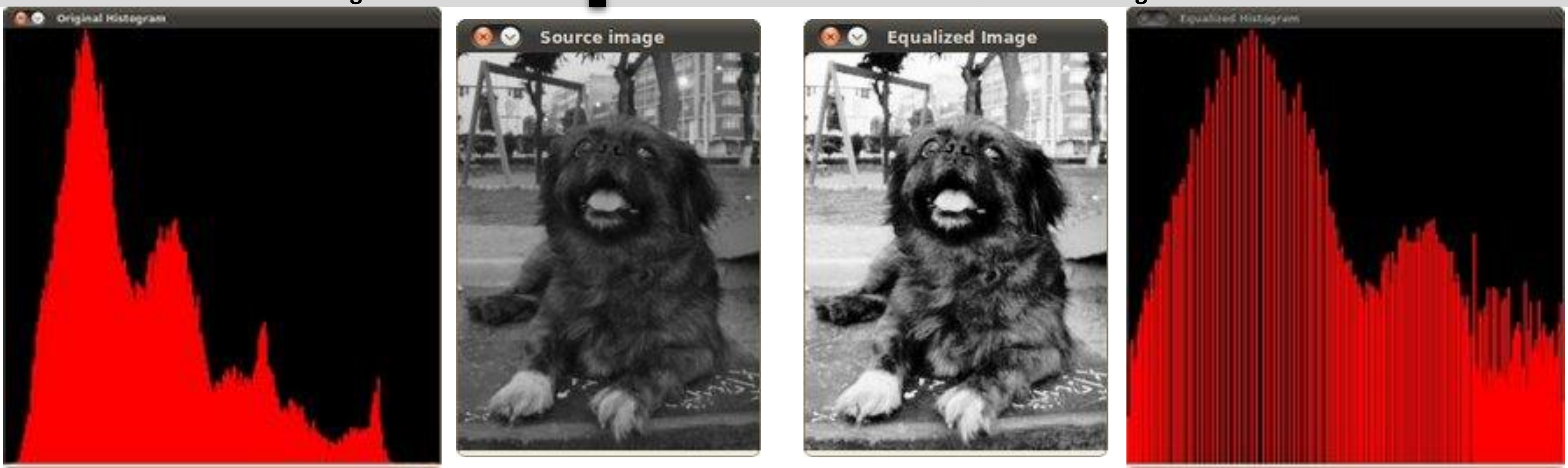
Aufgabenstellungen:	*Übungen_01*	http://www.uni-forst.gwdg.de/~wkurth/bia_ub01.pdf
	Übungsblatt_01	http://www.uni-forst.gwdg.de/~wkurth/bia21_ue01.pdf

Aufgabe U2:

Schritt #1: Histogrammeinebnung – Einblick in die Anwendung

Quelle: OpenCV

Originalbild **Ergebnisbild**



Effekt = Bildverbesserung (Kontrasterhöhung) durch Spreizung *von Farbintensitätsbereich*

Schritt #2: Spreizung & Einebnung – Punktoperatoren $T(w)$

Beispiele von geeigneten Transformationen:

$$T(w) = \left\lfloor \frac{w - w_{min}}{w_{max} - w_{min}} \cdot w_{MAX} \right\rfloor \qquad T(w) = \lfloor H_c(w) \cdot w_{MAX} \rfloor$$

$[w_{min}; w_{max}]$ entspricht dem Wertebereich des Bildes, $[w_{MIN}; w_{MAX}]$ – unterstützter Farbtiefe/Helligkeitsabstufungen pro Kanal

Aufgabe U2:

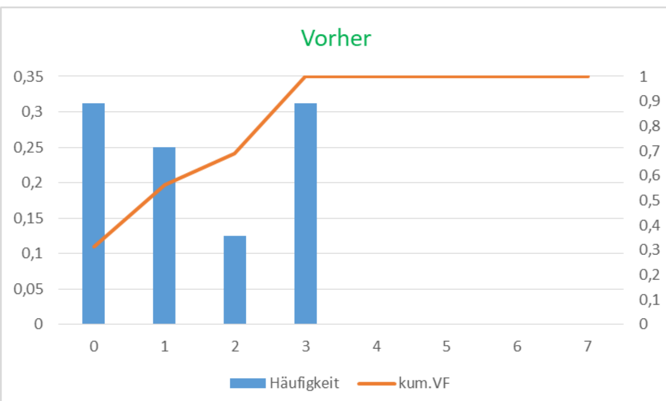
Schritt #3: Einebnung durchführen:

