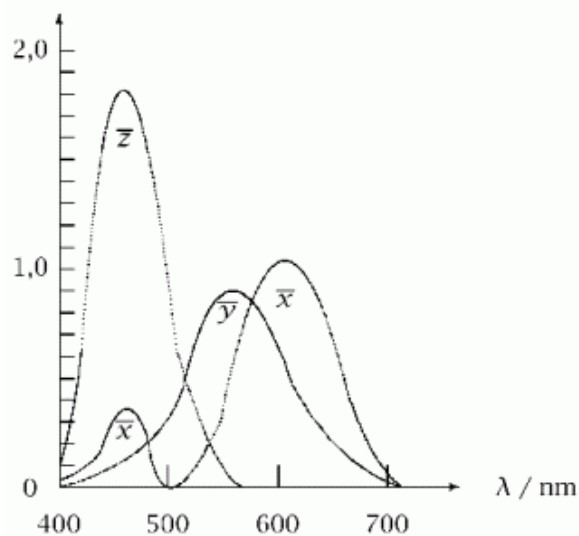
*Auswirkung:* bestimmte Farben, die von normalsichtigen Beobachtern als verschieden wahrgenommen werden, werden von den Betroffenen nicht unterschieden. *Wichtig u.a. bei Farbsignalen in interaktiver Software.*

## Messen von Farben: Colorimetrie

- ◆ CIE: Commission International de l'Eclairage  
Internationale Beleuchtungskommission
- ◆ Normalbeobachter für Farbmischversuche
- ◆  $2^\circ$  Sehfeld CIE 1931  
(Ergänzung  $10^\circ$  Sehfeld CIE 1964 → andere Ergebnisse)
- ◆ Hellempfindlichkeit Y
- ◆ 3 reale Lichtquellen ("monochromatisch")
  - 700 nm CIE Rot
  - 546,1 nm CIE Grün
  - 435,8 nm CIE Blau(Spektrallinien einer Quecksilberdampf Lampe)



## CIE Farbdiagramm



- ausgehend von drei hypothetischen Standardprimärfarben  $X, Y, Z$  und drei Funktionen  $x_\lambda, y_\lambda, z_\lambda$
- Funktionen geben an, in welchem Verhältnis  $X, Y, Z$  zu mischen sind, um Farben einer Wellenlänge  $\lambda$  zu erhalten

Folgende Bedingungen werden erfüllt:

- $y_\lambda$  entspricht exakt der Helligkeitsreaktion des menschlichen Auges
- $x_\lambda$  und  $z_\lambda$  so konstruiert daß zum Mischen aller existierenden Farben nur Farbadditionen notwendig sind
- Das Integral jeder Funktion über alle sichtbaren Wellenlängen ist jeweils 1

- Konstruktion des CIE-Farbdigramms über normalisierte Chroma-  
tizitätswerte

$$x = \frac{X}{X + Y + Z}$$

$$y = \frac{Y}{X + Y + Z}$$

- vollständige Beschreibung einer Farbe:  $x, y, Y$

- Gegeben: spektrale Leistungsverteilung einer Farbe  $C$   
Berechnung der Anteile von  $X, Y, Z$  aus der spektralen Leistungs-  
verteilung  $p(\lambda)$  von  $C$ :

$$X = k \int P(\lambda) x_{\lambda} d\lambda$$

$$Y = k \int P(\lambda) y_{\lambda} d\lambda$$

$$Z = k \int P(\lambda) z_{\lambda} d\lambda$$

- dabei  $k$  als Korrekturfaktor

(Beschreibung hier nach Schlechtweg 2001.)

Im CIE-Farbdigramm (Normfarbtafel, *chromaticity diagram*)  
wird der Helligkeitsanteil  $Y$  weggelassen.

Die physikalisch reinen Spektralfarben bilden eine  
geschwungene, etwa parabelförmige Kurve im  $x, y$ -Diagramm.

