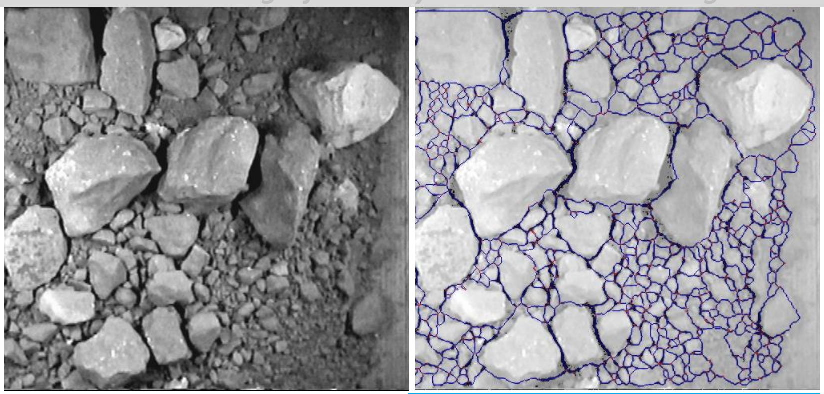
Aufgabenstellungen:	*Übungen_05*	*http://www.uni-forst.gwdg.de/~wkurth/bia20_ub07.pdf* *und auch unten auf den Folien, vor jeweiligen Lösungen*

Die Themenpalette in der heutigen Sitzung:

Granulometrie

aka Partikelgrößenanalyse in Bildverarbeitung



Diese **Bildsegmentierung** gehört nicht dazu, kann aber basierend allein auf mathematischer Morphologie (dazu noch die Distanztransformation) durchgeführt werden – gleich wie die **Granulometrie** (anhand von Öffnungen)

POI-Operatoren: Moravec & SUSAN

#cameraman4ever ☺

Ergebnisse nach der Unterdrückung von „Nicht-Maxima"

Inhaltsverzeichnis

Aufgabe U15: *granulometrische Kurven*

Aufgabenstellung

Man verwendet 3 Arten von Kurven:

(1.) Anzahl $p(a)$ der Zusammenhangskomponenten (Partikel) von $g_a X$, aufgetragen gegen a;

(2.) $A(g_a X)$, aufgetragen gegen a;

(3.) $A(g_{a-1} X) - A(g_a X)$, aufgetragen gegen a ("Musterspektrum von X", *pattern spectrum*).

Dabei ist $A(Z)$ die Fläche von Z (oder ein anderes Maß).

Interessante Nebenbeobachtung: die Strukturelemente lassen sich durch Iteration (d.h. wiederholte Anwendung) bilden - **auf Basis von Dilatation** mit dem Strukturelement $2B$: $3B = 2B \oplus 2B; 4B = 3B \oplus 2B\ usw.$

g_a sei nun die Öffnung $\mathbf{O}_{aB}$ mit aB als Liniensegment der Länge a (a = 1; 2; 3; 4; 5; 6). Man zeichne die drei Kurven für das folgende 1D-Binärbild:

0 1 1 1 1 0 0 1 1 1 1 0 0 0 1 0 0 1 1 1 1 1

Prozedurale Beschreibung zur binären Öffnung (beantwortet die umgangssprachliche Frage „was macht eigentlich die Öffnung?“):

- beim ersten Schritt (d.h. bei der **Erosion**) werden Grenzbereiche von Bildobjekten um die Größe des verwendeten Strukturelementes **abgefressen** [d.h. ⊠ ⟶ ☐]
- beim zweiten abschließenden Schritt (d.h. bei der **Dilatation**) werden Grenzbereiche von bereits erodierten Bildobjekten entsprechend der Form des Strukturelementes **verdickt** – dabei:
    - gehen die bei der Erosion entfernten ganzen Bildobjekte sowie längliche „Schwänze“ verloren – der Rest von entfernten Bildobjekträndern wird **reanimiert**

