Lösung zu Aufgabe U1:

Bild:

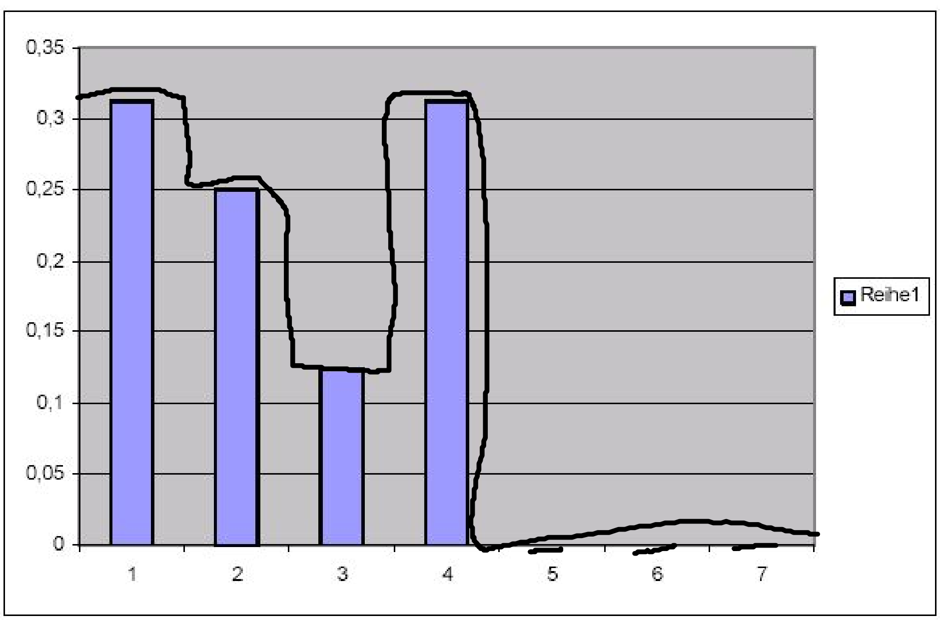
0 0 0	1 2 3	3 5 1	7 7 3
3 2 2	2 2 0	0 0 0	4 5 3
1 2 3	4 5 3	6 7 0	0 0 0
2 2 2	2 2 1	2 2 1	2 2 1

Werte des Blaukanals (3.Komponente der Zahlentripel) :

0	3	1	3
2	0	0	3
3	3	0	0
2	1	1	1

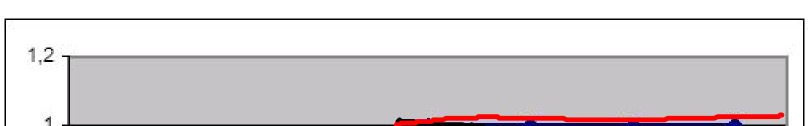
(a)

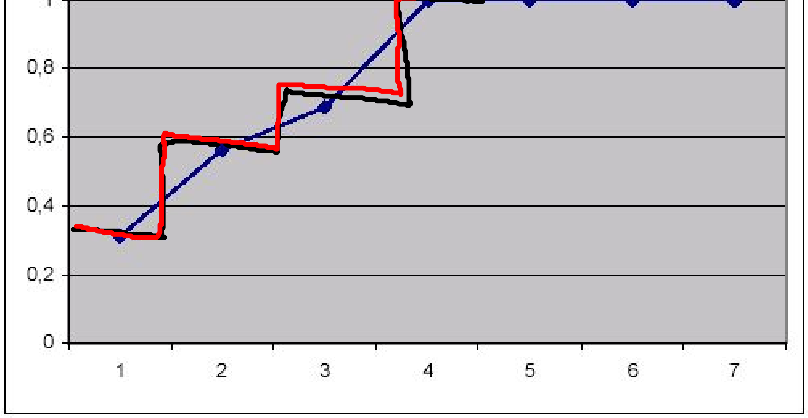
Intensität	0	1	2	3	4	5	6	7
h_{abs}	5	4	2	5	0	0	0	0
h_{rel}	5/16	1/4	1/8	5/16	0	0	0	0



(b) <u>kumulative Verteilungsfunktion:</u>

$$h_c(p) = \sum_{i00}^{p} h_{rel}(i) \qquad (p=0;1;2;...;7)$$





(c) <u>Median:</u>

sortierte Wertefolge = 0 0 0 0 0 1 1 1 | 1 2 2 3 3 3 3 3

Median = $\frac{1+1}{2} = 1$

bei ungerader Anzahl → mittl. Wert

(d) <u>unteres Quartil</u>:

Wert der das kleinste Viertel der Werte vom Rest trennt

(auch: 25% - Qua**n**til, 25-Perzentil)

0 0 0 0 | 0 1 1 1 1 2 2 3 | 3 3 3 3

$q_{1/4} = 0$

<u>oberes Quartil :</u>

$q_{3/4} = 3$

Quartilsabstand: $3 - 0 = 3$ (ein Dispersionsmaß)

Vorteil: durch Ausreißer kaum (nicht) beeinflusst

(e) <u>Mittelwert</u>

$$\bar{x} = \frac{1}{N}\sum_{i=1} x_i = \frac{1}{16}\cdot(23) = \frac{23}{16} = 1{,}4375$$

$$= \sum_{k=0}^{Max} h_{rel}(h) \bullet k = \frac{5}{16}\cdot 0 + \frac{1}{4}\cdot 1 + \frac{1}{8}\cdot 2 + \frac{5}{16}\cdot 3$$