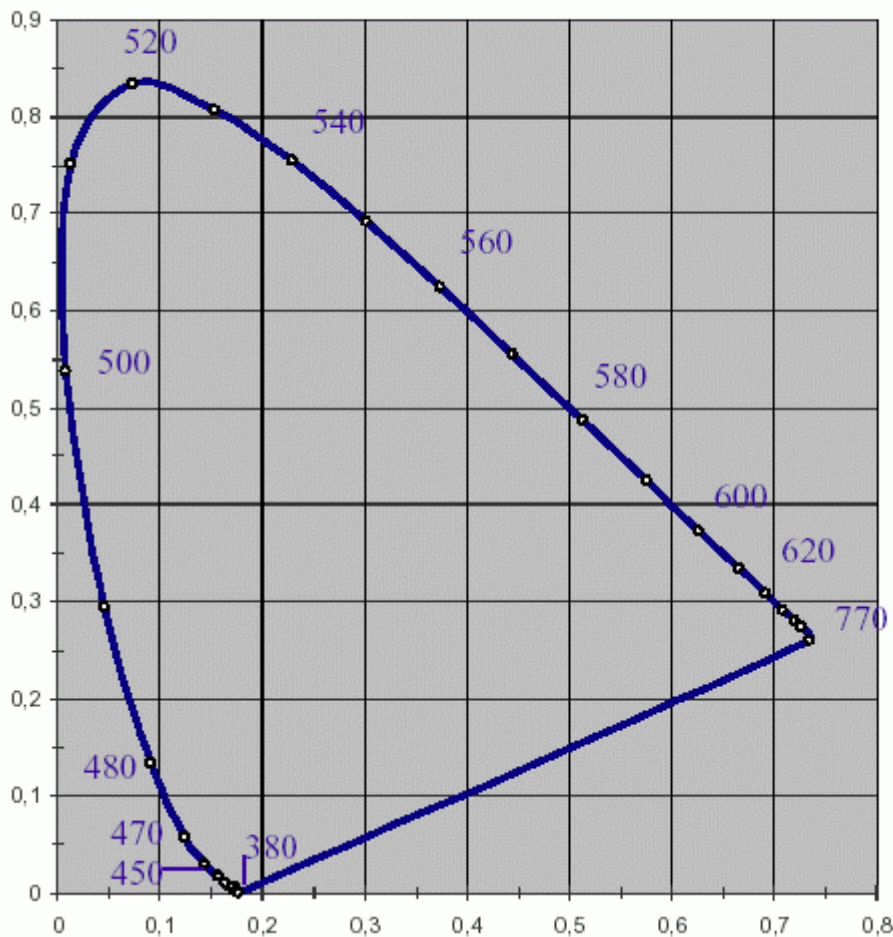
Diese Kurve ist nicht geschlossen (rot  $\neq$  blauviolett!).

Auf der Verbindungslinie der Enden liegen *keine* reinen  
Spektralfarben, sondern Mischfarben aus Rot und Blauviolett  
("Purpurgerade").



Alle wahrnehmbaren Farben liegen innerhalb des durch die reinen Spektralfarben und durch die Purpurgerade gegebenen geschlossenen Kurvenzugs.