Aufgabe U15

Schritt #1: Lösung

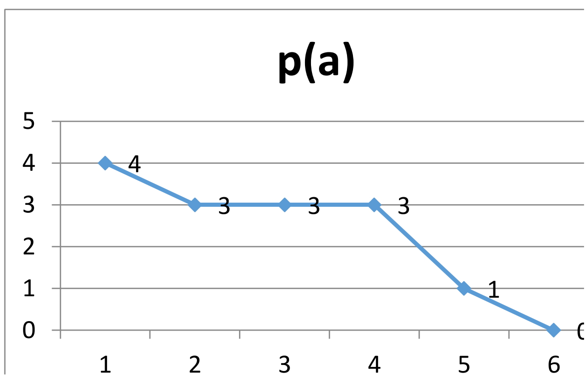
Teilschritt #1: Öffnungen durchführen

1 oder 1 ⟵ Bezugspunkt	1D-Bild X:	[0 1 1 1 1 0 0 1 1 1 1 0 0 0 1 0 0 1 1 1 1 1]
$1B = [1]$	$O_{1B}(X) = D_{-1B}E_{1B}(X)$:	[0 1 1 1 1 0 0 1 1 1 1 0 0 0 1 0 0 1 1 1 1 1]
$2B = [1\ \ 1]$ $2B = [1\ \ 1]$	$O_{1B}(X) = D_{-2B}E_{2B}(X)$:	[0 1 1 1 1 0 0 1 1 1 1 0 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1] [0 1 1 1 1 0 0 1 1 1 1 0 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1]
$3B = [1\ \ 1\ \ 1]$	$O_{1B}(X) = D_{-3B}E_{3B}(X)$:	[0 1 1 1 1 0 0 1 1 1 1 0 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1]
$4B = [1\ \ 1\ \ 1\ \ 1]$ $4B = [1\ \ 1\ \ 1\ \ 1]$	$O_{1B}(X) = D_{-4B}E_{4B}(X)$:	[0 1 1 1 1 0 0 1 1 1 1 0 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1] [0 1 1 1 1 0 0 1 1 1 1 0 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1]
$5B = [1\ \ 1\ \ 1\ \ 1\ \ 1]$	$O_{1B}(X) = D_{-5B}E_{5B}(X)$:	[0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1]
$6B = [1\ \ 1\ \ 1\ \ 1\ \ 1\ \ 1]$ $6B = [1\ \ 1\ \ 1\ \ 1\ \ 1\ \ 1]$	$O_{1B}(X) = D_{-6B}E_{6B}(X)$:	[0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0] [0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]

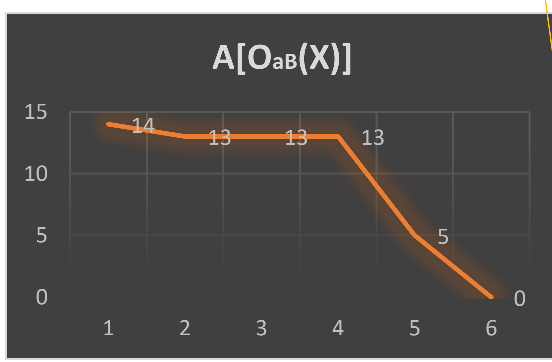
Interessante Nebenbeobachtung: im Gegensatz zu Erosion, Öffnung ist unabhängig von der Position des Bezugspunktes – umgangssprachlich ausgedrückt, für die Öffnung ist es **egal**, **wo der Bezugspunkt** der Maske ist

Teilschritt #2: Kurven zeichnen

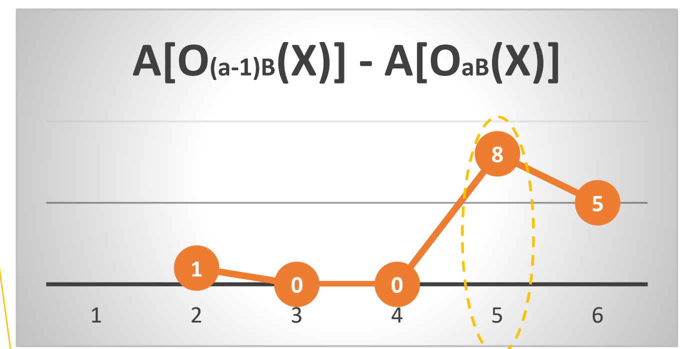
(1.)



(2.)



(3.)



