

## 6. Merkmalsextraktion

Motivation:

- in der Bildverarbeitung und -analyse ist eine präzise Beschreibung auch komplizierter Objekte notwendig
- in vielen Anwendungen ist es wichtig, Klassen von Formen zu erkennen
- die Klassifikation beruht auf Merkmalen der untersuchten Formen

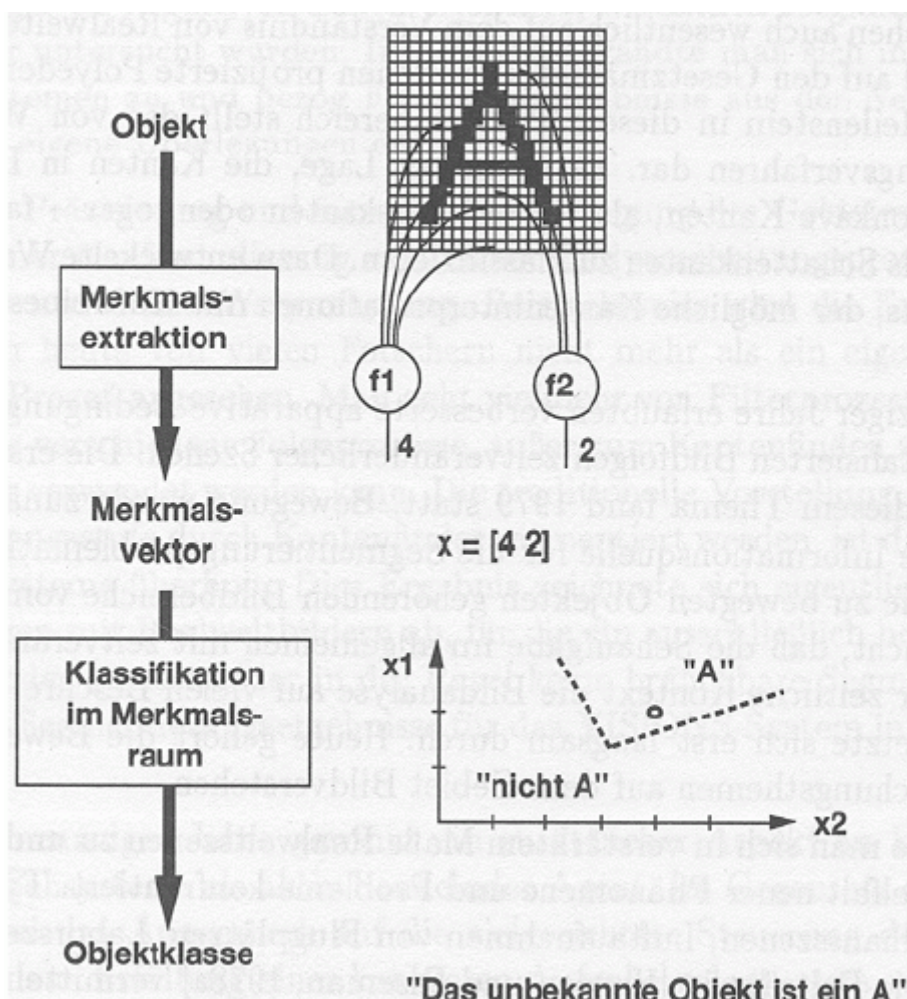
Mögliche Einteilungen von Merkmalen:

- Kontur-, Regionen-Merkmale
- Art des Merkmals (Skala: nominal, ordinal, metrisch)
- lokale / globale Merkmale
- topologische / metrische Merkmale
- mathematische / heuristische Techniken der Merkmalsextraktion
- Rekonstruktionsfähigkeit des Objekts aus den Merkmalen
- Fähigkeit, auch unvollständig dargestellte Objekte korrekt zu beschreiben
- statistische / syntaktische Merkmale
- Robustheit in Bezug auf Transformationen des Bildes
  
- geometrische Merkmale
- densitometrische (photometrische) Merkmale (aus Grauwert histogramm)
- Texturmerkmale
- Farbmerkmale

