Lösung zu Aufgabe U1:

Bild:

0	0	0	1	2	3	3	5	1	7	7	3
3	2	2	2	2	0	0	0	0	4	5	3
1	2	3	4	5	3	6	7	0	0	0	0
2	2	2	2	2	1	2	2	1	2	2	1

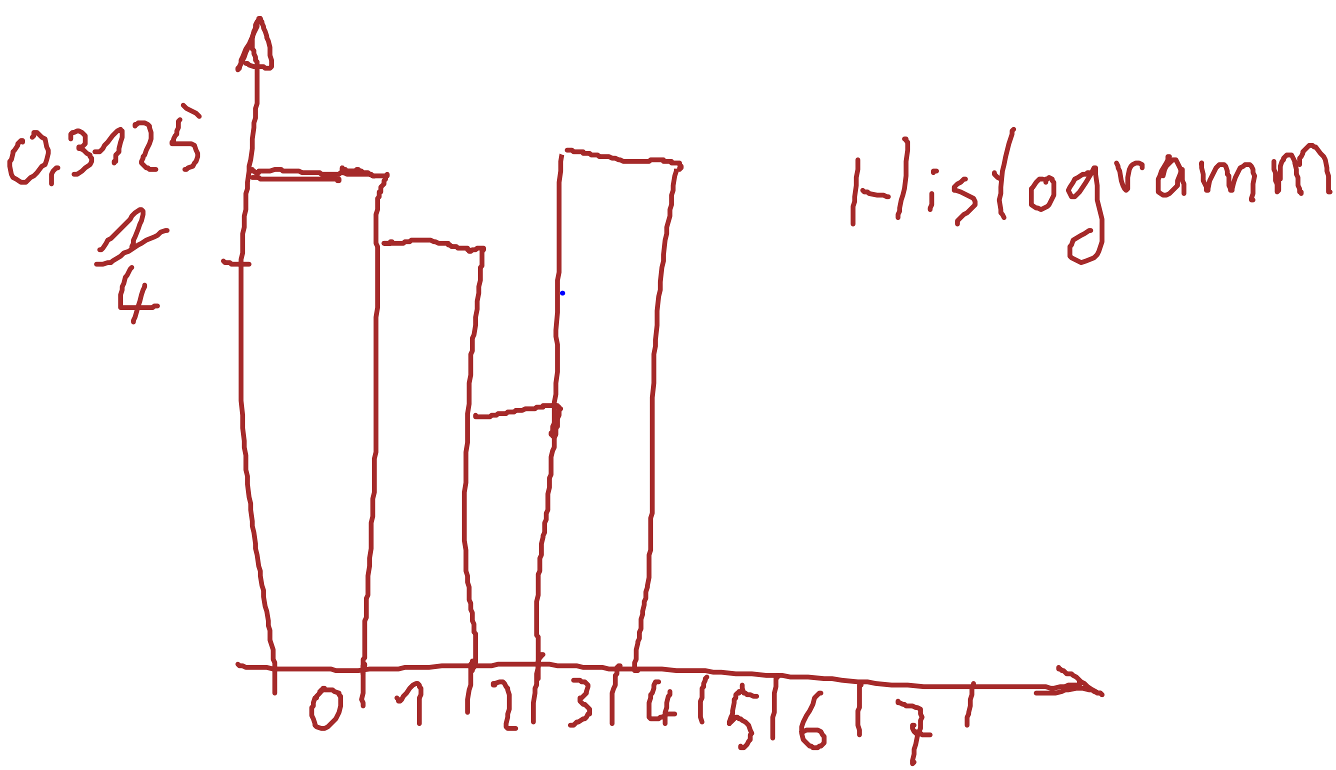
Werte des Blaukanals (3.Komponente der Zahlentripel)