Diese Grafik zeigt die tatsächliche **Größenverteilung** – in anderen Worten, die Summe von Bildpunkten innerhalb Bildpartikel jeder Größe (d.h. je Größe des Strukturelementes)

Beispiel: $a = 5 \longmapsto$ 8 bezieht sich auf die maximale erodierbare Partikelgöße bei $a = 5$, d.h. auf Partikel der Größe 4 $= 5 - 1$

Aufgabe U14: *Moravec- & SUSAN-Operatoren*

Aufgabenstellung

Es sei folgender Ausschnitt aus einem Binärbild gegeben:

0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	1	1
0	0	1	1

vier Pixelwerte (mittleres Feld)

Eckpunkt in Betracht

Man berechne für die vier Pixel des mittleren Feldes die Werte
(a) des Moravec-Operators,
(b) des SUSAN-Operators
und prüfe, ob sich so der Eckpunkt (die 1 im rechten, unteren Pixel des Mittelfeldes) detektieren lässt.

Zu (a): Für die Moravec-Maske sei $p = q = 3$ und $k = l = 1$ angenommen. Die Doppelsummen in der Formel (Vorlesungsskript, S. 150) sind so zu interpretieren, dass das jeweils betrachtete Pixel das Indexpaar $(i, j) = (0, 0)$ hat. Wenn hinter dem Summenzeichen ein $g(x, y)$ mit einem Indexpaar (x, y) außerhalb des Bildes auftaucht, wird der komplette Summand nicht berücksichtigt.

Zu (b): Es werde eine quadratische 3×3-USAN-Maske verwendet, d.h. das jeweils mittlere Pixel soll mit seinen 8 Nachbarpixeln verglichen werden. Kriterium für Eckpunkte sei (analog zum Skript): Anzahl der Pixel mit gleichem Grauwert ist $\leq 8/3$.

Aufgabe U14

Schritt #1: Lösung

(a)

Teilschritt #1: Ausschnitt aus der Seite 150 des Skriptes (Thema: „Segmentierung“)

$$V_0 = \frac{1}{p(q-1)} \sum_{i=-k}^{+k} \sum_{j=-l}^{+l} [g(i,j) - g(i,j+1)]^2$$

$$V_{90} = \frac{1}{(p-1)q} \sum_{i=-k}^{+k} \sum_{j=-l}^{+l} [g(i,j) - g(i+1,j)]^2$$

$$V_{45} = \frac{1}{(p-1)(q-1)} \sum_{i=-k}^{+k} \sum_{j=-l}^{+l} [g(i,j) - g(i+1,j+1)]^2$$

$$V_{135} = \frac{1}{(p-1)(q-1)} \sum_{i=-k}^{+k} \sum_{j=-l}^{+l} [g(i,j+1) - g(i+1,j)]^2$$

$$V = \min(V_0, V_{45}, V_{90}, V_{135})$$

Randbemerkung: man könnte auch alle möglichen (also, beim Moravec-Operator wäre es insgesamt 8) Richtungen in Betracht ziehen, 4 davon (also, 1 für die senkrechte Richtung, 1 für die waagerechte und 1 je Diagonale) reichen aber i.d.R. aus. Diagonale Richtungen sind dabei etwas stärker gewichtet (wie auch oben in den Formeln).

Hausaufgabe: überlegt euch, warum

Aufgabe U14

Teilschritt #2: Lösung

zu betrachtender Bildpunkt des mittleren Feldes	**schwarze** Matrix – Bild in der **Ursprungsposition** **grüne** Matrix – Bild **verschoben** in **Gegenrichtung**	**Zwischen**Ergebnisse des Moravec-Operators
$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	0 00 00 00 0 0 00 00 00 0 0 00 01 11 1 0 00 01 11 1	$V_0 = \frac{1}{3\cdot(3-1)} \cdot \begin{bmatrix} (0-0)^2 & (0-0)^2 & (0-0)^2 \\ (0-0)^2 & (0-0)^2 & (0-0)^2 \\ (0-0)^2 & (0-1)^2 & (1-1)^2 \end{bmatrix}^+ = \frac{1}{6} \cdot [8 \cdot 0 + 1 \cdot 1] = \frac{1}{6}$ $V_{90} = \cdots$ $V_{45} = \cdots$ $V_{135} = \cdots$ $V = \min_i V_i = \cdots$
$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 0 0 1 1 0 0 1 1	$V_0 = \cdots$ $V_{90} = \frac{1}{(3-1)\cdot 3} \cdot \boxed{\begin{bmatrix} (0-0)^2 & (0-0)^2 & (0-0)^2 \\ (0-0)^2 & (1-0)^2 & (1-0)^2 \end{bmatrix}^+} = \frac{1}{6} \cdot [4 \cdot 0 + 2 \cdot 1] = \frac{1}{3}$ $V_{45} = \cdots$ $V_{135} = \cdots$ $V = \min_i V_i = \cdots$ **Hausaufgabe**: … heißt „berechnet selber" (erfolgt auf gleiche Weise wie oben & links)
$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	… macht selber (**Hausaufgabe**)	$V_0 = \cdots$ $V_{90} = \cdots$ $V_{45} = \frac{1}{(3-1)\cdot(3-1)} \cdot [\quad]^+ = \cdots$ $V_{135} = \cdots$ $V = \min_i V_i = \cdots$
$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \boxed{1} \end{bmatrix}$	… macht selber (**Hausaufgabe**)	$V_0 = \cdots$ $V_{90} = \cdots$ $V_{45} = \cdots$ $V_{135} = \frac{1}{(3-1)\cdot(3-1)} \cdot [\quad]^+ = \cdots$ $V_{Eckpunkt} = \min_i V_i = \cdots$

