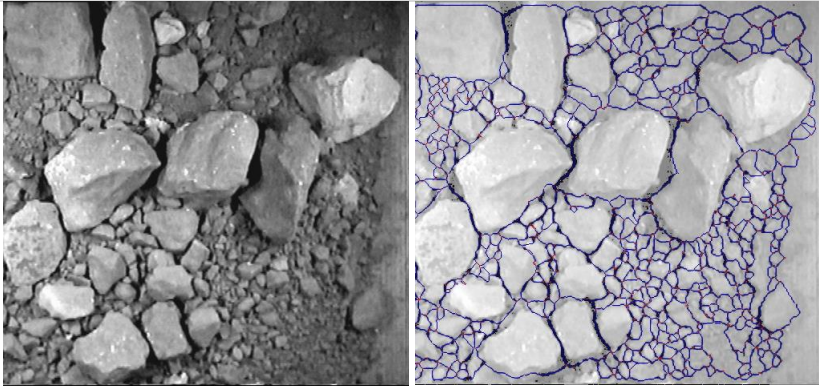


Die **Themenpalette** in der heutigen Sitzung:

Granulometrie
aka Partikelgrößenanalyse in Bildverarbeitung



Diese **Bildsegmentierung** gehört nicht dazu, kann aber basierend allein auf mathematischer Morphologie (dazu noch die [Distanztransformation](#) durchgeführt werden – gleich wie die **Granulometrie** (anhand von [Öffnungen](#))

POI-Operatoren: Moravec & SUSAN
#cameraman4ever 😊



Ergebnisse nach der Unterdrückung von „Nicht-Maxima“

Inhaltsverzeichnis

Aufgabe U15: granulometrische Kurven..... 2

Aufgabenstellung 2

Schritt #1: Lösung 3

Aufgabe U14: Moravec- & SUSAN-Operatoren 4

Aufgabenstellung 4

Schritt #1: Lösung 5

(a) 5

(b) 7

Aufgabe U15: granulometrische Kurven

Aufgabenstellung

Man verwendet 3 Arten von Kurven:

(1.) Anzahl $p(a)$ der Zusammenhangskomponenten (Partikel) von $g_a X$, aufgetragen gegen a ;

(2.) $A(g_a X)$, aufgetragen gegen a ;

(3.) $A(g_{a-1} X) - A(g_a X)$, aufgetragen gegen a ("Musterspektrum von X ", *pattern spectrum*).

Dabei ist $A(Z)$ die Fläche von Z (oder ein anderes Maß).

Interessante Nebenbeobachtung: die Strukturelemente lassen sich durch **Iteration** (d.h. wiederholte Anwendung) bilden - **auf Basis von Dilatation** mit dem Strukturelement $2B$: $3B = 2B \oplus 2B$; $4B = 3B \oplus 2B$ usw.

g_a sei nun die Öffnung O_{aB} mit aB als Liniensegment der Länge a ($a = 1; 2; 3; 4; 5; 6$). Man zeichne die drei Kurven für das folgende 1D-Binärbild:

0 1 1 1 1 0 0 1 1 1 1 0 0 0 1 0 0 1 1 1 1 1

Prozedurale Beschreibung zur binären Öffnung (beantwortet die umgangssprachliche Frage „was macht eigentlich die Öffnung?“):

- beim ersten Schritt (d.h. bei der **Erosion**) werden **Grenzbereiche von Bildobjekten um die Größe** des verwendeten **Strukturelementes abgefressen** [d.h. $\boxtimes \rightarrow \square$]
- beim zweiten abschließenden Schritt (d.h. bei der **Dilatation**) werden **Grenzbereiche von** bereits erodierten **Bildobjekten entsprechend der Form des Strukturelementes verdickt** – dabei:
 - **gehen** die bei der Erosion entfernten **ganzen Bildobjekte** sowie **längliche „Schwänze“ verloren** – der **Rest** von entfernten Bildobjekträndern wird **reanimiert**