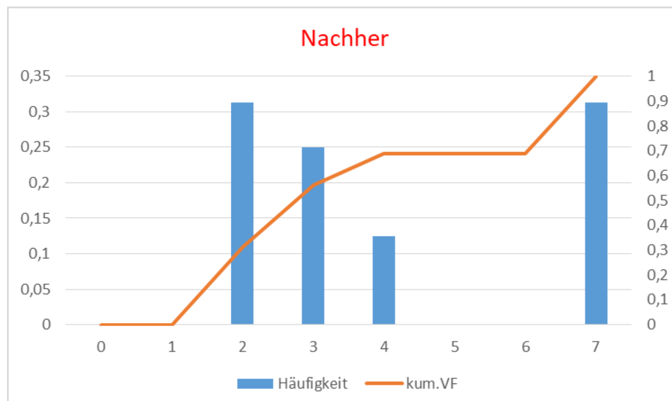
0	3	1	3
2	0	0	3
3	3	0	0
2	1	1	1

w	$h_{abs}(w)$	$h_{rel}(w)$	$H_c(w)$	$T(w) = H_c(W) \cdot w_{MAX}$	$s = \lfloor T(w) \rfloor$	$h_{abs}(s)$	$h_{rel}(s)$
0	5	$\frac{5}{16}$	$\frac{5}{16} = \frac{5}{16}$	$\frac{5}{16} \cdot 7 = 2\frac{3}{16}$	2	$5 = 5$	$\frac{5}{16}$
1	4	$\frac{4}{16}$	$\frac{5}{16} + \frac{4}{16} = \frac{9}{16}$	$\frac{9}{16} \cdot 7 = 3\frac{15}{16}$	3	$4 = 4$	$\frac{4}{16}$
2	2	$\frac{2}{16}$	$\frac{9}{16} + \frac{2}{16} = \frac{11}{16}$	$\frac{11}{16} \cdot 7 = 4\frac{13}{16}$	4	$2 = 2$	$\frac{2}{16}$
3	5	$\frac{5}{16}$	$\frac{11}{16} + \frac{5}{16} = 1$	$1 \cdot 7 = 7$	7	$5 = 5$	$\frac{5}{16}$

2	7	3	7
4	2	2	7
7	7	2	2
4	3	3	3

Schritt #4: Histogramme vergleichen





Hausaufgabe_1_von_3: wie kann man diese vernünftigerweise (weiter) einebnen?

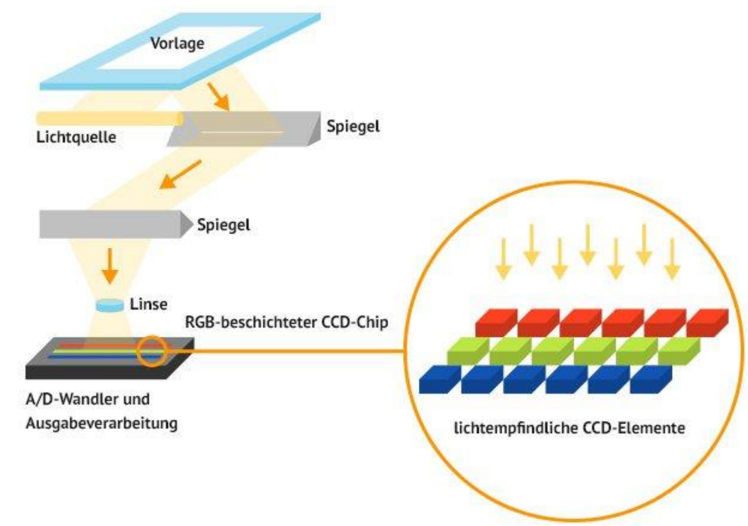
Schritt #5: einige Zusatzkommentare für Mathe Fans ☺