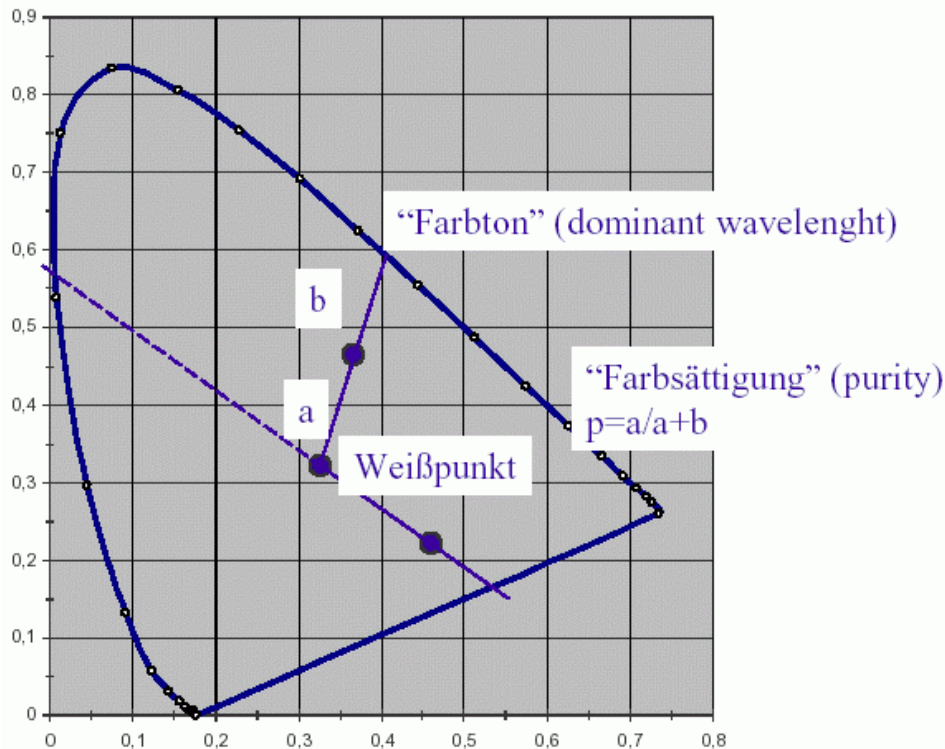
### **Normfarbtafel - Chromaticity Diagram**



Zahlen auf der Kurve: Wellenlängen in nm. (aus Krömker 2001)

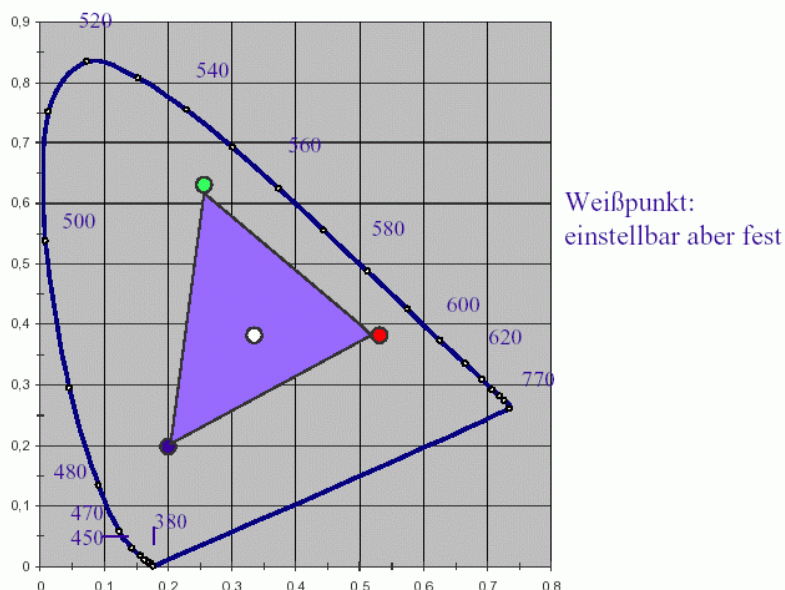
Das Innere der Normfarbtafel ergibt sich durch additive Farbmischung aus den Randfarben (ganz innen = weiß).

## Zusammenhänge: Mischung



Die Grundfarben (R, G, B) der üblichen Monitore sind *keine* reinen Spektralfarben, d.h. sie liegen nicht auf der Außenlinie. *Folgerung:* Es sind *nicht* alle Farben des Diagramms durch Mischung aus diesen Farben darstellbar, sondern nur diejenigen innerhalb des von den Grundfarben aufgespannten Dreiecks! Inneres des Dreiecks = *Gamut* des Monitors.

## Monitorphosphore: Primärvalenzen



## Quantifizierung von Farben:

XYZ oder Yxy sind normierte und akzeptierte Koordinatenangaben für Farben nach CIE-Standard.

### *Vorteile:*

- einfache lineare Mischoperationen in der Farbnormtafel,
- Komplementärfarben sind einfach zu finden (Gerade durch den Weißpunkt!),
- Kalibrierung von RGB-Werten (Monitore) durch Angabe der Primärvalenzen + Weißpunkt möglich.