Aufgabe U15

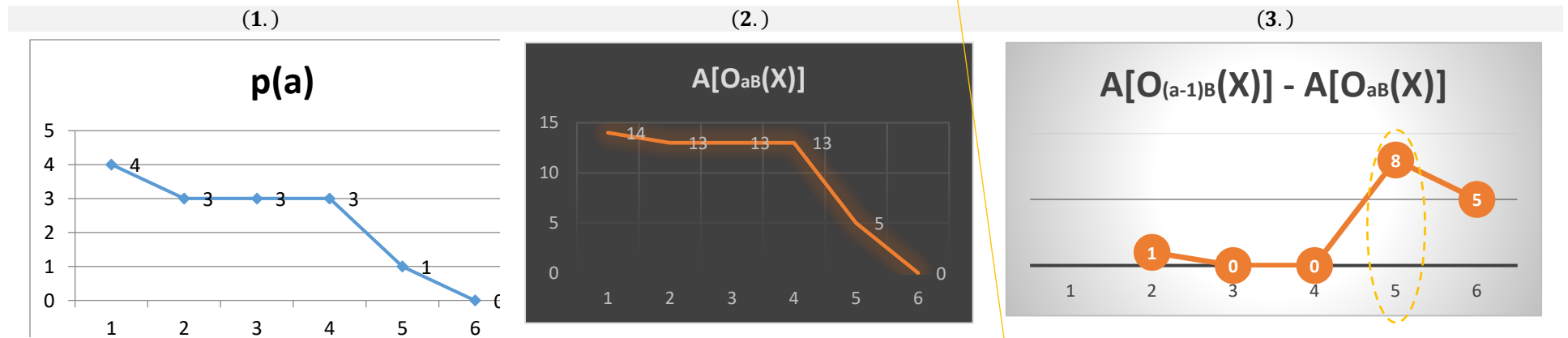
Schritt #1: Lösung

Teilschritt #1: Öffnungen durchführen

1D-Bild X :	
$[0 \quad \text{II} \quad \text{II} \quad \text{II} \quad \text{II} \quad 0 \quad 0 \quad \text{II} \quad \text{II} \quad \text{II} \quad \text{II} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad \text{II} \quad 0 \quad 0 \quad \text{II} \quad \text{II} \quad \text{II} \quad \text{II} \quad \text{II}]$	
$1B = [\text{II}]$	$O_{1B}(X) = D_{-1B}E_{1B}(X): [0 \quad \text{II} \quad \text{II} \quad \text{II} \quad \text{II} \quad 0 \quad 0 \quad \text{II} \quad \text{II} \quad \text{II} \quad \text{II} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad \text{II} \quad 0 \quad 0 \quad \text{II} \quad \text{II} \quad \text{II} \quad \text{II} \quad \text{II}]$
$2B = [\text{II} \quad \text{II}]$ $2B = [\text{I} \quad \text{I}]$	$O_{1B}(X) = D_{-2B}E_{2B}(X): [0 \quad \text{II} \quad \text{II} \quad \text{II} \quad \text{II} \quad 0 \quad 0 \quad \text{II} \quad \text{II} \quad \text{II} \quad \text{II} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad \text{II} \quad \text{II} \quad \text{II} \quad \text{II} \quad \text{II}]$
$3B = [\text{II} \quad \text{II} \quad \text{II}]$	$O_{1B}(X) = D_{-3B}E_{3B}(X): [0 \quad \text{II} \quad \text{II} \quad \text{II} \quad \text{II} \quad 0 \quad 0 \quad \text{II} \quad \text{II} \quad \text{II} \quad \text{II} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad \text{II} \quad \text{II} \quad \text{II} \quad \text{II} \quad \text{II}]$
$4B = [\text{II} \quad \text{II} \quad \text{II} \quad \text{II}]$ $4B = [\text{I} \quad \text{I} \quad \text{I} \quad \text{I}]$	$O_{1B}(X) = D_{-4B}E_{4B}(X): [0 \quad \text{II} \quad \text{II} \quad \text{II} \quad \text{II} \quad 0 \quad 0 \quad \text{II} \quad \text{II} \quad \text{II} \quad \text{II} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad \text{II} \quad \text{II} \quad \text{II} \quad \text{II} \quad \text{II}]$
$5B = [\text{II} \quad \text{II} \quad \text{II} \quad \text{II} \quad \text{II}]$	$O_{1B}(X) = D_{-5B}E_{5B}(X): [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad \text{II} \quad \text{II} \quad \text{II} \quad \text{II} \quad \text{II}]$
$6B = [\text{II} \quad \text{II} \quad \text{II} \quad \text{II} \quad \text{II} \quad \text{II}]$ $6B = [\text{I} \quad \text{I} \quad \text{I} \quad \text{I} \quad \text{I} \quad \text{I}]$	$O_{1B}(X) = D_{-6B}E_{6B}(X): [0 \quad 0]$

