Bildanalyse und Bildverstehen

Aufgabe U1

Gegeben ist das folgende Bild im ppm-Format:

P3

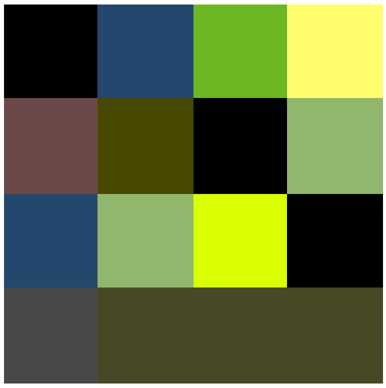
4 4 7

0 0 0 1 2 3 3 5 1 7 7 3

3 2 2 2 2 0 0 0 0 4 5 3

1 2 3 4 5 3 6 7 0 0 0 0

2 2 2 2 2 1 2 2 1 2 2 1



Bestimmen Sie folgende Bildbeschreibungsmerkmale für den Blaukanal (3. Komponente) dieses Bildes:

(a) das Histogramm der relativen Häufigkeiten

(tabellarisch und grafisch),

(b) die kumulative Verteilungsfunktion,

(c) den Median,

(d) den Quartilsabstand,

(e) Mittelwert und Standardabweichung,

(f) Schiefe und Kurtosis,

(g) die Entropie,

(h) den Anisotropiekoeffizienten,

(i) die Paar-Grauwertematrix (co-occurrence matrix)

für die Pixel-Relation "rechter Nachbar".

Aufgabe U2

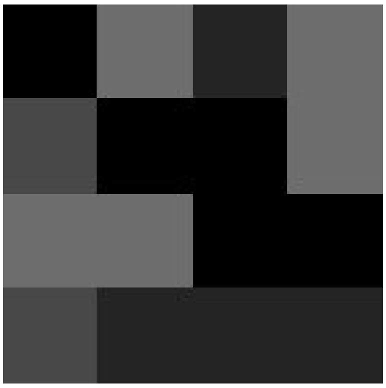
Man führe für den Blaukanal des Bildes aus Aufgabe U1 die Histogramm-Einebnung durch.