### *Aber:*

diese Vorgehensweise entspricht nicht der menschlichen Wahrnehmung – Ähnlichkeit von Farben und Farbabstände werden anders empfunden als im Diagramm.

⇒ weitere Koordinatentransformationen nötig!

## CIELUV 1976

$$u' = \frac{4X}{X + 15Y + 3Z} \quad v' = \frac{9Y}{X + 15Y + 3Z}$$

$$L^* = 116 \left( \frac{Y}{Y_n} \right)^{1/3} - 16 \quad \text{wenn } Y / Y_n > 0,008856$$

$$L^* = 903,3(Y / Y_n) \quad \text{sonst}$$

$$u^* = 13 L^* (u' - u_n')$$

$$v^* = 13 L^* (v' - v_n')$$

$$\Delta E^*_{uv} = \sqrt{(\Delta L^*)^2 + (\Delta u^*)^2 + (\Delta v^*)^2}$$

( $\Delta E^*$  ist der Farbabstand nach diesem System. Er entspricht dem euklidischen Abstand (Norm des Differenzvektors) im neuen Koordinatensystem.) (nach Krömker 2001)

## CIELAB 1976

$$L^* = 116 \left( \frac{Y}{Y_n} \right)^{1/3} - 16$$

$$a^* = 500 \left[ \left( \frac{X}{X_n} \right)^{1/3} - \left( \frac{Y}{Y_n} \right)^{1/3} \right] \quad b^* = 200 \left[ \left( \frac{Y}{Y_n} \right)^{1/3} - \left( \frac{Z}{Z_n} \right)^{1/3} \right]$$

*ersetze*

$$\left( \frac{Y}{Y_n} \right)^{1/3} = 7,787(Y/Y_n) + 16/116 \quad \text{wenn } Y/Y_n \leq 0,008856$$

$$\left( \frac{X}{X_n} \right)^{1/3} = 7,787(X/X_n) + 16/116 \quad \text{wenn } X/X_n \leq 0,008856$$

$$\left( \frac{Z}{Z_n} \right)^{1/3} = 7,787(Z/Z_n) + 16/116 \quad \text{wenn } Z/Z_n \leq 0,008856$$

$$\Delta E^*_{uv} = \sqrt{(\Delta L^*)^2 + (\Delta a^*)^2 + (\Delta b^*)^2}$$

Man hat damit 2 Varianten:

### ◆ Metriken zur Farbabstandsmessung

für Objekte gleicher Größe und Form auf mittelgrauem Grund

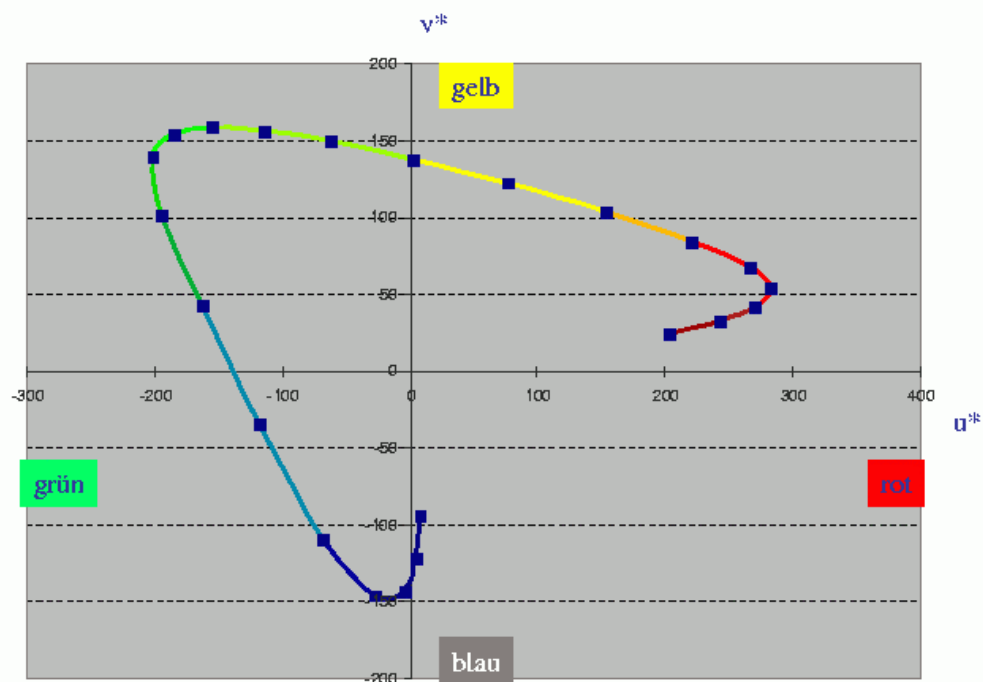
### ◆ CIELAB hat keine zugehörige Farbnormtafel