Interessante Nebenbeobachtung: im Gegensatz zu Erosion, Öffnung ist unabhängig von der Position des Bezugspunktes – umgangssprachlich ausgedrückt, für die Öffnung ist es egal, wo der Bezugspunkt der Maske ist

Teilschritt #2: Kurven zeichnen



Diese Grafik zeigt die tatsächliche Größenverteilung – in anderen Worten, die Summe von Bildpunkten innerhalb Bildpartikel jeder Größe (d.h. je Größe des Strukturelementes)

Beispiel: $a = 5 \mapsto 8$ bezieht sich auf die maximale erodierbare Partikelgröße bei $a = 5$, d.h. auf Partikel der Größe $4 = 5 - 1$

Aufgabe U14: Moravec- & SUSAN-Operatoren

Aufgabenstellung

Es sei folgender Ausschnitt aus einem Binärbild gegeben:

0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	1	1
0	0	1	1

Diagramm zur Aufgabenstellung: Ein 4x4 Binärbildausschnitt. Ein rotes gestricheltes Quadrat umschließt die obere 2x2-Region (Pixelwerte 0, 0, 0, 0). Ein grünes gestricheltes Quadrat umschließt die untere 2x2-Region (Pixelwerte 1, 1, 1, 1). Ein grüner Pfeil zeigt auf den Pixelwert 1 in der unteren rechten Ecke des grünen Quadrats mit der Beschriftung 'Eckpunkt in Betracht'. Ein roter Pfeil zeigt auf die obere rechte Ecke des roten Quadrats mit der Beschriftung 'vier Pixelwerte (mittleres Feld)'.

Man berechne für die vier Pixel des mittleren Feldes die Werte
 (a) des Moravec-Operators,
 (b) des SUSAN-Operators
 und prüfe, ob sich so der Eckpunkt (die 1 im rechten, unteren Pixel des Mittelfeldes) detektieren lässt.

Zu (a): Für die Moravec-Maske sei $p = q = 3$ und $k = l = 1$ angenommen. Die Doppelsummen in der Formel (Vorlesungsskript, S. 150) sind so zu interpretieren, dass das jeweils betrachtete Pixel das Indexpaar $(i, j) = (0, 0)$ hat. Wenn hinter dem Summenzeichen ein $g(x, y)$ mit einem Indexpaar (x, y) außerhalb des Bildes auftaucht, wird der komplette Summand nicht berücksichtigt.

Zu (b): Es werde eine quadratische 3x3-USAN-Maske verwendet, d.h. das jeweils mittlere Pixel soll mit seinen 8 Nachbarpixeln verglichen werden. Kriterium für Eckpunkte sei (analog zum Skript): Anzahl der Pixel mit gleichem Grauwert ist $\leq 8/3$.

Aufgabe U14

Schritt #1: Lösung

(a)

Teilschritt #1: Ausschnitt aus der Seite 150 des Skriptes (Thema: „Segmentierung“)

$$V_0 = \frac{1}{p(q-1)} \sum_{i=-k}^{+k} \sum_{j=-l}^{+l} [g(i, j) - g(i, j+1)]^2$$

$$V_{90} = \frac{1}{(p-1)q} \sum_{i=-k}^{+k} \sum_{j=-l}^{+l} [g(i, j) - g(i+1, j)]^2$$

$$V_{45} = \frac{1}{(p-1)(q-1)} \sum_{i=-k}^{+k} \sum_{j=-l}^{+l} [g(i, j) - g(i+1, j+1)]^2$$

$$V_{135} = \frac{1}{(p-1)(q-1)} \sum_{i=-k}^{+k} \sum_{j=-l}^{+l} [g(i, j+1) - g(i+1, j)]^2$$

$$V = \min(V_0, V_{45}, V_{90}, V_{135})$$

Randbemerkung: man könnte auch alle möglichen (also, beim Moravec-Operator wäre es insgesamt 8) Richtungen in Betracht ziehen, 4 davon (also, 1 für die senkrechte Richtung, 1 für die waagerechte und 1 je Diagonale) reichen aber i.d.R. aus. Diagonale Richtungen sind dabei etwas stärker gewichtet (wie auch oben in den Formeln).

