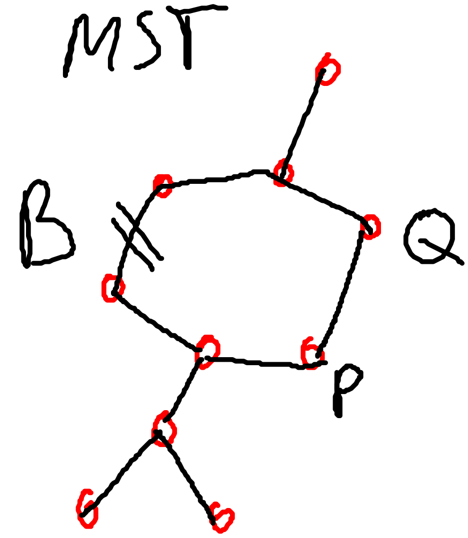
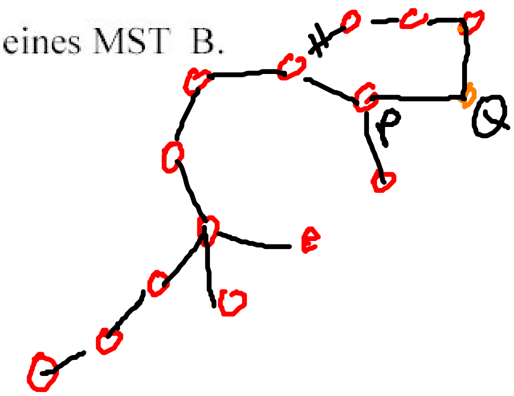
Aufgabe U21

(a)Greedy- Algorithmus :



(1) Sei pq Punktepaar mit kürzesten Abstand.
Annahme : pq gehört nicht zu einem MST.
Sei B ein MST.

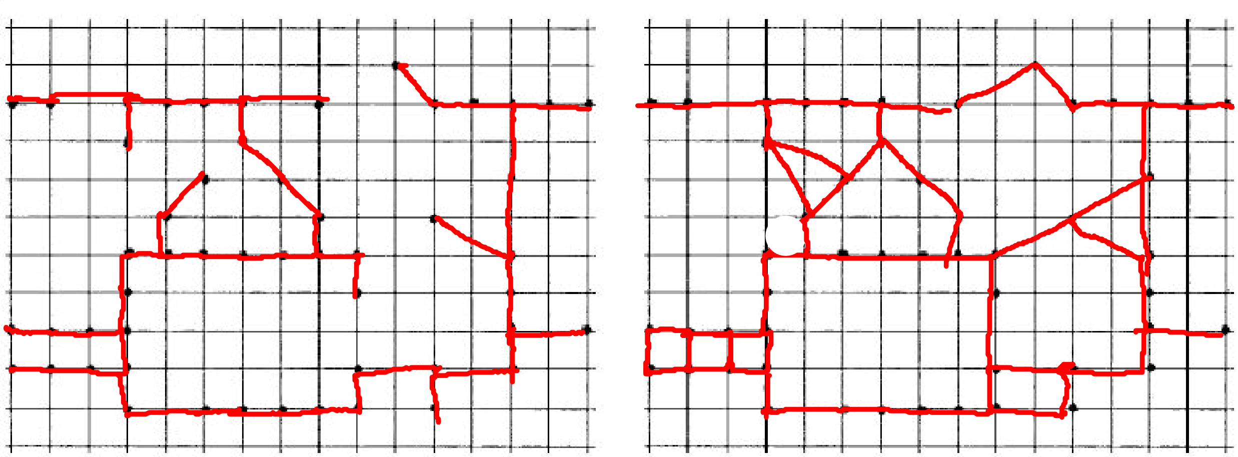
Verbinde pq in B, es entsteht ein Kreis
entferne eine andere Kante aus dem Kreis
=>neuer Graph ist MST ,Widerspruch



(2) T sei schon mit dem Algorithmus erzeugt und Subgraph eines MST B.
pq sei Punktepaar gemäß Schritt 2.
Annahme :pq gehört zu einem MS.

