Aufgabe U2

Man führe für den Blaukanal des Bildes aus Aufgabe U1 die Histogramm-Einebnung durch.

Bildanalyse und Bildverstehen

Lösung zu Aufgabe U2

Werte des Blaukanals (3.Komponente der Zahlentripel) :

```
0   3   1   3
2   0   0   3
3   3   0   0
2   1   1   1
```

(a) Spreizung : Kmin = 0 , Kmax = 3 , Max = 7

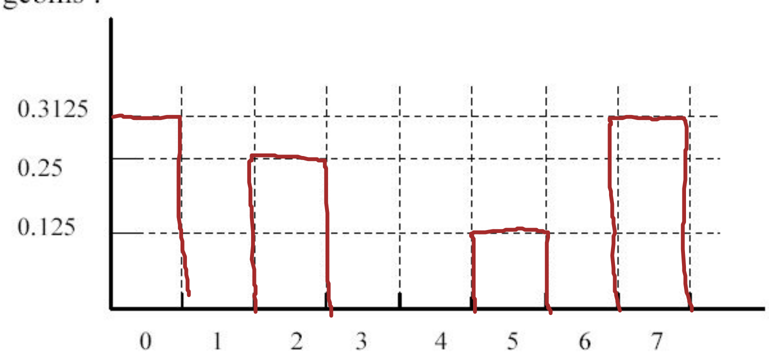
$f(0) = \text{round}(\ 0\ ) = 0$

$f(1) = \text{round}\left(\frac{1-0}{3-0} \cdot 7\right) = \text{round}\left(\frac{7}{3}\right) = 2$

$f(2) = \text{round}\left(\frac{2-0}{3} \cdot 7\right) = \text{round}\left(\frac{14}{3}\right) = 5$

$f(3) = \text{round}\left(\frac{3}{3} \cdot 7\right) = \text{round}(7) = 7$

Ergebnis :




(b) Einebnung :

| x | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| hc(x) | $\frac{5}{16}$ | $\frac{5}{16}$ | $\frac{9}{16}$ | $\frac{9}{16}$ | $\frac{9}{16}$ | $\frac{11}{16}$ | $\frac{11}{16}$ | 1 |

**g(x) = round(hc(x) • 7)**

$g(0) = \text{round}\left(\frac{35}{16}\right) = 2$

$g(1) = \text{round}\left(\frac{35}{16}\right) = 2$

g(2) = round( $\frac{63}{16}$ ) = 4

g(3) = round( ) = 4

g(4) = round( ) = 4

g(5) = round( $\frac{77}{16}$ ) = 5

g(6) = round( ) = 5

g(7) = 7

(c) beide Transformationen verkettet :

$0 \rightarrow 0 \rightarrow 2$

$1 \rightarrow 2 \rightarrow 4$

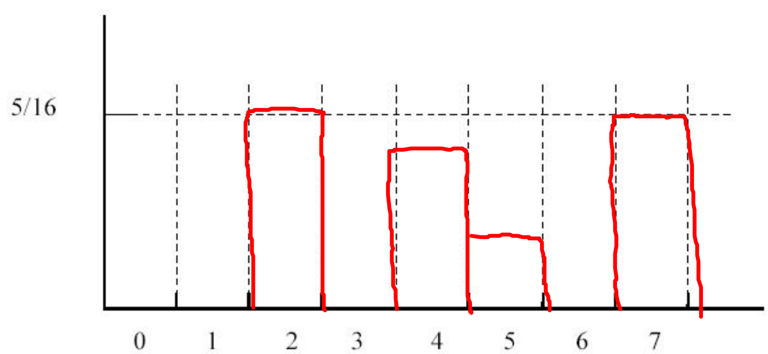
$2 \rightarrow 5 \rightarrow 5$

$3 \rightarrow 7 \rightarrow 7$

Ausgangsbild:

$$\begin{pmatrix} 0 & 3 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & 0 & 3 \\ 2 & 3 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} 2 & 7 & 4 & 7 \\ 5 & 2 & 2 & 7 \\ 7 & 7 & 2 & 7 \\ 5 & 4 & 4 & 4 \end{pmatrix}$$

neues Histogramm nach der Transformation :




(d) Vollständige Einebnung durch Ausgleich zwischen über – und unterbesetzten Klassen: (einfacher mit absoluten Häufigkeiten)

| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Ist** | 0 | 0 | 5 | 0 | 4 | 2 | 0 | 5 |
| **Soll** | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |

$$\begin{pmatrix} 2 & 7 & 4 & 7 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 0 & 6 & 2 & 7 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 5 & 2 & 2 & 7 \\ 7 & 7 & 2 & \cancel{7}\,2 \\ 5 & 4 & 4 & 4 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} 4 & 0 & 1 & 7 \\ 5 & 6 & 1 & 2 \\ 5 & 3 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

Das Ergebnis ist nicht eindeutig (Wahl der zu Verändernden Pixel randomisiert.)