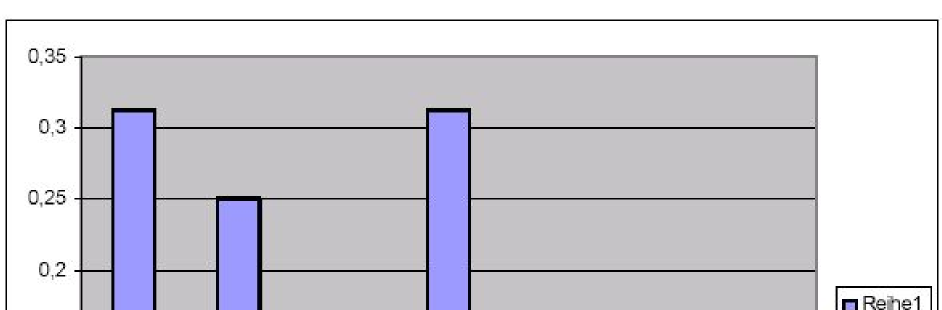
0	3	1	3
2	0	0	3
3	3	0	0
2	1	1	1

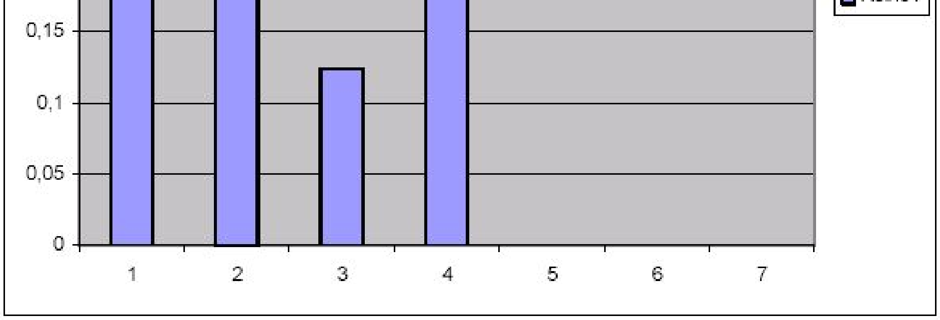
(a)

Intensität	0	1	2	3	4	5	6	7
h_{abs}	5	4	2	5	0	0	0	7
h_{rel}	5/16	1/4	1/8	5/16	0	0	0	0

≈0,3125

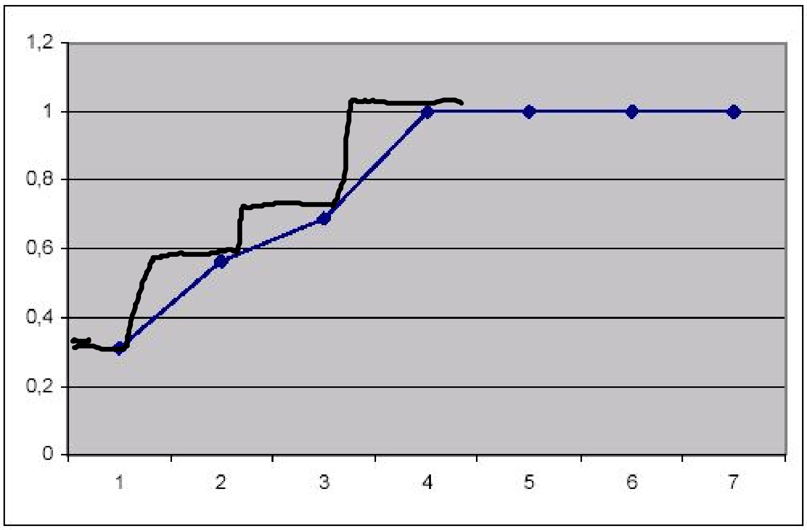






(b) <u>kumulative Verteilungsfunktion:</u>

$$h_c(p) = \sum_{i=0}^{p} h_{rel}(i) \qquad (p=0;1;2;\ldots;7)$$



(c) <u>Median:</u>

sortierte Wertefolge = 0 0 0 0 0 1 1 1 1 2 2 3 3 3 3 3

zwischen
1 u 1

Median = 1

(d) <u>unteres Quartil:</u>

Wert der das kleinste Viertel der Werte vom Rest trennt

(auch: 25% - Qua**n**til, 25-Perzentil)

0 0 0 0 0 1 1 1 1 2 2 3 3 3 3 3

$q_{1/4} = 0$

oberes Quartil :

$q_{3/4} = 3$

Quartilsabstand: $3 - 0 = 3$ (ein Dispersionsmaß)

Vorteil: Median und Quartil werden weniger durch "Ausreißer" beeinfl. als Mittelw. und Standardabweichung

(e) Mittelwert

$$\bar{x} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i = \frac{1}{16}\cdot(4+4+15) = \frac{23}{16} = 1{,}4375$$

$$= \sum_{k=0}^{Max} h_{rel}(k) \bullet k = \frac{5}{16}\cdot 0 + \frac{1}{4}\cdot 1 + \frac{1}{8}\cdot 2 + \frac{5}{16}\cdot 3 = 1{,}4375$$

Varianz

$$s^2 = \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^2$$

$$= \frac{1}{N-1}\sum_{k=0}^{N} h_{abs}(k)\bullet(k-\bar{x})^2 = \frac{1}{15}\left(5\left(-\frac{23}{16}\right)^2 + 4\left(-\frac{7}{16}\right)^2 + 2\cdot\left(\frac{9}{16}\right)^2 + 5\cdot\left(\frac{25}{16}\right)^2\right)$$

$k=0$ $k=3$

Standartabweichung: $s = \sqrt{s^2} \approx 1{,}263$ $\approx 1{,}596$

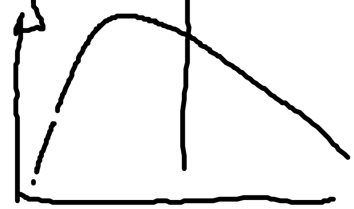
Maß für Abweichung vom Mittelwert

(f) Schiefe = 3. Moment

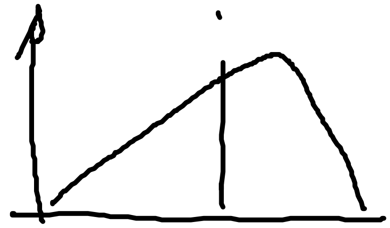
$$a_3 = \frac{1}{N\cdot s^3}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^3$$

$$= \frac{1}{N\cdot s^3}\sum_{k=0}^{N} h_{abs}(k)\bullet(k-\bar{x})^3 = \frac{1}{32{,}235}\cdot\left(5\cdot\left(-\frac{23}{16}\right)^3 + 4\cdot \ldots\right.$$