Wie in (1):
verbinde pq in B entferne andere Verbindungskante zwischen T und B\T aus B
=>entstehender Baum ist MST n. enthält pq, Widersr.
Mit Induktion über |T| folgt die Behauptung.

(b) MST



Bildanalyse und Bildverstehen
Lösung zu Aufgabe U22

(a) Geodetische Distanz dA(p,q)
= min. Länge eines p und q verbindenden Pfades

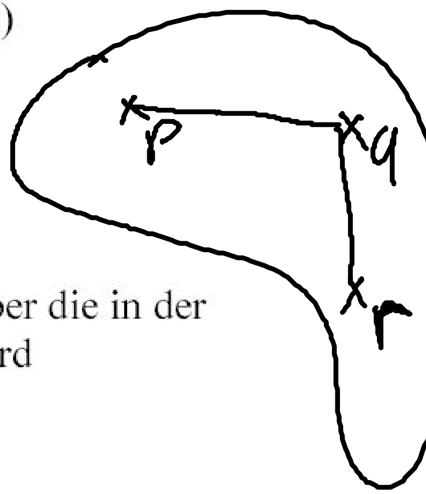
(bzgl . 8- Nachbarschaft), der ganz in A liegt.

Metrik-Eigenschaften:

- positiv definit : $dA(p,q) \geq 0$

  $dA(p,q) = 0 \Leftrightarrow p=q$ (Pfadlänge 0)
- symmetrisch : $dA(p,q) = dA(q,p)$ klar.
- Dreiecksangleichung :

  Es muss gelten : $dA(p,r) \leq dA(p,q)+dA(q,r)$



Pfad von p über q nach r mit Länge $dA(p,q) + dA(q,r)$ gehört zu dem Pfaden ,über die in der Def. Von $dA(p,r)$ das Minimum gebildet wird

$\Rightarrow$ Behauptung.

(b) Für Menge M :

$dA(p,M) = \min \{ dA(p,m) \mid m \in M \}$.

Distanz zur mit "0" markierten Teilmenge :

2	1	0	1	2	3	4	5	6	7
1	1	0	1	2	3			6	7
0	0	0	1	2	3			7	7
1	1	1	1	2	3			8	8
					3			9	
				4	4		10	10	
	8			5	5				
	8	7	6	6	6	6		8	
	8	7				7	7	8	
				∞					

2	1	0	1	2	3	4	5	6	7
1	1	0	1	2	3			6	7
0	0	0	1	2	3			7	7
1	1	1	1	2	3			8	8
					3			9	
				4	4		10	10	
	8			5	5				
	8	7	6	6	6	6		8	
	8	7				7	7	8	
				∞					

(c) Definitionen (wiederholen):
Gehodetische Länge L(A)
Ausbreitungsfunktion PA
Geodät . Endpunkte
Geodät . Zentrum
Geodät . Radius
Geodät . Formfaktor.
Lösung :
L(A)=8
PA:

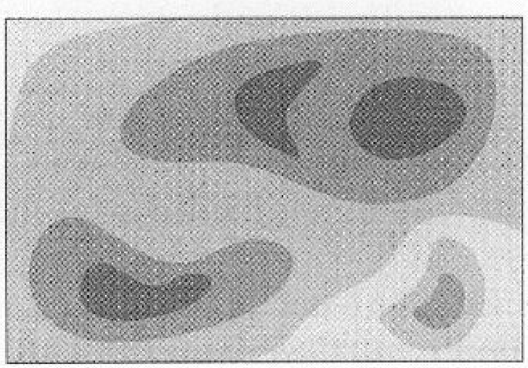
8 x					6	7	
7		5	4 z	5	6	7	8 y
7	6	5			6	7	
	6	6			7	7	

Endpunkt x,y
Zentrum z
Radius r =4
Fläche =19

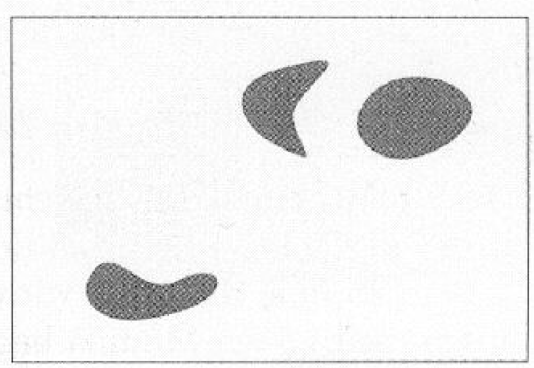
=> Formfaktor = $\dfrac{\pi \cdot 64}{4 \cdot 19} \approx \dfrac{16}{19}\pi \approx 2.64$ (Kreis =1)

