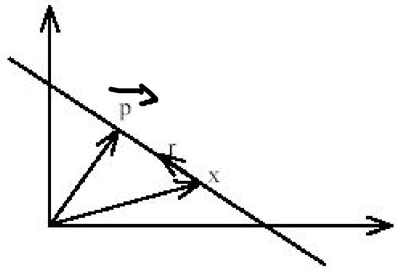
<u>Bildanalyse und Bildverstehen</u>

<u>Lösung zu Aufgabe U24 (Auffinden von Fluchtpunkten im Bild)</u>

(a) modifizierte Hough-Transformation :



gegeben : Richtung $\vec{r}$, beliebiger Punkt $\vec{x}$ auf der Geraden

$$\vec{p} = \vec{x} + c \cdot \vec{r} \quad (*)$$

$$\vec{p} \cdot \vec{r} = 0 \quad \text{(Skalarpro.)}$$

$$\Rightarrow (\vec{x} + c \cdot \vec{r}) \cdot \vec{r} = 0$$

$$\vec{x} \cdot \vec{r} + c \cdot \left\| \vec{r} \right\|^2 = 0$$

$$c \cdot \left\| \vec{r} \right\|^2 = -\vec{x} \cdot \vec{r}$$

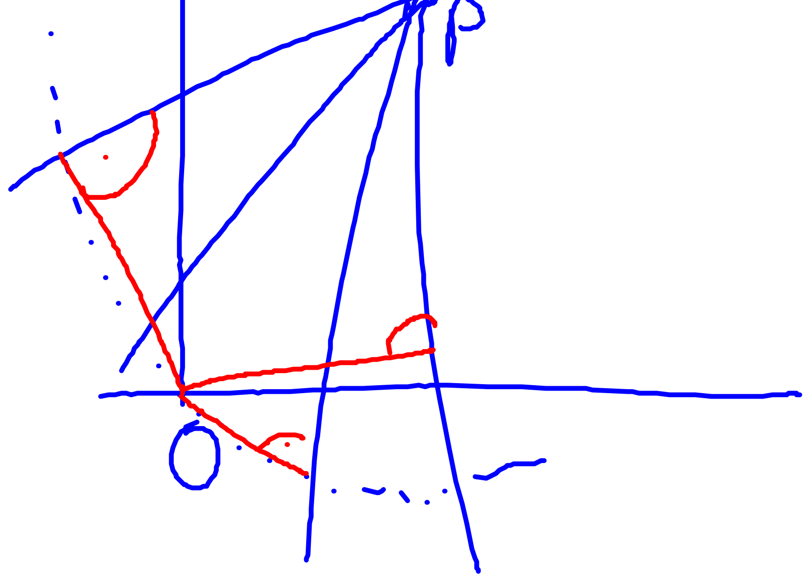
$$c = \frac{-\vec{x} \cdot \vec{r}}{\left\| \vec{r} \right\|^2}$$

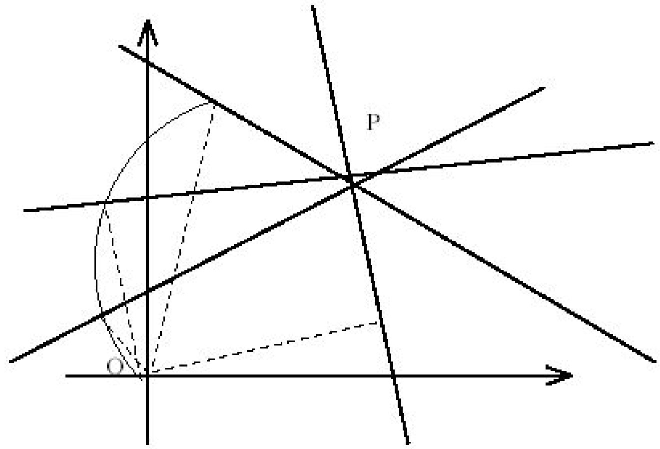
also $\vec{p} = \vec{x} - (\vec{x} \cdot \vec{r}^{\,0}) \cdot \vec{r}^{\,0}$,

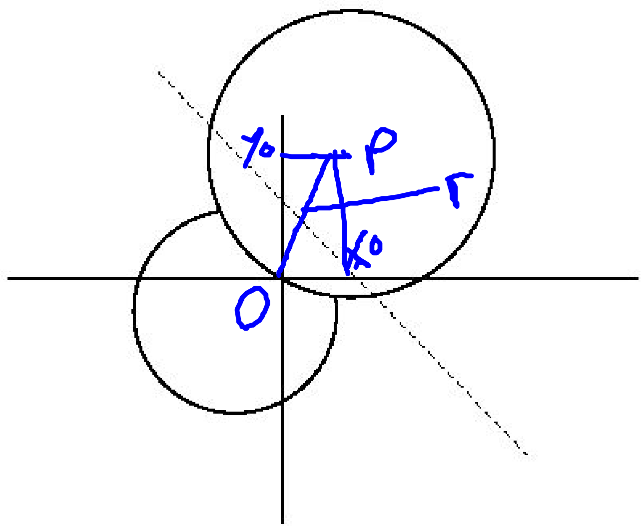
wobei $\vec{r}^{\,0}$ der normierte Vektor(Länge 1) ist : $\vec{r}^{\,0} = \frac{\vec{r}}{\| r \|}$

.