- im kontinuierlichen Fall erreicht man eine perfekte Histogrammeinebnung, also die Gleichverteilung von transformierten Intensitätswerten über $[w_{MIN}; w_{MAX}]$ (**Hausaufgabe_2_von_3 – beweist es für $S = T(W) = w_{MAX} \cdot \int_0^w p_W(x)dx$, wobei $\int_0^y p_S(x)dx =$ die Wahrscheinlichkeit, dass $0 \leq S \leq y$**)
- beim **adaptiven Histogrammausgleich** sowie bei seiner optimierten Version, **kontrastbegrenztem Histogrammausgleich**, werden mehrere Histogramme für Bilderabschnitte berechnet, um lokalen Kontrast zu verbessern

Aufgabe 1:

Schritt #1: Funktionsweise in groben Zügen verstehen

Quelle: aroundoffice.de

Vorlage – Dia(positiv)	**(Lineare) CCD Scanner**
	

Schritt #2: Längeneinheiten vereinheitlichen – Millimeter in Mikrometer umrechnen

$$1\,mm = 1000\,\mu m$$

	Dia	**Rasterelement** aka Bildpunkt aka Pixel	
Höhe	$24\,mm = 24 \cdot 10^3\,\mu m = \frac{24 \cdot 4}{4} \cdot 10^3\,\mu m$	$25\,\mu m = \frac{1}{4} \cdot 10^{-1} \cdot 10^3\,\mu m$	**Höhe**
Breite	$36\,mm = 36 \cdot 10^3\,\mu m = \frac{36 \cdot 4}{4} \cdot 10^3\,\mu m$	$25\,\mu m = \frac{1}{4} \cdot 10^{-1} \cdot 10^3\,\mu m$	**Breite**
Höhe x Breite = **Fläche**	$\frac{24 \cdot 4}{4} \cdot 10^3 \text{ x } \frac{36 \cdot 4}{4} \cdot 10^3\,\mu m^2$	$\frac{1}{4} \cdot 10^{-1} \cdot 10^3 \text{ x } \frac{1}{4} \cdot 10^{-1} \cdot 10^3\,\mu m^2$	**Fläche** = Höhe x Breite

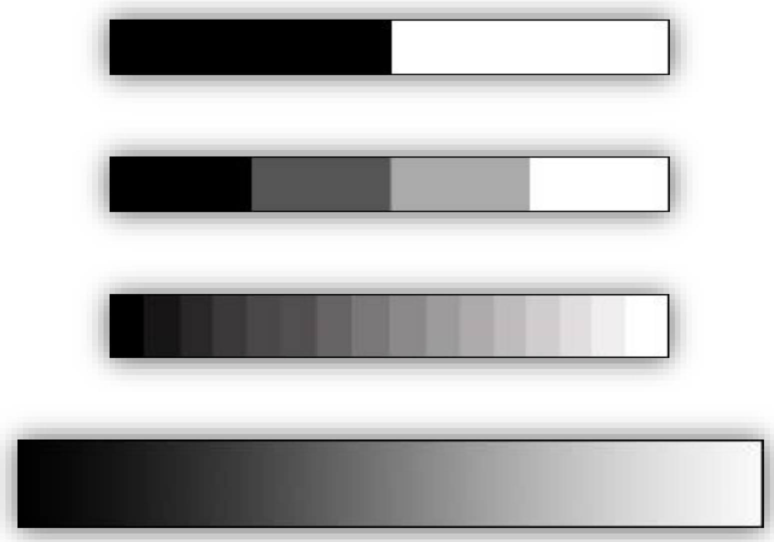
$$1\,Dia = 24 \cdot 4 \cdot 10^1 \text{ x } 36 \cdot 4 \cdot 10^1 = 960 \text{ x } 1\,440 = 1\,382\,400\,Rasterelemente$$
$$= 960 \text{ x } 1\,440 + 960 \text{ x } 1\,440 + 960 \text{ x } 1\,440\,Bildmatrixelemente$$

R **G** **B** Kanäle

Schritt #3: Speicherparameter des Rasterbildes ausrechnen

Farbtiefe:

- gibt an, wie viele unterschiedliche Farbabstufungen jedem Bildpunkt (Pixel) zugeordnet werden können
- **standartmäßig**: **RGB-Farbraum** mit 8 Bit pro Farbkanal $\Longrightarrow \mathbf{2^8 = 256}$ Farbabstufungen pro Farbkanal (insgesamt ca. 17 Millionen $[\mathbf{256^3}]$ Farben)



