Bildanalyse und Bildverstehen

Aufgabe U9

Gegeben sei die eindimensionale Faltungsmaske

$$F = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \end{pmatrix}.$$

(a) Man zeige: Es gibt keine faltungsinverse Maske *G* der Länge 7, für die also *F***G* = I = (0 0 0 0 1 0 0 0 0) (= Einheitsfilter) erfüllt ist.

(b) Man bestimme eine Faltungsmaske F^+ der Länge 7, die die Summe der Abweichungsquadrate zwischen $F*F^+$ und I minimiert ("Pseudoinverse zu *F*").

Aufgabe U10

Die folgende pgm-Datei definiert einen "Graukeil":

```
P2
6 6 5
0 1 2 3 4 5
0 1 2 3 4 5
0 1 2 3 4 5
0 1 2 3 4 5
0 1 2 3 4 5
0 1 2 3 4 5
```

Man wende hierauf die folgenden Faltungsmasken an
(zentriert auf die Mitte der Maske, Matrixeinträge jenseits des Randes als 0 angenommen):

(a) Die beiden Komponenten des Sobel-Operators:

$$h_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{pmatrix}, \quad h_2 = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

(b) die Laplace-Maske $h_L = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

(c) Man approximiere mittels (a) Betrag und Richtung des Gradienten in jedem inneren Bildpunkt.

Aufgabe U11

Die partielle Ableitung einer differenzierbaren Funktion *f*(*x*, *y*),

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x, y) - f(x, y)}{\Delta x},$$

kann im diskreten Fall durch *f*(*x*+1, *y*)–*f*(*x*,*y*) oder durch *f*(*x*, *y*)–*f*(*x*–1, *y*) approximiert werden. Man verifiziere damit die in der Vorlesung gegebene Maske $h_L = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ für die diskrete Version des Laplace-Operators $\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$.