### ◆ gerade Linien in x,y oder u\*v\* sind allgemein nichtgerade in a\*b\*

### ◆ CIELUV wird gegenüber CIELAB bei Monitoranwendungen bevorzugt:

- gerade Linien bleiben gerade (additive Farbmischung)
- Farbnormtafel u'v' für CIELUV
- Leider viele Mißverständnisse zum Gebrauch LUV/LAB

Der Spektrallinienzug im CIELUV-Koordinatensystem:



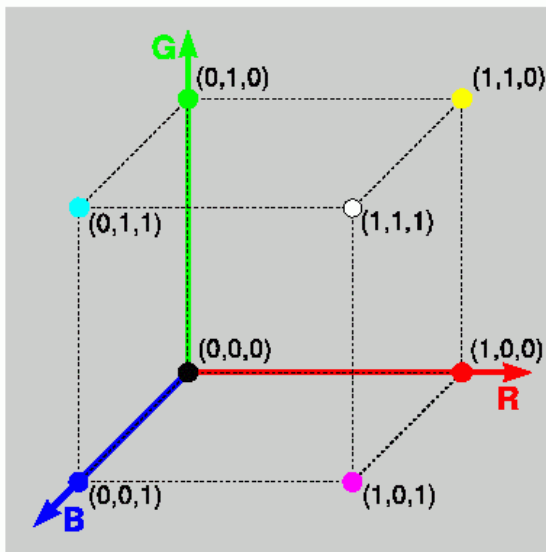
(nach Krömker 2001).

Kritik an CIELAB und CIELUV: große Farbabstände werden unkorrekt bestimmt, Farbabstände für kleine Objekte ( $< 2^\circ$ ) werden fehlerhaft bestimmt.  
Somit Entwicklung noch nicht abgeschlossen.

## Farbmodelle für Computergraphik

- CIE-System ist physikalisch basiert
- für Computergraphik: bequeme Spezifikation von Farben
- **Farbmodell:** Spezifikation eines 3D-Koordinatensystems und einer Untermenge davon, in der alle sichtbaren Farben eines bestimmten Farbbereiches (Gammut) liegen.
- Farbmodell enthält nicht notwendigerweise alle wahrnehmbaren Farben
- hardwareorientierte Farbmodelle: RGB, CMY, YIQ, ...
- benutzerorientierte Farbmodelle: HSV, HLS, ...

## Farbmodelle – RGB



- additives Farbmodell
- für Ausgabe auf Farbbildschirmen
- Grundfarben Rot, Grün, Blau
- RGB-Einheitswürfel

Alle darstellbare Farben sind Punkte eines Einheitswürfels. Auf den positiven Halbachsen liegen die Primärfarben :

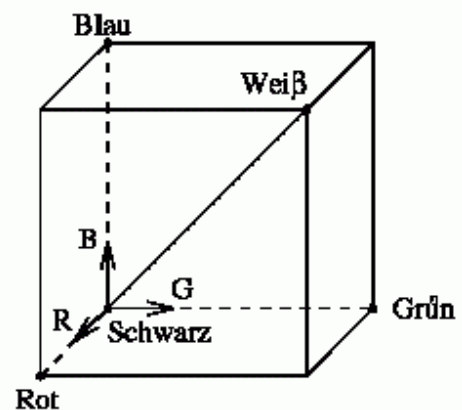
**Rot**, **Grün** und **Blau**.