1 Bit = 2 Abstufungen
2 Bit = 4 Abstufungen
4 Bit = 16 Abstufungen
8 Bit = 256 Abstufungen (8 Bit = 1 Byte)

$$1\ Bildpunkt = \mathbf{8\ Bit} + \mathbf{8\ Bit} + \mathbf{8\ Bit} = \mathbf{3\ Bytes}$$

Bitmap-Speicherung [RAW-Bilder]:

$$\boldsymbol{Dateigr\ddot{o}\beta e} = Bildh\ddot{o}he \cdot Bildbreite \cdot Farbtiefe = 960 \cdot 1\,440 \cdot 3 = \mathbf{4\,147\,200}\ \boldsymbol{B} = \begin{cases} \textbf{Dezimal}\text{präfix:} & \mathbf{4\,147}\ \boldsymbol{KB} \\ \textbf{Binär}\text{präfix:} & \mathbf{4\,050}\ \boldsymbol{KiB} \end{cases}$$

FunFact:

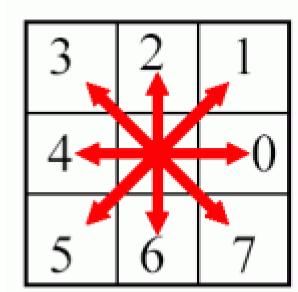
- KB = **Kilo**byte [ˈkɪlobaɪt] = $\mathbf{10^3 = 1000}$ B
- KiB = **Kibi**byte [ˈkɪbɪbaɪt] = $\mathbf{2^{10} = 1024}$ B

Aufgabe 2:

Schritt #1: Binärbildausschnitt [gesetzt in einem **vorgegebenen** Koordinatensystem] und Format unseres Kettencodes

Z\S	0	1	2	3	4	5	6	7
0						×		
1		×	×	×	×	×	×	
2	×	×	×	×	×	×	×	×
3		×	×	×	×	×	×	×
4		×	×	×	×		×	
5			×	×				

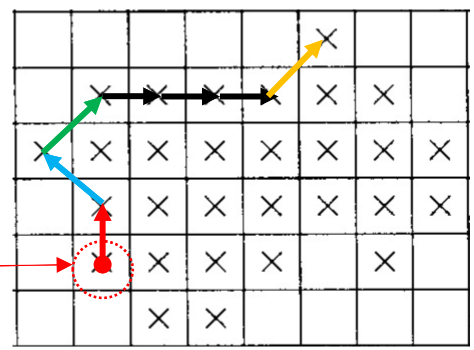
absoluter Kettencode



(a): umschließender Kettencode

$$C_8(Kontur) = 2\ 3\ 1\ 0\ 0\ 0\ 1\ 7\ 7\ 6\ 5\ 3\ 5\ 5\ 4\ 3$$

Hier: Punkte, die mindestens eine Kante mit dem Hintergrund teilen



ergänzt's **zu Hause** ☺

möglicher Startpunkt

$$Startpixel(Koordinaten) = (Z;S) = (4;1)$$

(b): Euklidische Länge eines Kettencodes

Schritt #1: Kettencode	$C_8(Region) = 2\,2\,3\,3\,2\,2\,0\,0\,0\,0\,0\,0\,0\,7\,7$
Schritt #2: Codelänge = Gesamtzahl der Liniensegmente	$\lvert C_8(Region)\rvert = \lvert\{2, 2, 3, \quad 3, 2, 2, \quad 0, 0, 0, \quad 0, 0, 0, \quad 0, 7, 7\}\rvert = 15$
Schritt #3: euklidische Länge einzelner Segmente	• **1,3,5,7 [diagonal]:** Euklidische Distanz $D_E = \sqrt{2}$ • **0,2,4,6 [längs, quer]:** Euklidische Distanz $D_E = \sqrt{1} = 1$
Schritt #4: euklidische Gesamtlänge	$L_E(C_8(Region)) = \lvert\{diagonal\}\rvert \cdot \sqrt{2} + (\lvert C_8(Region)\rvert - \lvert\{diagonal\}\rvert) \cdot 1 = 4 \cdot \sqrt{2} + (15 - 4) \cdot 1 = \cdots$

Hausaufgabe_3_von_3: wann liefert diese Formel falsche Länge?
In anderen Worten: was soll vorausgesetzt werden, um die Allgemeingültigkeit dieser Formel zu gewährleisten?