Teilschritt #3: Voraussetzungen zur Erkennung des Eckpunktes

- $V_{Eckpunkt}$ sollte den größten Wert unter allen Punkten des Mittelfeldes aufweisen
- Schwellenwert (für die Eckpunkterkennung) soll entsprechend gewählt werden (Erkennung erfolgt nur dann wenn $V_{Eckpunkt} \geq \text{Schwellenwert}$)

Teilschritt #4: Fragen vorwegnehmen und Unklarheiten beseitigen – so funzt es ☺: eventueller Dialog

Eure Email ☺:

> In der Lösung für die Übung steht, dass man das Bild in die Gegenrichtung verschieben kann und dann Punktweise abziehen...
>
> Für den Punkt (1,2) erhält man in der Lösung für V90 so nur 6 Punkte da für die anderen 3 ein Überlauf entsteht.
>
> Wendet man die Formel explizit an, komme ich auf die Subtraktionen
> [g(0 1) - g(1 1)]^2 + [g(0 2) - g(1 2)]^2 + [g(0 3) - g(1 3)]^2 + ... + [g(2 3) - g(3 3)]^2
> - eben keinen Überlauf und kann alle 9 Felder berechnen.
>
> **Wo liegt der Fehler?**
>
> **Viele**n Dank und **Grüße,**
> **Erika/Max** Mustermann

Meine blitzrasche ☺ **Rückmeldung** nach paar Tagen ☺:

> Die Formel nimmt einfach eine Gegenrichtung im Vergleich dazu was ich genommen hab – also, ich habe 90 als die Bewegung der Maske in die Richtung „oben" angenommen, die Formel macht das in die Richtung „unten".
>
> Deswegen kriegst du im ersten Fall 6, und im zweiten Fall – alle 9 Summanden.
>
> **Beide Ansätze sind korrekt.**
>
> Wie oben in der Lösung (Seite 5) erwähnt, es ist genug 4 von 8 Richtungen zu nehmen, Hauptsache du hast die Richtungen „waagerecht, senkrecht, Hauptdiagonale und Nebendiagonale" – bessere Spezifizierung von diesen Richtungen (beispielsweise für senkrechte Richtung wäre es oben oder unten – beide gehören zu vertikaler Verschiebung) macht im Grunde genommen keinen Unterschied bei der Erkennung von interessanten Punkten (hier: Ecken).
>
> **Viele Grüße,**
> **Alex**

Aufgabe U14

(b)

Teilschritt #1: Lösung

zu betrachtender Bildpunkt des mittleren Feldes	**Ergebnisse des SUSAN-Operators**	
$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{matrix}$	$\lvert USAN(0) \rvert = 7$
$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{matrix}$	$\lvert USAN(0) \rvert = 6$
$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{matrix}$	$\lvert USAN(0) \rvert = 6$
$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \boxed{1} \end{bmatrix}$	$\begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{matrix}$	$\lvert USAN_{Eckpunkt}(1) \rvert = 3$

Teilschritt #2: Eignung zur Eckpunkterkennung

Da $3 \nleq \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$ ($\longleftarrow$ vorgegebener Schwellenwert), lässt sich der Eckpunkt bei so einem geringen Schwellenwert nicht detektieren