$\approx 0{,}132 > 0$



$a_3 > 0$: Verteilung rechtsschief (linkssteil)
$a_3 < 0$: Verteilung linksschief (rechtssteil)



Kurtosis (Exzess) = 4. Moment

$$a_4 = \frac{1}{N \cdot s^4} \sum_{i=1}^{N} (x_i - \bar{x})^4 - 3 \quad \text{— zur Normierung}$$

$$= \frac{1}{N \cdot s^4} \sum_{i=1}^{N} h_{abs}(k) \bullet (k - \bar{x})^4 - 3 = -1{,}735 < 0$$

deutlich flacher als NV

$a_4 > 0$: Verteilung hochgipfelig (steiler als NV)
$a_4 < 0$: Verteilung tiefgipfelig (flacher als NV)

(g) Entropie

$$H = -\sum_{k=0}^{Max} h_{rel}(k) \bullet ld\, h_{rel}(k)$$

mit $\quad ldx = \log_2 x = \dfrac{\ln x}{\ln 2} \approx \dfrac{\ln x}{0{,}69315} \approx 1{,}4427 \cdot \ln x$

Je größer H, desto „gleichmäßiger" die Verteilung

H = mittl. Entscheidungsgehalt pro Bildpunkt
= Informationsgehalt i.S. von Shánnon (signaltheoretisch /statistisch)
= mittl. a-priori - Unsicherheit pro Bildpunkt

Beachte: H berücksichtigt <u>keine</u> Korrelationen zwischen benachbarten Bildpunkten!

homogenes Bild: $\quad H = -\sum_{k=0}^{Max} 1 \cdot \underbrace{ld1}_{=0} = 0 \quad$ (= min. Wert)

Bild mit gleichverteilten Grauwerten:

$h_{rel}(h) = \dfrac{1}{4} \quad$ für h = 0;1;2;3 $\quad \Rightarrow$

$$H = -\sum_{k=0}^{Max} \frac{1}{4} \cdot ld \frac{1}{4} = -(-2) \quad \text{(= max. Wert von } H \text{ bei 4 Graustufen)}$$

in unserem Beispiel: $= 1$

$$H = -\left(\frac{5}{16} \cdot \log_2 \frac{5}{16} + \frac{1}{4} \cdot \log_2 \frac{1}{4} + \frac{1}{8} \cdot \log_2 \frac{1}{8} + \frac{5}{16} \cdot \log_2 \frac{5}{16} \right)$$

$$= 1{,}924$$

(h) Anisotropiekoeffizient:

$$H = -\frac{1}{H} \sum_{k=0}^{M} h_{rel}(k) \bullet ld\, h_{rel}(k), \quad \text{mit } M = \text{Median der Grauwertvert.}$$

= Maß für die Symmetrie des Histogramms.

Für symmetrische Histogr. ist $\alpha \approx \frac{\frac{1}{2} H}{H} = 0{,}5$

in unserem Bsp.:

$$\alpha = -\frac{1}{1{,}924} \cdot \left(\frac{5}{16}\, ld\, \frac{5}{16} + \frac{1}{4}\, ld\, \frac{1}{4} \right)$$

$$= 0{,}5324$$

(i) Paar-Grauwertmatrix bzgl. Relation ζ:

$M\varsigma = (a_{jk})$ j,k Grauwerte

mit $a_{jk} = \{(u, v) \mid \text{Grauwert}(u) = j \wedge \text{Grauwert}(v) = k \wedge u \,\varsigma\, v\}$,

ς = "rechter Nachbar"

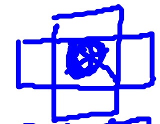
$$\begin{matrix} 0 & 3 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & 0 & 3 \\ 3 & 3 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \end{matrix} \Rightarrow M\varsigma = \begin{array}{cc} & \begin{array}{cccc} 0 & & & 3 \end{array} \\ 0 & \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

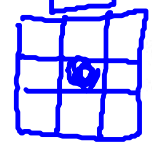
Verwendung u.a. in der Texturanalyse.

Was sagen die Werte in der Hauptdiagonale aus?

→ Größen der homogenen Bildbereiche!

Eintrag an Position (j,k), $j \neq k$:
→ Maß für Länge der Grenze zwischen Grauwertbereichen j und k

Für ζ nimmt man auch:
(innerer, oberer, unterer Nachbar;
Nachbar schlechthin bzgl. 4-Nachbarschaft 

bzgl. 8-Nachbarschaft )