(c): Euklidischer Abstand in einem Kettencode

Schritt #1: Kettencode: $C_8(Region) = 2\,2\,3\,3\,2\,2\,0\,0\,0\,0\,0\,0\,0\,7\,7$

Schritt #2: Inkrement pro Koordinate je Richtung

Richtung	Zeile	Spalte
r =0 [rechts: E]	$I_Z(0)$ =0	$I_S(0)$ =+1
r =1 [oben rechts: NE]	$I_Z(1)$ =-1	$I_S(1)$ =+1
r =2 [oben: N]	$I_Z(2)$ =-1	$I_S(2)$ =0
r =3 [oben links: NW]	$I_Z(3)$ =-1	$I_S(3)$ =-1
r =4 [links: W]	$I_Z(4)$ =0	$I_S(4)$ =-1
r =5 [unten links: SW]	$I_Z(5)$ =+1	$I_S(5)$ =-1
r =6 [unten: S]	$I_Z(6)$ =+1	$I_S(6)$ =0
r =7 [unten rechts: SE]	$I_Z(7)$ =+1	$I_S(7)$ =+1

Schritt #3: Euklidischer Abstand zwischen Start & End

$$D_E[Start(Z_s;S_s), End(Z_e;S_e)] = \sqrt{(Z_{st} - Z_{end})^2 + (S_{st} - S_{end})^2} = \sqrt{\left(Z_{st} - (Z_{st} + I_{Z_{st}})\right)^2 + \left(S_{st} - (S_{st} + I_{S_{st}})\right)^2} =$$

$$\sqrt{I_{Z_{st}}{}^2 + I_{S_{st}}{}^2} = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^{L_E(C_8(Region))} I_Z(r_i)\right)^2 + \left(\sum_{i=1}^{L_E(C_8(Region))} I_S(r_i)\right)^2} = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^{15} I_Z(r_i)\right)^2 + \left(\sum_{i=1}^{15} I_S(r_i)\right)^2} =$$

$$\sqrt{\left(I_Z(r_1) + I_Z(r_2) + \cdots + I_Z(r_{15})\right)^2 + \left(I_S(r_1) + I_S(r_2) + \cdots + I_S(r_{15})\right)^2} =$$

$$\sqrt{\left(I_Z(2) + I_Z(2) + \cdots + I_Z(7)\right)^2 + \left(I_S(2) + I_S(2) + \cdots + I_S(7)\right)^2} = \sqrt{(-1 - 1 + \cdots + 1)^2 + (0 + 0 + \cdots + 1)^2} =$$

$$\sqrt{(-4)^2 + (7)^2} = \sqrt{16 + 49} = \sqrt{65} \approx 8$$

Hausaufgabe_4_von_4: hängt dieses Ergebnis von den gewählten Achsenrichtungen des Koordinatenraums ab?

Aufgabe 3:

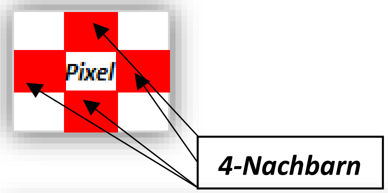
Schritt #1: definierende Kriterien einer Region $\boldsymbol{R}$

☝ *monochromatische*

- $\boldsymbol{R}$ ist eine zusammenhängende Menge von Pixeln einer **Bildmatrix** $\boldsymbol{B}$ (aka ***Rasterbild*** aka ***Digitalbild*** aka ***Bild*** [falls digitales Format aus dem Kontext klar ersichtlich ist])