Hausaufgabe: überlegt euch, warum

Aufgabe U14

Teilschritt #2: Lösung

zu betrachtender Bildpunkt des mittleren Feldes	schwarze Matrix – Bild in der Ursprungsposition grüne Matrix – Bild verschoben in Gegenrichtung	ZwischenErgebnisse des Moravec-Operators
$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{matrix} 0 & 00 & 00 & 00 & 0 \\ 0 & 00 & 00 & 00 & 0 \\ 0 & 00 & 01 & 11 & 1 \\ 0 & 00 & 01 & 11 & 1 \end{matrix}$	$V_0 = \frac{1}{3 \cdot (3-1)} \cdot \begin{bmatrix} (0-0)^2 & (0-0)^2 & (0-0)^2 \\ (0-0)^2 & (0-0)^2 & (0-0)^2 \\ (0-0)^2 & (0-1)^2 & (1-1)^2 \end{bmatrix}^+ = \frac{1}{6} \cdot [8 \cdot 0 + 1 \cdot 1] = \frac{1}{6}$ <p style="text-align: center;"> $V_{90} = \dots$ $V_{45} = \dots$ $V_{135} = \dots$ $V = \min_i V_i = \dots$ </p>
$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{matrix}$	$V_{90} = \frac{1}{(3-1) \cdot 3} \cdot \begin{bmatrix} (0-0)^2 & (0-0)^2 & (0-0)^2 \\ (0-0)^2 & (0-0)^2 & (0-0)^2 \\ (0-0)^2 & (1-0)^2 & (1-0)^2 \end{bmatrix}^+ = \frac{1}{6} \cdot [4 \cdot 0 + 2 \cdot 1] = \frac{1}{3}$ <p style="text-align: center;"> $V_{45} = \dots$ $V_{135} = \dots$ $V = \min_i V_i = \dots$ </p> <p style="color: green;">Hausaufgabe: ... heißt „berechnet selber“ (erfolgt auf gleiche Weise wie oben & links)</p>
$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	<p style="color: green;">... macht selber (Hausaufgabe)</p>	<p style="text-align: center;"> $V_0 = \dots$ $V_{90} = \dots$ $V_{45} = \frac{1}{(3-1) \cdot (3-1)} \cdot [\]^+ = \dots$ $V_{135} = \dots$ $V = \min_i V_i = \dots$ </p>
$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	<p style="color: green;">... macht selber (Hausaufgabe)</p>	<p style="text-align: center;"> $V_0 = \dots$ $V_{90} = \dots$ $V_{45} = \dots$ $V_{135} = \frac{1}{(3-1) \cdot (3-1)} \cdot [\]^+ = \dots$ $V_{Eckpunkt} = \min_i V_i = \dots$ </p>

Teilschritt #3: Voraussetzungen zur Erkennung des Eckpunktes

- $V_{Eckpunkt}$ sollte den größten Wert unter allen Punkten des Mittelfeldes aufweisen
- Schwellenwert (für die Eckpunkterkennung) soll entsprechend gewählt werden (Erkennung erfolgt nur dann wenn $V_{Eckpunkt} \geq \text{Schwellenwert}$)

Aufgabe U14

(b)

Teilschritt #1: Lösung

zu betrachtender Bildpunkt des mittleren Feldes	Ergebnisse des SUSAN-Operators																
$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	<table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr> </table> $ USAN(0) = 7$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1
0	0	0	0														
0	0	0	0														
0	0	1	1														
0	0	1	1														
$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	<table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr> </table> $ USAN(0) = 6$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1
0	0	0	0														
0	0	0	0														
0	0	1	1														
0	0	1	1														
$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	<table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr> </table> $ USAN(0) = 6$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1
0	0	0	0														
0	0	0	0														
0	0	1	1														
0	0	1	1														
$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	<table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr> </table> $ USAN_{Eckpunkt}(1) = 3$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1
0	0	0	0														
0	0	0	0														
0	0	1	1														
0	0	1	1														

Teilschritt #2: Eignung zur Eckpunkterkennung

Da $3 \not\geq \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$ (← vorgegebener Schwellenwert), lässt sich der Eckpunkt bei so einem geringen Schwellenwert nicht detektieren