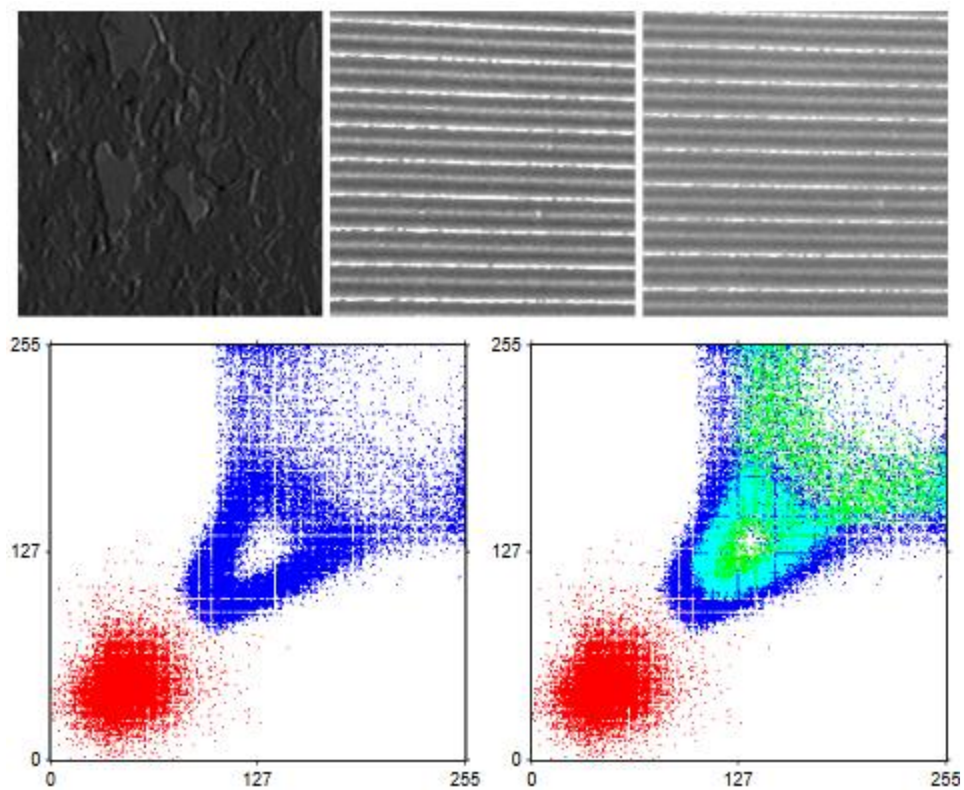
Aufgabenstellungen: *auch unten auf den Folien, vor jeweiligen Lösungen*	*Übungsblatt_05*	*http://www.uni-forst.gwdg.de/~wkurth/bia20_ue05.pdf*

Die Themenpalette in der heutigen Sitzung:

Erkennung und Analyse von Texturen

$\boldsymbol{I(x,y)}$ vs $\boldsymbol{I\big((x,y)+(2,2)\big)}$***-Abbildung***



Inhaltsverzeichnis

Aufgabe Ü5.1: *Texturmerkmale*

Aufgabenstellung

Für die folgenden 1-dimensionalen "Texturen" (Grauwertmuster) mit Grauwerten aus {0; 1; 2; 3} sollen die folgenden Merkmale bestimmt werden: Mittelwert, Standardabweichung, Schiefe (der Grauwertverteilung; vgl. Übung 1), Cooccurrence-Matrix (bzgl. direkter Nachbarschaft), Lauflängenmatrix, *short run emphasis*, *long run emphasis*.

(a)

0	0	1	1	2	2	3	3

(b)

0	2	1	3	0	2	1	3

(c)

0	0	0	3	0	0	0	3

short run emphasis

$$RF_1 = \frac{\sum_{i=1}^{N_g} \sum_{j=1}^{N_r} \frac{p(i,j)}{j^2}}{\sum_{i=1}^{N_g} \sum_{j=1}^{N_r} p(i,j)}$$

long run emphasis

$$RF_2 = \frac{\sum_{i=1}^{N_g} \sum_{j=1}^{N_r} p(i,j)\, j^2}{\sum_{i=1}^{N_g} \sum_{j=1}^{N_r} p(i,j)}$$

Aufgabe Ü5.1

Lösung:

- *Für Berechnungsbeispiele von **Mittelwert, Standardabweichung, Schiefe** und **Cooccurrence-Matrix*** – checkt **die Folien zur ersten Übung**
- ***Lauflängenmatrix L** und die darauf basierte Merkmale:*

$$\begin{array}{c|c} & \begin{matrix} \;1 & \;2 & \;3 & \;4 & \;5 & \;6 & \;7 & \;8 \end{matrix} \\ \hline \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

Länge des **ganzen** Laufes (d.h. Längen **ganzer** Ketten von Bildpunkten gleicher Farbintensität)

Grauwerte

Teilketten werden ***nicht*** betrachtet

LifeHack ☺: Lauflängenmatrix lieber **von rechts nach links** (d.h. beginnend mit dem Auffinden von den **längstmöglichen GrauwertLäufen)** ausrechnen und dabei jedes Auftreten direkt durchstreichen, damit die doppelte Betrachtung (von Teilketten) vermieden werden kann

(a)	0	0	1	1	2	2	3	3
(b)	0	2	1	3	0	2	1	3
(c)	0	0	0	3	0	0	0	3

Hausaufgabe

Short Run Emphasis (**stärkere** Betonung von kürzeren Läufen; Nenner dient zur Normalisierung):

$$SRE = \frac{\textbf{gewichtete} \text{ Summe aller Elemente der Matrix } \boldsymbol{L}}{\text{Summe aller Elemente der Matrix } \boldsymbol{L}} = \frac{4\cdot\frac{0}{1^2} + 4\cdot\frac{1}{2^2} + 4\cdot\sum_{i=3}^{8}\frac{0}{i^2}}{4\cdot 0 + 4\cdot 1 + 24\cdot 0} = \frac{4\cdot\frac{1}{2^2}}{4} = \cdots$$

Long Run Emphasis (**stärkere** Betonung von längeren Läufen; Nenner dient zur Normalisierung):

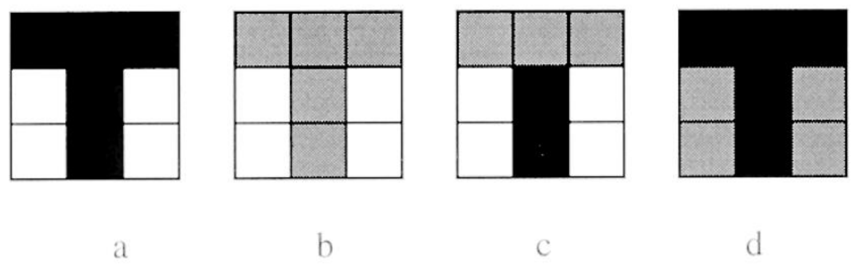
$$SRE = \frac{\textbf{gewichtete} \text{ Summe aller Elemente der Matrix } \boldsymbol{L}}{\text{Summe aller Elemente der Matrix } \boldsymbol{L}} = \frac{4\cdot 0\cdot 1^2 + 4\cdot 1\cdot 2^2 + 4\cdot\sum_{i=3}^{8}(0\cdot i^2)}{4\cdot 0 + 4\cdot 1 + 24\cdot 0} = \frac{4\cdot 1\cdot 2^2}{4} = \cdots$$

Randbemerkung: Gewichtung durch die Funktionen $f(x) = x^{\pm 2}$ ist nicht prinzipiell einzigmöglich ☺ - die sind einfach simpel genug und machen ihren Job (TÜV-geprüft ☺) gut

Aufgabe Ü5.2: *Ähnlichkeit von Texturen durch Korrelation*

Aufgabenstellung

Die Skizze zeigt ein Sollbild (a) und 3 davon abweichende Bilder (b–d). Die 9 Pixel haben einen von drei möglichen Grauwerten.



Berechnen Sie die Ähnlichkeiten von (ab), (ac) und (ad) mit Hilfe der normierten Kreuzkorrelation (Pearsonscher Korrelationskoeffizient). Inwieweit hängt das Ergebnis von den gewählten numerischen Werten der Grauwerte ab?

Aufgabe Ü5.2

Schritt #1: Lösung

Teilschritt #1: bisschen Theorie ☺

Hausaufgabe: warum?