Blaukanal:
0 3 1 3

2 0 0 3

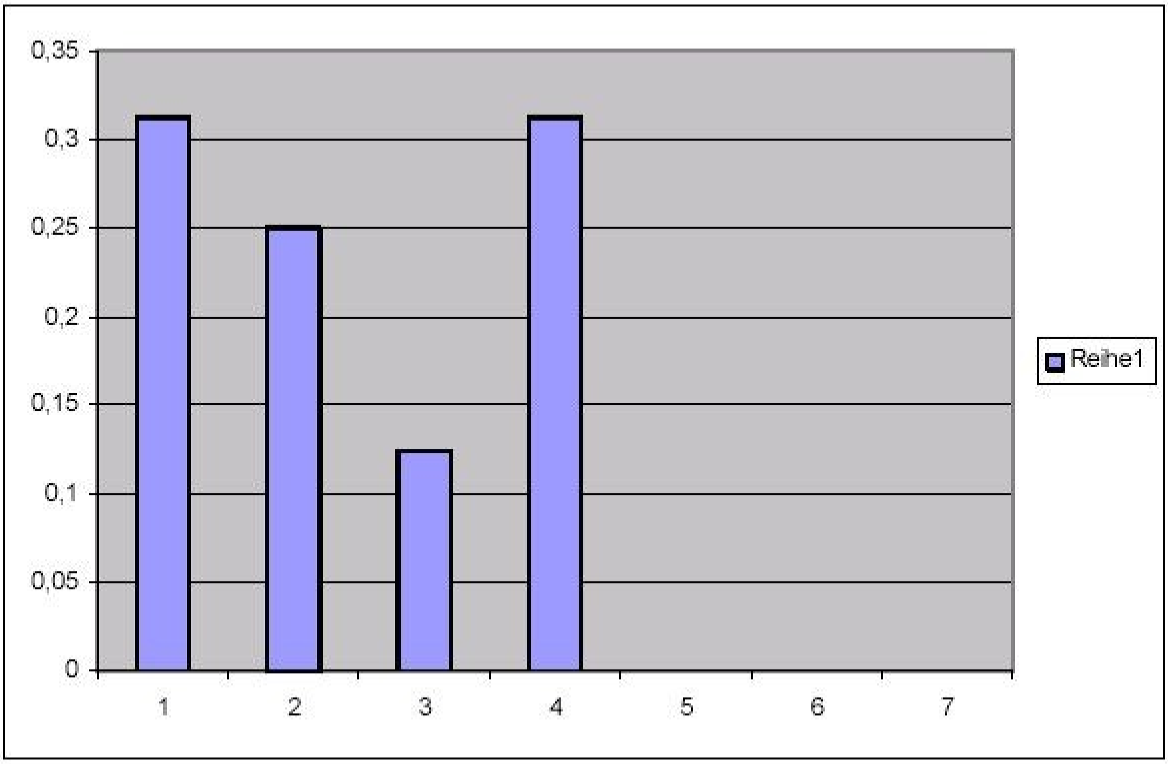
3 3 0 0

2 1 1 1



(a) Histogramm

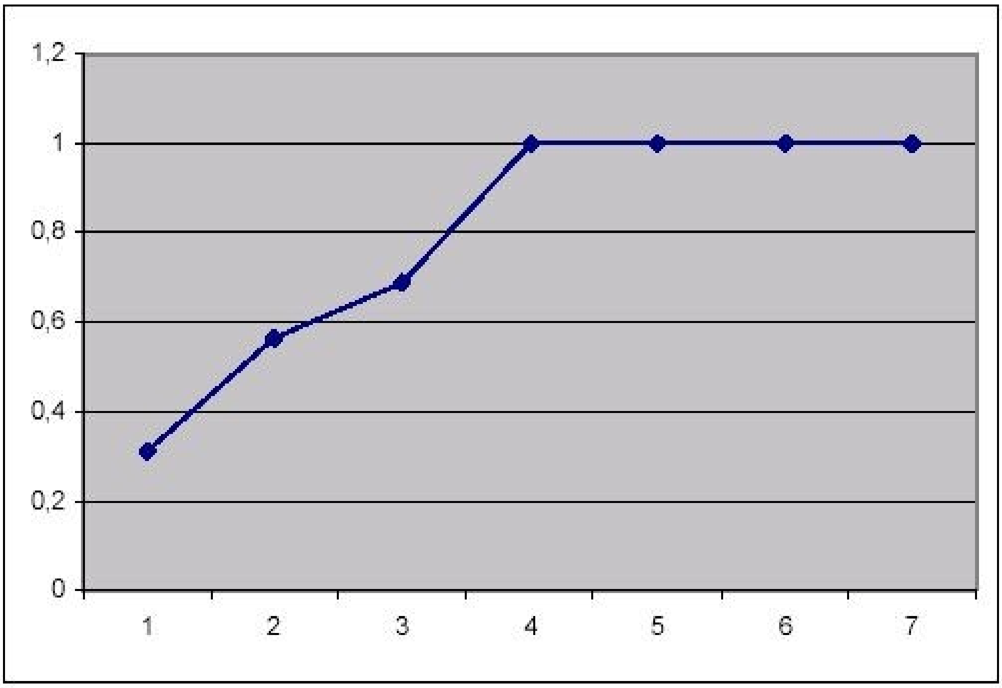
Intensität	0	1	2	3	4	5	6	7
h_{abs}	5	4	2	5	0	0	0	0
h_{rel}	5 / 16	1 / 4	1 / 8	5 / 16	0	0	0	0



(b) kumulative Verteilungsfunktion

$$h_c(p) = \sum_{i=0}^{p} h_{rel}(i) \qquad p = 0; 1; \ldots; 7$$

Intensität	0	1	2	3	4	5	6	7
h_{rel}	5 / 16	1 / 4	1 / 8	5 / 16	0	0	0	0
h_c	5 / 16	9 / 16	11 / 16	1	1	1	1	1



(c) Median

Der Median $\tilde{x}$ einer geordneten Stichprobe $(x_{1,} x_{2,} \dots, x_n)$ von *n* Messwerten berechnet sich als:

n ungerade: $x_{(n+1)/2}$
n gerade: $1/2\,(x_{(n/2)} + x_{(n/2+1)})$

1. Werte sortieren:
   0 0 0 0 0 1 1 1 1 2 2 3 3 3 3 3
2. Median bestimmen:
   n = 16, also aus x_8 und x_9

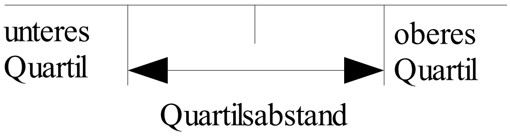
$\tilde{x} = 1$

(d) Quartilsabstand

unteres Quartil: die kleinsten 25% der Werte
oberes Quartil: die größten 25% der Werte
Quartilsabstand: Differenz zwischen oberem und unterem Quartil

sortierte Werte:

