Fragenkatalog zur Algorithmischen Geometrie

1. Nennen Sie 4 typische Anwendungsgebiete der Algorithmischen Geometrie.

2. Wie sind die Funktionsklassen $O(g(x))$ und $\Omega(g(x))$ exakt definiert?

3. Beschreiben Sie das für die Algorithmische Geometrie verwendete Berechnungsmodell der "Real Random Access Machine".

4. Welche Bedingungen muss eine endliche Menge von geschlossenen, ebenen, einfachen Polygonen erfüllen, damit es sich um ein Polygonnetz handelt?

5. Wie lässt sich rechnerisch entscheiden, ob ein Punkt p_0 der Ebene rechts oder links von der von p_1 nach p_2 gerichteten Geraden liegt ("Orientierungstest")?

6. Wie lässt sich der Schnitt zweier Geradensegmente in der Ebene effizient entscheiden und bestimmen? (Skizzierung der Vorgehensweise, keine Formeln).

7. Was versteht man unter dem Problem "ε-Closeness", und welche Zeitkomplexität hat dieses Problem?

8. Eine n-elementige Punktmenge M im d-dimensionalen Raum sei gegeben. Welchen Mindest-Zeitaufwand benötigt die Bestimmung des nächsten Nachbarn aus M für jeden Punkt aus M ? (Problem "Nächste Nachbarn").

9. Geben Sie die Definitionen für 3 verschiedene Metriken in der Ebene.

10. Beschreiben Sie den (naiven) Algorithmus zur Bestimmung des dichtesten Paares von n reellen Zahlen $x_1, ..., x_n$ als Sweep-Verfahren. Was wird in diesem Fall in der Ereignis-Schlange gespeichert, was in der Sweep-Status-Struktur?

11. Beschreiben Sie das Sweep-Verfahren zur Bestimmung des dichtesten Punktepaares aus einer Menge S von n Punkten $p_1, ..., p_n$ in der Ebene (prinzipielle Vorgehensweise). Was wird insbesondere in der x-Schlange, was in der Sweep-Status-Struktur gespeichert? Was sind die Ereignisse?

12. Welche Zeitkomplexität hat das Sweep-Verfahren zur Bestimmung des dichtesten Punktepaares aus einer Menge von n Punkten in der Ebene?

13. Welchen Mindest-Zeitaufwand benötigt das Entscheidungsproblem, herauszufinden, ob zwischen n gegebenen Strecken in der Ebene ein echter Schnittpunkt existiert?

14. Bei verschiedenen Verfahren der Algorithmischen Geometrie wird davon ausgegangen, dass in einer gegebenen endlichen Menge M von Punkten in der Ebene keine zwei Punkte dieselbe x-Koordinate haben. Eine Punktmenge S verletze diese Bedingung. Beschreiben Sie eine geometrische Transformation, deren Anwendung auf S dazu führt, dass die Bedingung erfüllt wird.

15. Wie ist ein 2d-Baum für eine endliche Punktmenge M in der Ebene definiert?

16. Geben Sie 3 verschiedene Definitionen der konvexen Hülle einer endlichen Menge *S* von Punkten des *d*-dimensionalen Raumes.

17. Was ist ein Extremalpunkt einer konvexen Menge?

18. Welche Mindest-Zeitkomplexität erfordert die Konstruktion der konvexen Hülle einer *n*-elementigen Punktmenge?

19. Beschreiben Sie den Algorithmus "Jarvis's march" ("gift wrapping method") zur Bestimmung der konvexen Hülle einer endlichen Punktmenge *S* in der Ebene.

20. Beschreiben Sie den Algorithmus "QuickHull" zur Bestimmung der konvexen Hülle einer endlichen Punktmenge *S* in der Ebene.

21. Beschreiben Sie den Algorithmus "Graham's scan" zur Bestimmung der konvexen Hülle einer endlichen Punktmenge *S* in der Ebene.

22. Skizzieren Sie einen inkrementellen Algorithmus zur Bestimmung der konvexen Hülle einer Punktmenge *S* in der Ebene, deren Punkte sukzessive eingelesen werden.

23. Welche "Dualität" $p \to p^*$, $G \to G^*$ zwischen Punkten und Geraden verwendet man, um den Durchschnitt unterer Halbebenen auf die Bestimmung einer konvexen Hülle zurückzuführen?

24. *P* sei ein einfaches, ebenes Polygon mit *n* Ecken und *T* eine Triangulation von *P*. Wie ist der duale Graph von *T* definiert, und was lässt sich über dessen Zyklen und Knotengrade sagen?

25. Für ein einfaches, ebenes Polygon *P* sind, um jeden Punkt in *P* von wenigstens einer Kamera überwachen zu können, immer *floor*(*n*/3) Kameras ausreichend (Teilaussage des "Art Gallery Theorems"). Geben Sie hierfür eine Beweisskizze.

26. Wie sind für ein einfaches, ebenes Polygon *P* das Sichtbarkeitspolygon bzgl. eines Punktes *p*, die Sichtregionen und der Kern von *P* definiert?

27. Was versteht man unter einem *monotonen Polygon*?

28. Legen Sie die Grundideen zweier verschiedener Verfahren zur effizienten Triangulation allgemeiner, einfacher Polygone dar. (Stichworte: 1. monotone Polygone, 2. Ohren.)

29. Was besagt der Eulersche Polyedersatz für planare Einbettungen von (nicht notwendig zusammenhängenden) Graphen, und mit welcher Beweismethode kann er bewiesen werden?

30. Beschreiben Sie die Datenstruktur DCEL (doubly-connected edge list): Was wird für jeden Knoten, für jede Facette und für jede Halbkante eines in die Ebene eingebetteten Graphen gespeichert?