Erste Eigenschaften:

**Schwarz** liegt im Ursprung  $(0,0,0)$

**Weiss** im Punkt  $(1,1,1)$

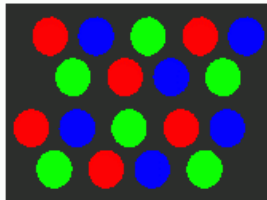
**Grauwerte** darstellbar durch gleichgroße Anteile von R, G und B, liegen **auf der Hauptdiagonalen** des Einheitswürfels



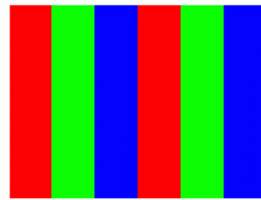
# Farberzeugung auf verschiedenen Displaytypen

CRT: Cathode Ray Tube

Impulsanregung



Delta Maske



Trinitron

LCD: Liquid Cristal Display

Kontinuierliche Anregung

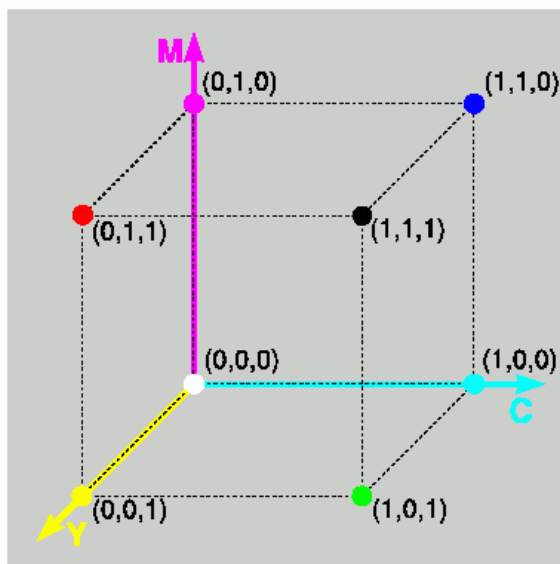


Delta-TFT



Vertical-Stripe-TFT

## Farbmodelle – CMY(K)



- subtraktives Farbmodell
- für Ausgabe auf Druckern
- Grundfarben Türkis (Cyan), Magenta, Gelb (Yellow)
- beim Druck Hinzunahme von reinem Schwarz (K) – Vierfarbdruck



## Konvertierung RGB ↔ CMY

$$\begin{pmatrix} R \\ G \\ B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} C \\ M \\ Y \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} C \\ M \\ Y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} R \\ G \\ B \end{pmatrix}$$

- gilt nur theoretisch
- kompliziertere Verfahren in der Druckindustrie

## Farbmodelle – YIQ

- Grundlage des amerikanischen Farbfernsehens (NTSC)
- Trennung von Helligkeits- und Farbsignal:
  - $Y$  für Luminanz (Helligkeit)
  - $I$  und  $Q$  für Chrominanz (Farbe)
- $Y$  voll kompatibel mit „altem“ Schwarzweißsignal beim Fernsehen
- Konvertierung zu RGB → Technik zur Umwandlung eines Farbbildes in ein Schwarzweißbild

Primärvalenzen des NTSC-Systems (1953):

Rot:  $x = 0,67$ ;  $y = 0,33$

Grün:  $x = 0,21$ ;  $y = 0,71$

Blau:  $x = 0,14$ ;  $y = 0,08$

(entsprechen nicht mehr den heutigen Phosphoren für Bildröhren!)

PAL-System (1965):

Rot: (0,64; 0,33); Grün: (0,29; 0,60); Blau: (0,15; 0,06).

