

Bildanalyse und Bildverstehen

Aufgabe U9

Gegeben sei die eindimensionale Faltungsmaske

$$F = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \end{pmatrix}.$$

- (a) Man zeige: Es gibt keine faltungsinverse Maske G der Länge 7, für die also $F^*G = I = (0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0)$ (= Einheitsfilter) erfüllt ist.
- (b) Man bestimme eine Faltungsmaske F^+ der Länge 7, die die Summe der Abweichungsquadrate zwischen F^*F^+ und I minimiert ("Pseudoinverse zu F ").

Aufgabe U10

Die folgende pgm-Datei definiert einen "Graukeil":

P2

```
6 6 5
0 1 2 3 4 5
0 1 2 3 4 5
0 1 2 3 4 5
0 1 2 3 4 5
0 1 2 3 4 5
0 1 2 3 4 5
```

Man wende hierauf die folgenden Faltungsmasken an (zentriert auf die Mitte der Maske, Matrixeinträge jenseits des Randes als 0 angenommen):

- (a) Die beiden Komponenten des Sobel-Operators:

$$h_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{pmatrix}, \quad h_2 = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

- (b) die Laplace-Maske $h_L = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

- (c) Man approximiere mittels (a) Betrag und Richtung des Gradienten in jedem inneren Bildpunkt.

Aufgabe U11

Die partielle Ableitung einer differenzierbaren Funktion $f(x, y)$,

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x, y) - f(x, y)}{\Delta x},$$

kann im diskreten Fall durch $f(x+1, y) - f(x, y)$ oder durch $f(x, y) - f(x-1, y)$ approximiert werden. Man verifiziere damit die

in der Vorlesung gegebene Maske $h_L = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ für die

diskrete Version des Laplace-Operators $\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$.

Aufgabe U12

Man beweise: Für die Operationen \mathbf{D}_B (Dilatation), \mathbf{E}_B (Erosion) und \mathbf{C} (Komplementbildung) auf Binärbildern gilt $\mathbf{E}_B = \mathbf{C}\mathbf{D}_B\mathbf{C}$.

Aufgabe U13

Man zeige: Die Öffnungsoperation \mathbf{O}_B für Binärbilder ist monoton und anti-extensiv.