Varianz

$$s^2 = \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^2$$

$$= \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N} h_{abs}(k) \bullet (k-\bar{x})^2 = \frac{1}{15}\Big(\underbrace{5\cdot\left(-\tfrac{23}{16}\right)^2}_{k=0} + \underbrace{4\cdot\left(-\tfrac{7}{16}\right)^2}_{k=1} + \underbrace{2\left(\tfrac{9}{16}\right)^2}_{k=2} + \underbrace{5\left(\tfrac{25}{16}\right)^2}_{k=3}\Big)$$

$$\widehat{=}\ 1{,}596$$

Standartabweichung: $s = \sqrt{s^2} \approx 1{,}263$

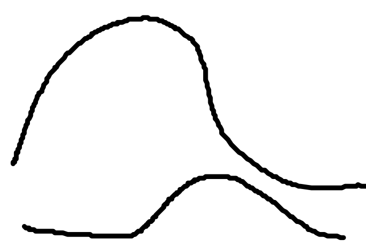
Maß für die Abweichung vom Mittelwert

(f) Schiefe = 3. Moment

$$a_3 = \frac{1}{N\cdot s^3}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^3$$

$$= \frac{1}{N\cdot s^3}\sum_{i=1}^{N} h_{abs}(k) \bullet (k-\bar{x})^3 = \frac{1}{32{,}235}\cdot\left(5\cdot\left(\tfrac{-23}{16}\right)^3 + \ldots\right)$$

$$\approx 0{,}132 > 0$$



$a_3 > 0$: Verteilung rechtsschief (linkssteil)

$a_3 < 0$: Verteilung linksschief (rechtssteil)

Kurtosis (Exzess) = 4. Moment

$$a_4 = \frac{1}{N\cdot s^4}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^4 - 3$$

$$= \frac{1}{N\cdot s^4}\sum_{i=1}^{N} h_{abs}(k) \bullet (k-\bar{x})^4 - 3 = \frac{1}{40{,}71303}\cdot\left(5\left(-\tfrac{23}{16}\right)^4 \ldots\right) - 3$$

$= -1{,}735 < 0 \Rightarrow$ deutlich flacher als NV

$a_4 > 0$: Verteilung hochgipfelig (steiler als NV)
$a_4 < 0$: Verteilung tiefgipfelig (flacher als NV)

(g) Entropie

$$H = -\sum_{k=0}^{Max} h_{rel}(k) \bullet ld\, h_{rel}(k)$$

mit $ldx = \log_2 x = \frac{\ln x}{\ln 2} \approx \frac{\ln x}{0{,}69315} \approx 1{,}4427 \cdot \ln x$

Je größer H, desto „gleichmäßiger" die Verteilung

H = mittl. Entscheidungsgehalt pro Bildpunkt
= Informationsgehalt i.S. von Shánnon (signaltheoretisch /statistisch)
= mittl. a-priori - Unsicherheit pro Bildpunkt

Beachte: H berücksichtigt <u>keine</u> Korrelationen zwischen benachbarten Bildpunkten!

homogenes Bild: $H = -\sum_{k=0}^{Max} 1 \cdot ld1 = 0$ (= min. Wert)

Bild mit gleichverteilten Grauwerten:

$h_{rel}(h) = \frac{1}{4}$ für h = 0;1;2;3 $\Rightarrow$

$$H = -\sum_{k=0}^{Max} \frac{1}{4} \cdot ld\frac{1}{4} = -(-2) \quad \text{(= max. Wert von } H \text{ bei 4 Graustufen)}$$

in unserem Beispiel:

$$H = -\left(\frac{5}{16} \cdot \log_2 \frac{5}{16} + \frac{1}{4} \cdot \log_2 \frac{1}{4} + \frac{1}{8} \cdot \log_2 \frac{1}{8} + \frac{5}{16} \cdot \log_2 \frac{5}{16}\right)$$

$$\approx 1{,}924$$

(h) Anisotropiekoeffizient:

$$H = -\frac{1}{H}\sum_{k=0}^{M} h_{rel}(k) \bullet ld\, h_{rel}(k), \quad \text{mit } M = \text{Median der Grauwertvert.}$$

= Maß für die Symmetrie des Histogramms.

Für symmetrische Histogr. ist $\alpha \approx \frac{\frac{1}{2}H}{H} = 0{,}5$

in unserem Bsp.:

$$\alpha = -\frac{1}{1{,}924} \cdot \left(\frac{5}{16}\, ld \frac{5}{16} + \frac{1}{4}\, ld \frac{1}{4} \right)$$

$$\approx 0{,}5324$$

(i) Paar-Grauwertmatrix bzgl. Relation ζ:

$M\varsigma = (a_{jk})$ j,k Grauwerte

mit $a_{jk} = \{(u,v) \mid \text{Grauwert}(u) = j \wedge \text{Grauwert}(v) = k \wedge u \,\varsigma\, v\}$,

ς = "rechter Nachbar"

$$\begin{matrix} 0 & 3 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & 0 & 3 \\ 3 & 3 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \end{matrix} \Rightarrow M\varsigma = \begin{array}{c} \begin{matrix} 0{,}0 & & & 0{,}3 \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

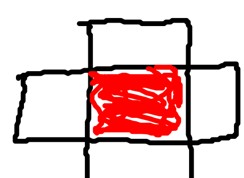
Verwendung in der Texturanalyse

Verwendung u.a. in der Texturanalyse.

Was sagen die Werte in der Hauptdiagonale aus?
→ Größen der homogenen Bildbereiche!

Eintrag an Position (j,k), $j \neq k$:
→ Maß für Länge der Grenze zwischen Grauwertbereichen j und k

Für ζ nimmt man auch:
(innerer, oberer, unterer Nachbar;
Nachbar schlechthin bzgl. 4-Nachbarschaft



bzgl. 8-Nachbarschaft)