## Konvertierung RGB ↔ YIQ

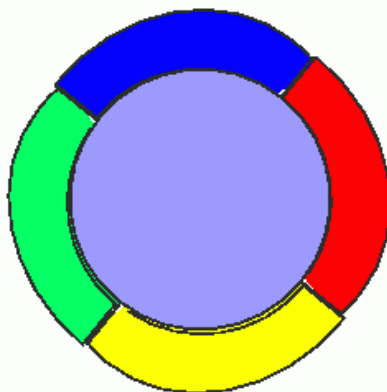
$$\begin{pmatrix} Y \\ I \\ Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.299 & 0.587 & 0.114 \\ 0.596 & -0.274 & -0.322 \\ 0.211 & -0.522 & 0.311 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R \\ G \\ B \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} R \\ G \\ B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.000 & 0.956 & 0.623 \\ 1.000 & -0.272 & -0.648 \\ 1.000 & -1.105 & 1.705 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Y \\ I \\ Q \end{pmatrix}$$

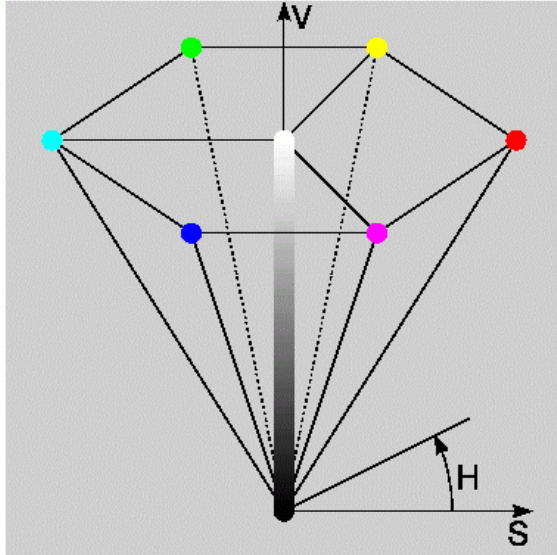
- aus erster Gleichung folgt:  $Y = 0.299R + 0.587G + 0.114B$
- → Grauwertbild aus Farbbild: ca. 30% Rotanteil, 60% Grünanteil, 10% Blauanteil

Die technisch-physikalischen Farbmodelle (RGB, CNY, YIQ) entsprechen den technischen Gegebenheiten, sind aber zur direkten Farbdefinition durch den Benutzer wenig geeignet. Deshalb wurden Farbmodelle entwickelt, die näherungsweise (sehr grob) den Größen der menschlichen Farbwahrnehmung entsprechen, nämlich Helligkeit, Farbton und Farbsättigung.

Grundlage: "Farbkreis" nach Hering:

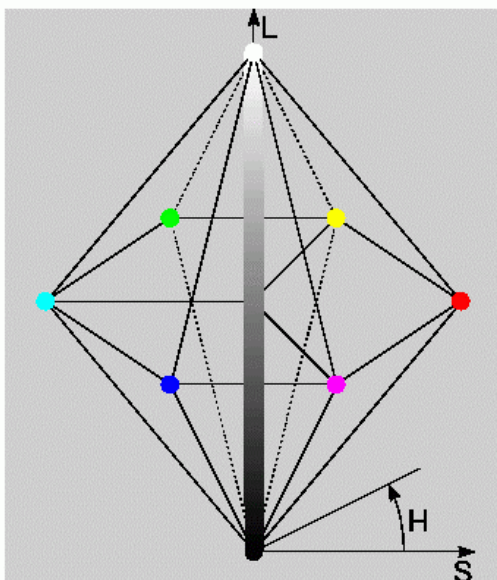


## Farbmodelle – HSV



- Hue / Saturation / Value
- Hue – Winkel um vertikale Achse,  $0^\circ \equiv \text{rot}$
- Änderung der Sättigung: Änderung des Weißanteils
- Änderung der Helligkeit: Änderung des Schwarzanteils
- z. B. dunkelblau:  $H = 240^\circ$ ,  $S = 1$ ,  $V = 0.3$

## Farbmodelle – HLS



- Hue / Lightness / Saturation
- Strategie von Malern: nimm reines Pigment (H), Weiß dazu (S), Schwarz dazu (1-L)
- Komponenten nicht unabhängig voneinander
- Graustufen:  $S = 0$
- vollgesättigte Farben:  $L = 0.5$ ,  $S = 1$

Achtung: Durch die unterschiedlichen Farbräume liefert die lineare Interpolation zwischen zwei identischen, aber in verschiedenen Farbräumen definierten Farben völlig unterschiedliche Ergebnisse.

