

Aufgaben zu 3D-Transformationen, Projektionen und Sichtvolumen

22. 11. 2002

1. Eine *Kippung* sei definiert als eine Rotation um die x -Achse, gefolgt von einer Rotation um die y -Achse.
 - (a) Man ermittle die Kippungs-Matrix in homogenen Koordinaten.
 - (b) Spielt die Reihenfolge, in der die Rotationen ausgeführt werden, eine Rolle?
2. Man zeige, dass in homogenen Koordinaten der Punkt $w = u + v$ in der Mitte der Strecke uv liegt. (2 P.)
3. Gegeben sei der Richtungsvektor $r = (3; 4; 0)^T$. Man bestimme die Transformationsmatrix P einer rechtwinkligen Parallelprojektion entlang r auf eine Ebene durch den Koordinatenursprung.

4. Gegeben sei die Menge A im \mathbb{R}^3 durch $A = \{ (x, y, z, w)^T \mid 4x - 3y + z - 5w = 0 \}$ in homogenen Koordinaten.
 - (a) Man zeige: A stellt eine Ebene dar. Man gebe 3 Punkte auf A an.
 - (b) A werde einer Scherung S entlang der x -Achse unterworfen:

$$S = \begin{pmatrix} 1 & 0,5 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Man gebe eine Gleichung der Bildebene von A unter dieser Transformation an.

- (c) Man kontrolliere an diesem Beispiel, dass für einen Normalenvektor n' der Bildebene tatsächlich (wie in der Vorlesung behauptet) gilt: $n' = (S^{-1})^T \cdot n$, wobei n der alte Normalenvektor ist.
5. W sei der um den Nullpunkt zentrierte, achsenparallele Einheitswürfel im \mathbb{R}^3 .
 - (a) Man stelle die Objektmatrix für die Eckenmenge von W in homogenen Koordinaten auf.
 - (b) Unter der perspektivischen Projektion mit Zentrum bei $(-2; 0; 0)$, d.h. mit $d=2$, wird W auf die xy -Ebene projiziert. Berechnen Sie die Objektmatrix der Bildpunkte der Ecken von W .
 - (c) Zeichnen Sie das Projektionsbild von W .
 6. Die Parameter einer synthetischen Kamera seien gegeben durch:
Position: $COP = (-1; 2; 0)^T$
Blickrichtung: positive z -Achse
Orientierung: $u = (0; 1; 0)^T$, $v = (1; 0; 0)^T$
Öffnungswinkel: $\theta_w = \theta_h = 60^\circ$
Abstand der near clipping plane: 1
Abstand der far clipping plane: 11.

Man bestimme das Matrixprodukt für die Transformation des erfassten Szenenausschnitts ins kanonische Sichtvolumen ($-1 \leq x \leq 1$, $-1 \leq y \leq 1$, $-1 \leq z \leq 0$).