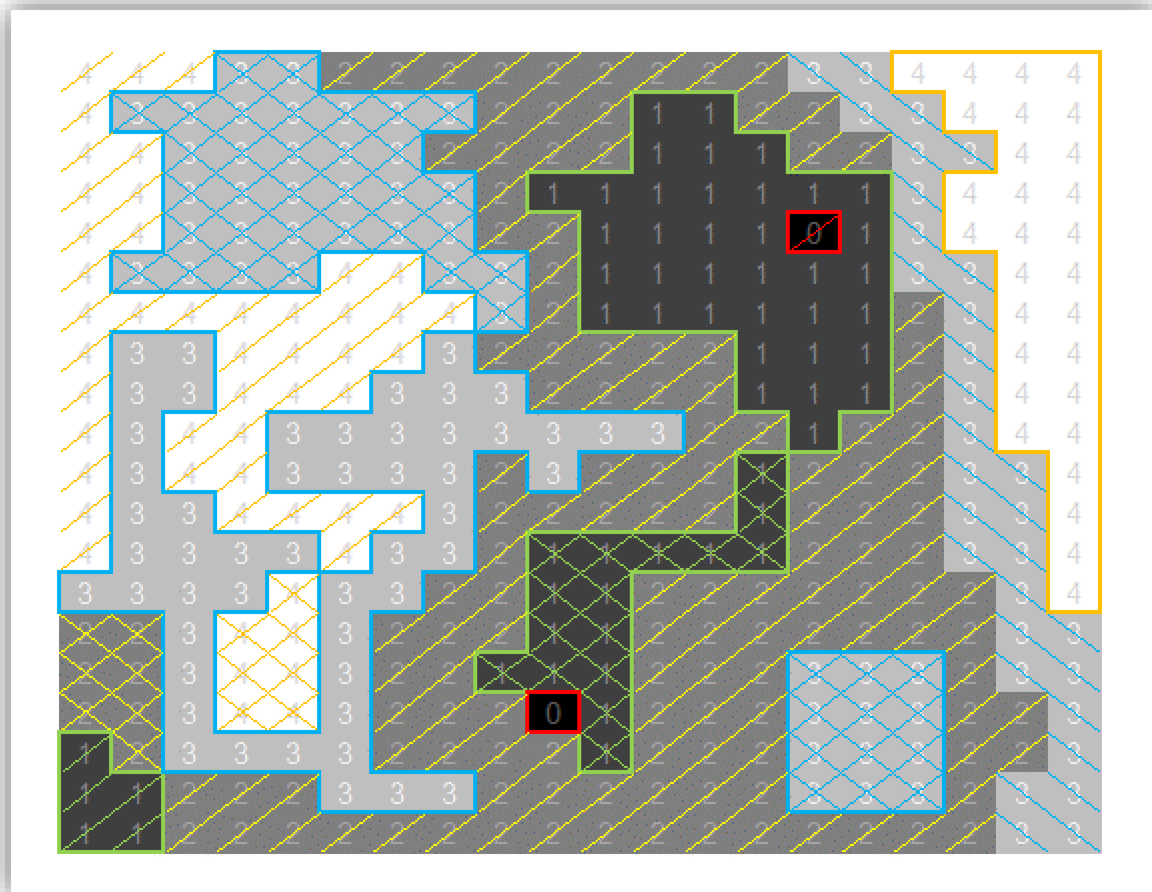
Bild	Region
$B\!:\left\{Pixel(z;s)\!: z = 0..19 \bigwedge s = 0..19\right\} \stackrel{\text{def}}{=} P \xrightarrow{\text{Abbildung}} W \ni \{0,1,2,3,4\}$	$\boldsymbol{R} \subseteq \boldsymbol{P}$

  - Zusammenhang auf Basis der 4-Nachbarschaft
  - alle Pixel von R haben einen gleichen Intensitätswert



Schritt #2: wir zählen die Anzahl von Regionen in unserem 20x20 Bild

Intensitätswert	Anzahl von Regionen
0	**2**
1	**3**
2	**2**
3	**4**
4	**3**
Summe:	**14**



Aufgabe 3:

Schritt #3: Adjazenzgraph von Regionen – Definition

R_i ist ein 4-Nachbar von R_j

$$\boldsymbol{G_{adj}} = (\boldsymbol{V_R}, \boldsymbol{E_{4N}}): V_R = \{R_i\}_{i=1..14} \bigwedge E_{4N} = \left\{\{R_i, R_j\}_{i \neq j} \mid \exists\big((z_1; s_1), (z_2; s_2)\big) \in \left(R_i, R_j\right): |\boldsymbol{z_1} - \boldsymbol{z_2}| + |\boldsymbol{s_1} - \boldsymbol{s_2}| = \boldsymbol{1}\right\}$$

Schritt #4: **Adjazenzgraph** der Regionen [aka **Nachbarschaftsgraph**]