31. Für Punktlokalisierungsanfragen sollen die Facetten einer ebenen Einbettung eines Graphen so in "einfache" Regionen unterteilt werden, dass die Zugehörigkeit eines Punktes zu einer Region schnell geprüft werden kann. Welche erwartete Anfragezeit ergibt sich

(a) bei der Streifenmethode (durch alle Eckpunkte des Graphen werden vertikale Linien gezogen),
(b) bei der Trapezoidzerlegung?
(c) Warum ist die Trapezoidzerlegung der Streifenmethode überlegen?

32. Es sei S eine Menge von Punkten im d-dimensionalen Raum und p ein einzelner Punkt. Wie ist die *Voronoi-Region* von p bezüglich S definiert?

33. Es sei S eine Menge von Punkten in der Ebene. Wie ist das *Voronoi-Diagramm* von S definiert?

34. Wann hat ein Voronoi-Knoten im Voronoi-Diagramm der ebenen, endlichen Punktmenge S einen Grad > 3 ?

35. S sei eine endliche Menge von Punkten der Ebene.
(a) Geben Sie eine Beziehung zwischen unbeschränkten Voronoi-Regionen und der konvexen Hülle von S an.
(b) Welche Mindest-Zeitkomplexität ergibt sich daraus für die Konstruktion des Voronoi-Diagramms von S ?

36. Wie lässt sich die Kenntnis des Voronoi-Diagramms einer ebenen, endlichen Punktmenge S dazu ausnutzen, den nächsten Nachbarn eines Punktes $p \in S$ in S zu finden?

37. (a) Geben Sie eine kompetitive Strategie zur Lösung des Travelling-Salesman-Problems für n Punkte in der Ebene an. (Als Komplexität bzw. Kostenfunktion soll hier die Länge eines Rundweges verwendet werden.)
(b) Mit welcher Heuristik lässt sich die Strategie aus (a) so modifizieren, dass kein Punkt doppelt besucht wird?

38. Es sei S eine endliche Menge von Punkten in der Ebene. Wie ist die Delaunay-Zerlegung bzgl. S definiert?

39. Unter welcher Voraussetzung an die Punktmenge S in der Ebene ist die Delaunay-Zerlegung $DT(S)$ eine Triangulation?

40. Wie ist für eine Triangulation einer Punktmenge S in der Ebene das *Max-Min-Winkelkriterium* definiert? Welcher Bezug besteht zur Delaunay-Zerlegung $DT(S)$?

41. Wie ist für eine Triangulation einer Punktmenge S in der Ebene das *lokale Umkreis-kriterium* definiert? Welcher Bezug besteht zur Delaunay-Zerlegung $DT(S)$?

42. Skizzieren Sie einen randomisierten, inkrementellen Algorithmus zur Konstruktion der Delaunay-Zerlegung zu einer ebenen, endlichen Punktmenge S.

43. Aus welchen Typen von Kurven setzt sich die "Wellenfront" beim Verfahren "Fortune's Sweep" zur Konstruktion des Voronoi-Diagramms zusammen, und was ist ihre Bedeutung?

44. Wie ist zu einer konvexen, kompakten Teilmenge C der Ebene (mit $0 \in C$) die konvexe Distanzfunktion d_C definiert?

45. Wie ist für eine Teilmenge M des d-dimensionalen Raumes die *Mittelachse* definiert?

46. Was versteht man unter den inneren und äußeren *Polen* eines Punktes *s* bzgl. einer endlichen Punktmenge *S* im dreidimensionalen Raum?

47. Aus welchen Kurventypen setzt sich der Bisektor eines Punktes und eines Geradensegments in der Ebene zusammen? Fertigen Sie eine Skizze an, in der die unterschiedlichen Teilstücke des Bisektors markiert sind.

48. Wie lässt sich mit Hilfe des Voronoi-Diagramms von *n* Geradensegmenten in der Ebene ein kollisionsfreier Weg eines kreisförmigen Roboters von *A* nach *B* durch die Szene aus diesen Geradensegmenten (als Hindernisse) bestimmen? (Skizzierung der Vorgehensweise)

49. Was versteht man unter dem Problem "Ham Sandwich Cut"?

50. Wie wird ein Arrangement von *m* Geraden in der Ebene in einer DCEL repräsentiert?

51. Was versteht man unter der *Zone* einer Geraden *g* in einem Arrangement von *m* Geraden in der Ebene, und was besagt der Zonensatz?

52. Welche Zeitkomplexität hat die inkrementelle Berechnung der DCEL eines Arrangements von *m* Geraden in der Ebene?

53. (a) Was versteht man unter der "visual space partition" (VSP) eines Polyeders *P* im 3-dimensionalen Raum?
(b) Welcher Zusammenhang besteht zwischen VSP und Ebenen-Arrangements?

54. Beschreiben Sie den Pledge-Algorithmus zum Entkommen eines Roboters mit Tastsensor und Winkelzähler aus einem Labyrinth.

55. Beschreiben Sie die Strategie "Bug" zum Anfahren eines Zielpunktes mit bekannten Koordinaten durch einen Roboter mit Tast- und Koordinatensensor, der sich einmal besuchte Punkte merken kann.

56. Beschreiben Sie eine kompetitive Suchstrategie zum Auffinden einer Tür in einer (beidseitig potenziell unbeschränkten) Wand durch einen Roboter mit Tastsensor.

57. (a) Wie ist der "shortest path tree" (SPT) eines Punktes *s* in einem einfachen Polygon *P* in der Ebene definiert?
(b) Beschreiben Sie eine kompetitive Strategie, welche den SPT verwendet, für einen Roboter mit Sichtsystem und Gedächtnis, der in *P* den Punkt *s* anfahren soll (Kostenfunktion: zurückgelegte Weglänge).