Für die Konvertierung von RGB in HLS oder HSV sind zunächst 4 Hilfsgrößen zu bestimmen:

$$c = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot r - \sqrt{\frac{1}{6}} \cdot (G + B)$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{2}} \cdot (G - B)$$

$$m_1 = \max(R, G, B)$$

$$m_2 = \min(R, G, B)$$

Dann erhält man

$$H = \arctan\left(\frac{s}{c}\right) + \begin{cases} 180^\circ, & \text{wenn } c < 0 \\ 360^\circ, & \text{wenn } s < 0 \text{ und } c > 0 \end{cases}$$

$$S = m_1 - m_2$$

$$V = m_1$$

$$L = m_1 \cdot \left(1 - \frac{m_1 - m_2}{2}\right).$$

(nach Henning 2000)

# Interaktive Farbselektion

- Auswahl aus einem Menü (Palette)
  - nur sinnvoll bei geringer Farbanzahl
  - Farben auf kleinen Flächen schwer zu erkennen
- namentliche Nennung („gelblich-grün“, „blaugrau“)
  - mehrdeutig und subjektiv
  - Abhilfe: Color Naming Scheme CNS
- Koordinatenangaben in einem Farbraum
  - textuell, Slider
- Interaktion mit graphischer Darstellung des Farbmodells

## Die Gamma-Korrektur

Kompensation für die Nichtlinearität des Elektronenstrahls bei der Kathodenstrahlröhre (CRT).

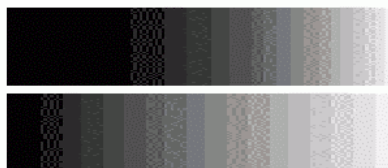
### Nichtlineare Verzerrungen Gamma

In der CRT wird Intensität durch Strahlstärke bestimmt.

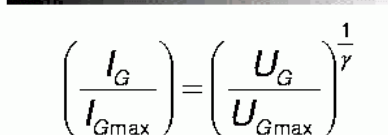
**Nichtlineare Strahlstrom-Steuerspannungskennlinie!**

Unter Umständen verschieden für die drei Primärvalenzen

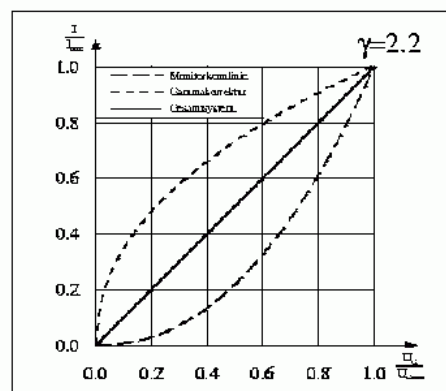
ohne  
Korrektur



mit  
Korrektur



$$\left( \frac{I_G}{I_{Gmax}} \right) = \left( \frac{U_G}{U_{Gmax}} \right)^{\frac{1}{\gamma}}$$



# Gammakorrektur

**Fernsehen:** Die Korrektur wird auf der Aufnahmeseite vorgenommen, d.h. es werden vorverzerrte nichtlineare Signale übertragen (und auch bearbeitet: z.B. R',B',G')

(Da die Helligkeit vom menschlichen Sehsystem in etwa logarithmisch erfaßt wird (d.h. eine exponentielle Helligkeitssteigerung wird als linear empfunden), ist durch dieses Vorgehen gewährleistet, daß die Bereiche kleinerer Helligkeit gegen Übertragungsfehler nicht empfindlicher sind, als die Bereiche größerer Helligkeit.)

## Durchführung der Gamma-Korrektur in der GDV:

- Die Helligkeitswerte werden gleich bei der Berechnung korrigiert.
- Die unkorrigierten linearen Werte werden durch eine vorberechnete Tabelle (Color Lookup Table) korrigiert.
- Die Videohardware im Ausgabezweig hat ein nichtlineares Verhalten: je nach Hersteller verschieden.

(Krömker 2001).