0 0 0 0 0 1 1 1 1 2 2 3 3 3 3 3



unteres Quartil: (0 + 0 + 0 + 0) / 4 = **0**
oberes Quartil: (3 + 3 + 3 + 3) / 4 = **3**
Quartilsabstand: 3 – 0 = **3**

(e) Mittelwert

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} x_i$$

$$\bar{x} = (0+0+0+0+0+1+1+1+1+2+2+3+3+3+3+3)/16 = 23/16 = 1{,}4375$$

$$\bar{x} = \sum_k h_{rel}(k) \cdot k$$

$$\bar{x} = (5 \cdot 0 + 4 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 5 \cdot 3)/16 = 23/16 = 1{,}4375$$

Standardabweichung s:

$$s^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N} (x_i - \bar{x})^2 \quad \text{(Varianz)}$$

$$s^2 = \frac{1}{15}\left(5\cdot\left(-\frac{23}{16}\right)^2 + 4\cdot\left(1-\frac{23}{16}\right)^2 + 2\cdot\left(2-\frac{23}{16}\right)^2 + 5\cdot\left(3-\frac{23}{16}\right)^2\right)$$

$$s^2 \approx 1{,}596$$

$$s \approx 1{,}263$$

(f) Schiefe (zentrales Moment 3. Ordnung):

$$a_3 = \frac{1}{N\cdot s^3} \sum_{i=1}^{N} (x_i - \bar{x})^3$$

$a_3 > 0$ => rechtsschief
$a_3 < 0$ => linksschief

rechtsschief:
Werte kleiner als der Mittelwert treten häufiger auf

linksschief:
Werte größer als der Mittelwert treten häufiger auf

$$a_3=\frac{1}{N\cdot s^3}\cdot(5\cdot(0-\frac{23}{16})^3+4\cdot(1-\frac{23}{16})^3+2\cdot(2-\frac{23}{16})^3+5\cdot(3-\frac{23}{16})^3)$$

$$a_3\approx 0{,}132$$

$$\Rightarrow \mathit{rechtsschief}$$

Wölbung / Kurtosis / Exzess (zentrales Element 4. Ordnung):

$$a_4=\frac{1}{N\cdot s^4}\sum_{i=1}^{N}(x_i-\bar{x})^4-3$$

beschreibt Abweichung gegenüber einer Normalverteilung

$a_4 = 0$ => normalgipflig
$a_4 > 0$ => steilgipflig (Verlauf spitzer als Normalverteilung)
$a_4 < 0$ => flachgipflig (Verlauf flacher als Normalverteilung)

$$a_4=\frac{1}{N\cdot s^4}\cdot(5\cdot(0-\frac{23}{16})^4+4\cdot(1-\frac{23}{16})^4+2\cdot(2-\frac{23}{16})^4+5\cdot(3-\frac{23}{16})^4)-3$$

$$a_4\approx -1{,}735$$

$$\Rightarrow \mathit{flacher\ als\ NV}$$

(g) Entropie

$$H = -\sum_{k=0}^{Max} h_{rel}(k) \cdot \log_2 h_{rel}(k)$$

H entspricht Bit / Pixel, d.h. je kleiner H desto stärker lassen sich die Bilddaten komprimieren (z.B. Huffman)

$$H = -\left(\frac{5}{16} \cdot \log_2 \frac{5}{16} + \frac{1}{4} \cdot \log_2 \frac{1}{4} + \frac{1}{8} \cdot \log_2 \frac{1}{8} + \frac{5}{16} \cdot \log_2 \frac{5}{16}\right)$$
$$H \approx 1{,}924$$

also 2 Bit pro Pixel werden benötigt

(h) Anisotropiekoeffizient

Maß für die Symmetrie des Histogramms

$$\alpha = -\frac{1}{H} \sum_{k=0}^{M} h_{rel}(k) \cdot \log_2 h_{rel}(k)$$

Symmetrisches Histogramm:

$$\alpha = \frac{1/2\, H}{H} = 0{,}5$$

im Beispiel:

$$\alpha = -\frac{1}{1{,}924} \cdot \left(\frac{5}{16} \log_2 \frac{5}{16} + \frac{1}{4} \log_2 \frac{1}{4}\right)$$
$$\alpha \approx 0{,}5324$$