Empirische Korrelationskoeffizient:

$$-1 \leq r_{x,y} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 \cdot \sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}} = \frac{n \cdot \sum_{i=1}^{n}(x_i \cdot y_i) - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right) \cdot \left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right)}{\sqrt{\left[n \cdot \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2\right] \cdot \left[n \cdot \sum_{i=1}^{n} y_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right)^2\right]}} \leq 1$$

In unserem Fall:

$$\boxed{r_{x,y} = \frac{\sum_{i=1}^{9}(x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{9}(x_i - \bar{x})^2 \cdot \sum_{i=1}^{9}(y_i - \bar{y})^2}}}$$

Wobei:

$$\bar{x} = \frac{1}{9} \cdot \sum_{i=1}^{n} x_i \;\Bigg|\; \bar{y} = \frac{1}{9} \cdot \sum_{i=1}^{n} y_i$$

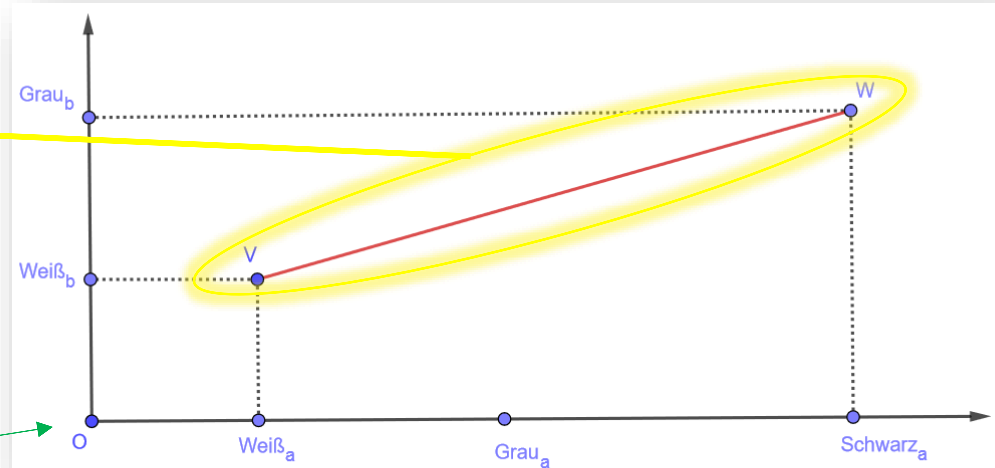
Interessante Eigenschaft (Randwerte der Korrelation):

$$y = m \cdot x + b \Longrightarrow r_{x,y} = r_{x,m \cdot x + b} = sgn(m) \cdot r_{x,x} = sgn(m) \cdot 1 = sgn(m) \stackrel{\text{def}}{=} \begin{cases} 1 & \text{bei } m > 0 \\ -1 & \text{bei } m < 0 \end{cases}$$

Aufgabe Ü5.2

Teilschritt #2: Korrelation zwischen Texturmustern

$$\boldsymbol{r_{a,b}} = \frac{\sum_{i=1}^{9}(\boldsymbol{a_i} - \overline{\boldsymbol{a}}) \cdot (\boldsymbol{b_i} - \overline{\boldsymbol{b}})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{9}(\boldsymbol{a_i} - \overline{\boldsymbol{a}})^2 \cdot \sum_{i=1}^{9}(\boldsymbol{b_i} - \overline{\boldsymbol{b}})^2}} = \pm\boldsymbol{1} = \boldsymbol{r_{a,d}}$$



Hausaufgabe: tauscht Schwarz und Weiß auf den Koordinatenachsen und checkt ob sich dabei der Korrelationswert von $+1$ zu -1 ändert oder immer **gleich** $+1$ bleibt

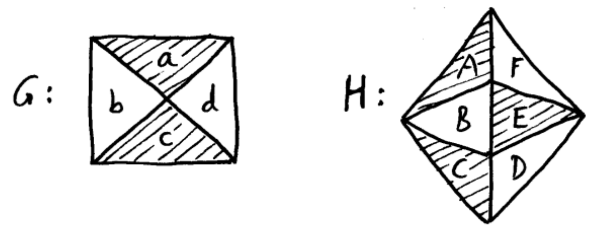
$$r_{a,c} = \frac{\sum_{i=1}^{9}(a_i - \bar{a}) \cdot (c_i - \bar{c})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{9}(a_i - \bar{a})^2 \cdot \sum_{i=1}^{9}(c_i - \bar{c})^2}} = \text{rechnet selbst aus}$$

Hausaufgabe: wie ändern sich die Korrelationswerte wenn sich der Wert für **Grau** sehr nah zu **Weiß** oder zu Schwarz befindet?