8(x)					6	7	
7		5	4(z)	5	6	7	8(y)
7	6	5			6	7	
	6	6			7	7	

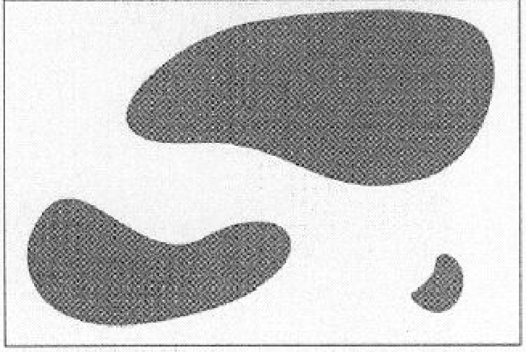
(c) Bild



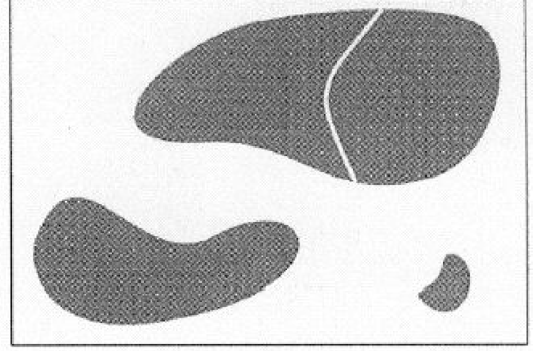
(a) Eingangsbild f.



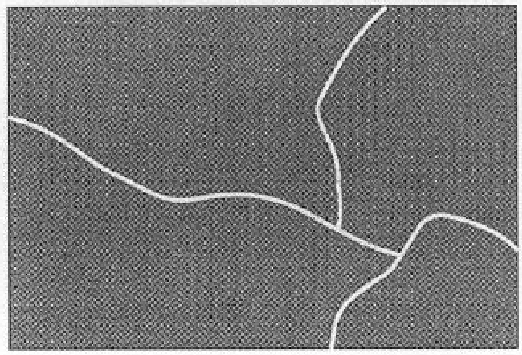
(b) $X_{h_{min}} = T_{h_{min}}(f)$.

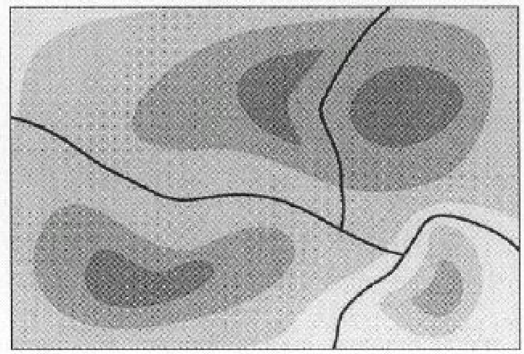


(c) $T_{t \leq h_{min+1}}(f)$.

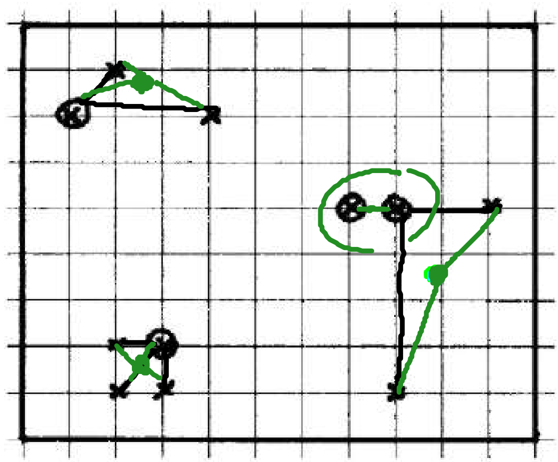


(d) $X_{h_{\min}+1} = \mathrm{RMIN}_{h_{\min}+1}(f) \cup IZ_{T_{t \leq h_{\min}+1}(f)}(X_{h_{\min}})$.