(b) Satz des Thales => Punkte ,deren Verbindungslinien zu P und O (= Ursprung) rechten Winkel bilden , liegen auf Kreis mit PO als Durchmesser (Mittelpunkt 1/2P)
d.h. die Punkte liegen nach der modif. Hough - Transformation. auf einem <u>Kreis durch den Ursprung O.</u>
P ist der Punkt auf diesem Kreis mit größtem Abstand von O.







(c)

Anwendung linearer Regression ?

Trick : aus Kreis Gerade machen

Inversion zum Einheitskreis

(*) $f(x,y) = \left(\frac{x}{x^2+y^2} ; \frac{y}{x^2+y^2}\right) = (x' ; y')$

Behauptung : ein Kreis durch O wird von f auf eine Gerade abgebildet.

Kreis durch O : Kreisgleichung $(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=r^2$

(x_0 , y_0) Mittelpunkt.

geht durch O => $x_0{}^2 + y_0{}^2 = r^2$

$(x-x_0)^2+(y-y_0)^2 = x^2+2x\,x_0+x_0^{\,2}+y^2-2y\,y_0+y_0^{\,2} = r^2$

$\Rightarrow\; x^2-2x\,x_0+y^2-2y\,y_0=0$

$$:(x^2+y^2)\quad \Rightarrow \underbrace{\boxed{\frac{x^2}{x^2+y^2}+\frac{y^2}{x^2+y^2}}}_{=1}-2\frac{x}{x^2+y^2}x_0-2\frac{y}{x^2+y^2}y_0=0$$

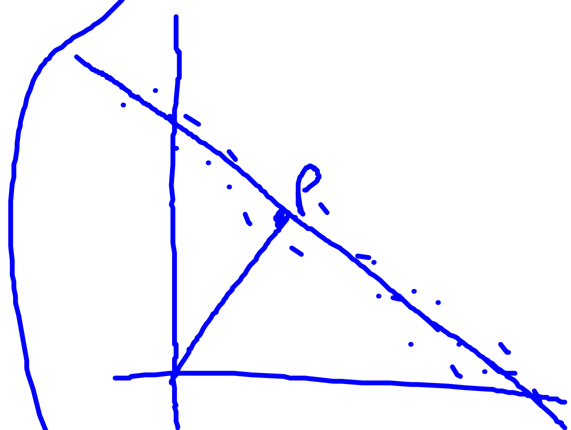
$$\Leftrightarrow 1-2x'x_0-2y'y_0=0 \quad (**)$$

Geradeengleichung in x’,y’

Transformiere also Punkte aus dem modifizierten Hough-Space durch Inversion zum Einheitskreis (*)
Suche dann nach Geraden (z.B. mit klassischer linearer Regression)
Wende (*) erneut an (Selbsteinverse Abb. !) => Kreis durch O im modif.Hough-Space => Diametralpunkt P dieses Kreises liefert Fluchtpunkt im Originalbild.

(d) Gerade zu O nächste Punkte:

y = 2 ----------------→ (0;2)
y = x ---------------→ (0;0)
y = 4-x --------------→ (2 ;2)



Inversion ~~zum~~ am Einheitskreis :

f(0;2) = (0;1/2)

f(0;0) = ∞

$f(2;2) = (\frac{2}{8};\frac{2}{8}) = (\frac{1}{4};\frac{1}{4})$

→ Gerade $x+y=\frac{1}{2}$

oder $\frac{1}{2}$-x-y =0 oder 1-2x-2y =0

=> in (**) ist $x_0 = y_0 = 1$

⇨ Kreismittelpunkt bei $(x_0;y_0)=(1;1)$

r²

⇨ $\cancel{R}^2 = x_0^{\,2}+y_0^{\,2} = 1+1=2 \Rightarrow r=\sqrt{2}$

P= 2 (1;1)=(2;2)

Schnittpunkt der 3 Geraden

(war auch so klar - ,aber interessant ist der Fall ,wenn nicht exakt derselbe Schnittpunkt vorliegt)