Aufgabe Ü5.3: *Kompatibilitätsgraph der Flächenzuordnung*

Aufgabenstellung

Die Flächen des Modells G sollen mit denen der Szene H gematcht werden. Dabei sollen Zuordnungen von Flächen mit unterschiedlichen Grauwerten (schraffiert / unschraffiert) von vornherein ausgeschlossen werden. (Das Außengebiet soll sowohl bei G als auch bei H unberücksichtigt bleiben.)



(a) Zeichnen Sie den Kompatibilitätsgraphen der Flächenzuordnungen zwischen G und H und listen Sie alle maximalen Cliquen dieses Graphen auf.

(b) Welche maximalen Cliquen bleiben übrig, wenn als zusätzliche Bedingung an eine Zuordnung gefordert wird, dass die Orientierung, in der die Flächen *abcd* in ihrer gemeinsamen Ecke in G aufeinanderfolgen, in H erhalten bleibt?

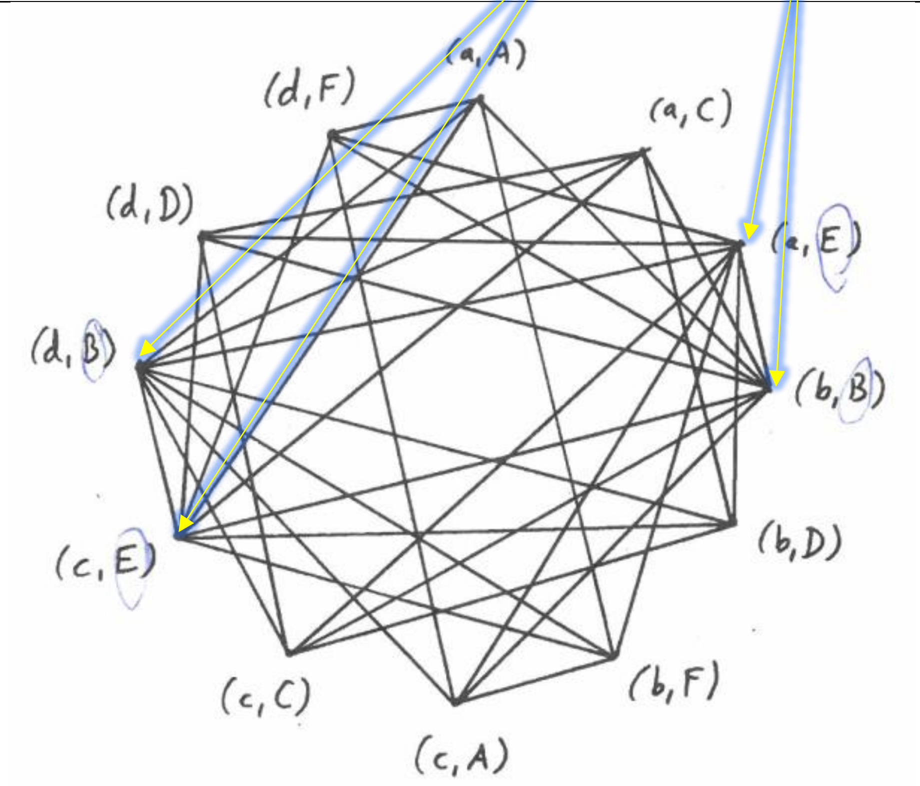
Aufgabe Ü5.3

Schritt #1: Lösung

(a)+(b)

Innere Regionen E und B stärker verzweigt

Diese entsprechen **allen möglichen Matchings**



8 maximalen Cliquen:	
$C_1 =$	$\{(a, A), (b, B), (c, E), (d, F)\}$
$C_2 =$	$\{(a, A), (d, B), (c, E), (b, F)\}$
$C_3 =$	$\{(a, E), (d, F), (c, A), (b, B)\}$
$C_4 =$	$\{(a, E), (b, F), (c, A), (d, B)\}$
$C_5 =$	$\{(a, E), (b, B), (c, C), (d, D)\}$
$C_6 =$	$\{(a, E), (d, B), (c, C), (b, D)\}$
$C_7 =$	$\{(a, C), (d, D), (c, E), (b, B)\}$
$C_8 =$	$\{(a, C), (b, D), (c, E), (d, B)\}$

- Graue – mit Spiegelung vor dem Matching
  - Diese fallen bei der Zusatzbedingung aus
- **Schwarze** – ohne Spiegelung vor dem Matching
  - Diese bleiben auch bei der Zusatzbedingung im Einsatz