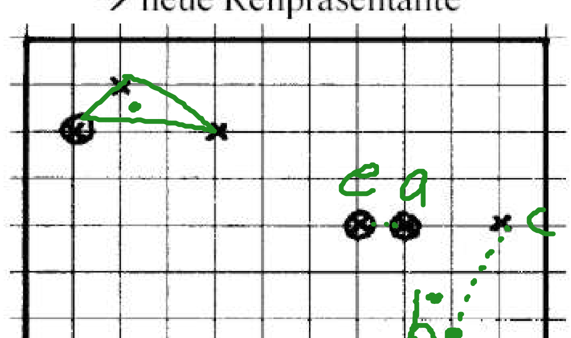


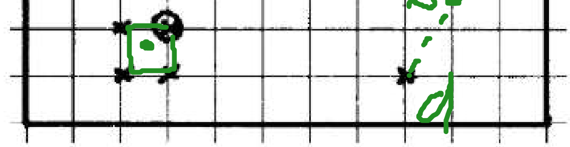


Lösung zu Aufgabe U23



1. nächste markierte Nachbarn
2. Schwerpunkt jedes Clusters berechnen
   Rechtes Cluster :
   (8;1)
   (8;5)
   <u>(10;5)</u> :3
   (26;11) → (8,667; 3,667)
   → neue Rehpräsentante





3. Umgruppierung
    - die beiden linken Cluster bleiben stabil
    - a liegt näher an e als am neuen Zentrum b
      (e,a) ; (c,d)
4. Stabilisierung der Cluster im nächsten Iterationsschritt:
   (e,a); (c,d)

*Berechnung der Zuordnung des rechten Außenpunktes c:

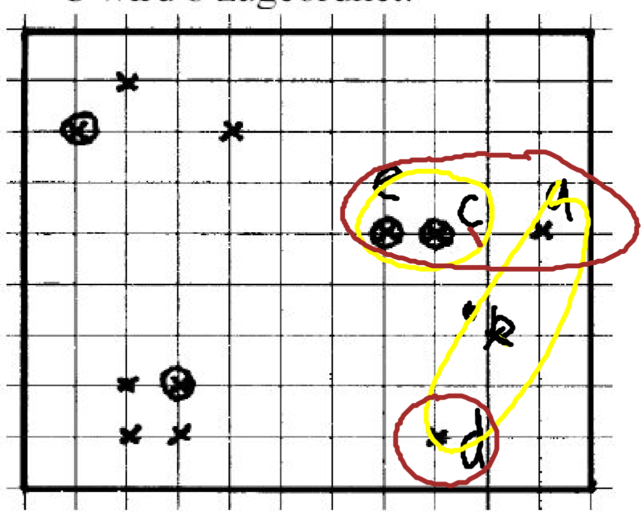
d(a,e) = 3 (e ist Clusterzentrum des alten Clusters {e})

$$b=\frac{1}{3}\ (a+c+d)=\frac{1}{3}\ ((0;4)+(2;4))=\left(\frac{2}{3}\,;\frac{8}{3}\right),\ C=(0;4)$$

d=0

$$d(c,b)=\sqrt{\left(\tfrac{4}{3}\right)^2+\left(\tfrac{4}{3}\right)^2}=\frac{\sqrt{32}}{3}\approx 1.8856<3$$

⇨ C wird b zugeordnet.



Optimalität der entstandenen Clusterung (nach Stabilisierung):
Fehlerquadratsumme der beiden rechten Cluster

- im Vorliegenden Endzustand des Algorithmus :
  1/4 + 1/4 +5+5 =10,5
- wenn stattdessen c mit e und a ein Cluster bilden würde:

gelb rot

x x x

e a c $\left(\tfrac{4}{3}\right)^2+\left(\tfrac{1}{3}\right)^2+\left(\tfrac{5}{3}\right)^2+0=4{,}667\ <10{,}5\,!$

⇨ Verfahren "Läuft sich fest" in lokalem Minimum, welches nicht das globale Min. ist !