Beachte :

- Wenn man Schritt 3 anwendet , kann man sich die Schritte 1 und 2 sparen!
- Nachteil des letzten Schrittes : Homogene Bereiche des Bildes werden inhomogen!
- Deshalb beschränkt man sich oft auf die Schritte 1+2(Spreizung +Transformation mittels hc)

Aufgabe U3

(a) Wie lauten die Basismatrizen der diskreten Fouriertransformation im Falle $L = R = 2$, also für $2{\times}2$-Matrizen?
(b) Man zeige, dass diese 4 Matrizen tatsächlich eine Orthonormalbasis bilden.
(c) Wie lautet die Fouriertransformierte der folgenden Matrix:
$(f_{jk}) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ ?

***Lösung zu Aufgabe U3***

(a)DFT – Basismatrizen allg. $B_{m,n} = (e^{2\pi i *(\frac{mj}{L}+\frac{nk}{R})})$ j=0,...,L-1 k=0,...,R-1

$B_{0,0} = (e^{2\pi i \bullet 0}) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

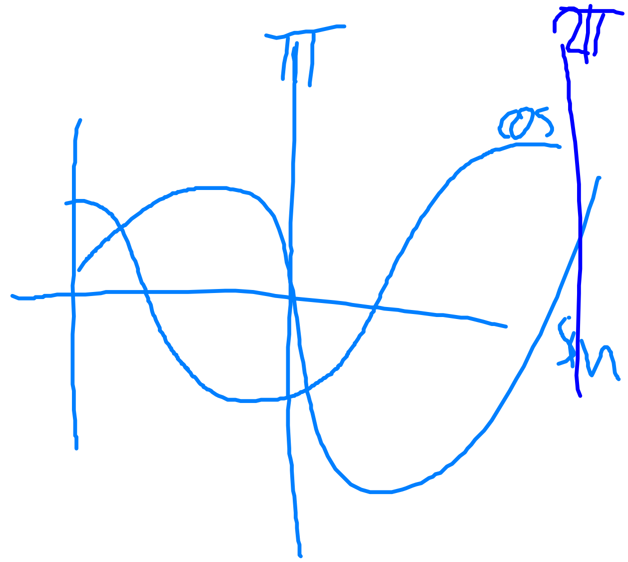
$B_{0,1} = (e^{2\pi i \bullet (0+k/2)}) = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$

$e^{\pi i} = \cos\pi + i\sin\pi$

$B_{1,0} = (e^{2\pi i \bullet (0+j/2)}) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$

$B_{1,1} = (e^{2\pi i \bullet (j+k)/2}) = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$

$e^{2\pi i}$




(b) Lineare Unabhängigkeit :

$$a \bullet \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} + b \bullet \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} + c \bullet \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} + d \bullet \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & +1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} a+b+c+d=0 \\ a-b+c-d=0 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} a+b=0 \\ a-b=0 \end{bmatrix} \Leftrightarrow$$

$a = 0$
$b = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a+b-c-d=0 \\ a-b-c+d=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c+d=0 \\ c-d=0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$c=0$

$d=0$

Wegen dim $\mathbb{C}^{2*2}=4$ müssen die $B_{m,n}$ dann eine Basis bilden

Orthonormal? Zu prüfen:

$$\langle B, C \rangle = \begin{cases} 0, & B \neq C \\ 1, & B = C \end{cases}$$

$$\langle B_{0,0}; B_{0,0} \rangle = \frac{1}{4} \sum_{j=0}^{1} \sum_{k=0}^{1} B_{0,0}(j,h) \bullet \overline{B_{0,0}(j,h)} =$$

analog für die anderen $\langle B_{m,n}; B_{m,n} \rangle$

$$\langle B_{0,0}; B_{0,1} \rangle = \frac{1}{4} \sum \sum B_{0,0}(j,h) \bullet \overline{B_{0,1}(j,h)} =$$

analog für die übrigen Kombinationen....

(c ) DFT von $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$?

$$g_{m,n} = \frac{1}{4} \bullet \sum_{j=0}^{1} \sum_{k=0}^{1} f_{jk} \bullet e^{-2\pi i(\frac{j}{2}m + \frac{k}{2}n)} \quad \text{(m=0;1, n=0;1)}$$

m = n = 0 :