Bildanalyse und Bildverstehen

<u>Aufgabe U3</u>

(a) Wie lauten die Basismatrizen der diskreten Fouriertransformation im Falle $L = R = 2$, also für 2×2-Matrizen?
(b) Man zeige, dass diese 4 Matrizen tatsächlich eine Orthonormalbasis bilden.
(c) Wie lautet die Fouriertransformierte der folgenden Matrix:

$$(f_{jk}) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \quad ?$$

<u>Die Faltung</u>

Gegeben seien eine Bildmatrix B und eine $L\times R$-Matrix K ("Kern"). Die Faltung ist eine Verknüpfung *, definiert als

$$K*B = A = (a_{jk})$$

mit

$$a_{jk} = \sum_{m=0}^{L-1}\sum_{n=0}^{R-1} k_{mn} \cdot b_{j-m,k-n} \quad ,$$

wobei A das Format der Bildmatrix B hat.

Alternative Möglichkeiten der Randbehandlung:

- Elemente mit negativem Index = 0 setzen, oder
- Bildmatrix B in beide Richtungen zyklisch wiederholen.

Beispiel (mit Null-Rand):

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 0 & -1 & -2 \\ 1 & 0 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Kontinuierliches Analogon (für Funktionen):

$$(f * g)(x,y) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} f(s,t)g(x-s,y-t)dsdt \; .$$

Aufgabe U4

Man beweise, dass für die Faltung von Matrizen das Kommutativ- und das Distributivgesetz gelten.

Aufgabe U5

(a) Man falte die folgende Matrix mit dem Kern $K = \frac{1}{9}\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

(Mittelwert-Filter):

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(b) Man wende den Mittelwertfilter aus Teil (a) auf folgende periodische Strukturen an:

$$\begin{array}{ccccccccc} & & & \vdots & & & & & \\ \cdots & 1 & -2 & 1 & 1 & -2 & 1 & \cdots \\ \cdots & 1 & -2 & 1 & 1 & -2 & 1 & \cdots \\ \cdots & 1 & -2 & 1 & 1 & -2 & 1 & \cdots \\ & & & \vdots & & & & & \end{array} \qquad \begin{array}{ccccccccc} & & & \vdots & & & & & \\ \cdots & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & \cdots \\ \cdots & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & \cdots \\ \cdots & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & \cdots \\ & & & \vdots & & & & & \end{array}$$

Man diskutiere an diesen Beispielen die Eignung als Tiefpassfilter.