## Zweck der Merkmalsextraktion:

- Quantitative und qualitative Aussagen über Bildinhalte ermöglichen
- Einordnung von Objekten in Kategorien bzw. Klassen ermöglichen
- Merkmale = komprimierte Form von Bildinformation

Prozess der Merkmalsextraktion, Informationsverarbeitung und Klassifikation:



## Lebewesen vs. Maschine:

große Unterschiede in Erkennungsleistung und -geschwindigkeit

<i>Art der Leistung</i>	<i>Lebewesen</i>	<i>Maschine</i>
Quantitative Bestimmung von Merkmalen (z.B. Grauwerte, Größen)	subjektiv, ungenau, relativ	objektiv, präzise
Zählen von Objekten	durch Ermüdung Fehler, langsam	keine Ermüdung, schnell, genau
Wiedererkennen von Objekten in unterschiedlichen Szenen	große Wiedererkennungslleistung, auch bei veräuschten Daten	Objektklassifikation eher problematisch

Geschichte:

Selfridge 1955: Vision von "Augen und Ohren für den Rechner"

- Zeichenerkennung
- Schrift-, Spracherkennung
- Bildauswertung (bes. militärische Anwendungen)

Überblick:

topologische Merkmale Konturmerkmale Kettencode Polygonbeschreibung Länge Orientierung Krümmung ... statistische Merkmale Momente Anzahl der Pixel Informationsgehalt Autokorrelation ...	Flächen- (Regionen-) Merkm. Intensitätswert / Farbe Lage des Schwerpunkts Umfang, Größe Hauptachsen umschreibendes Rechteck konvexe Hülle ... Texturmerkmale statistische Merkmale strukturelle Beschreibung ... fraktale Merkmale morphologische Merkmale z.B. granulometrische Kurven
--	--

## Topologische Merkmale

Wann ist ein Bildobjekt eine Kurve?

Def. von Menger und Uryson:

Ein Kontinuum  $C$  ist *eindimensional* im Punkt  $p$ , wenn für jedes  $\varepsilon > 0$  eine Umgebung  $U$  innerhalb der  $\varepsilon$ -Umgebung von  $p$  existiert, deren Rand das Kontinuum nur in isolierten Punkten schneidet.

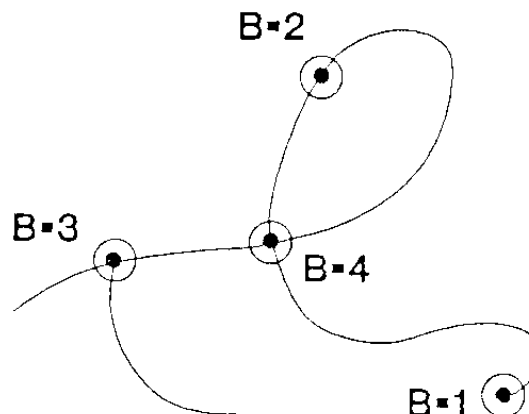
Ein Kontinuum, das in allen Punkten eindimensional ist, heißt *eindimensionales Kontinuum* oder *Kurve*.

(topologische Dimensionsdefinition, zu unterscheiden von algebraischer und fraktaler Dimension!)

*Verzweigungsindex:*

Es sei  $B_\varepsilon(p)$  die Anzahl der isolierten Punkte, aus denen der Durchschnitt der Kurve mit dem lt. Def. gefundenen Rand der Umgebung besteht. Dann wird  $B(p) = \lim B_\varepsilon(p)$  für  $\varepsilon \rightarrow 0$  (sofern dieser Grenzwert existiert) als Verzweigungsindex der Kurve im Punkt  $p$  bezeichnet.

- *Einfache* Kurvenpunkte haben den Verzweigungsindex  $B=2$  und Endpunkte den Verzweigungsindex  $B=1$ .
- Eine *Linie* ist eine unverzweigte Kurve (Verzweigungsindex  $< 3$ ), die genau 2 Endpunkte besitzt.



Verzweigungsindex für digitale Kurven:

Es sei  $U(p)$  die  $3 \times 3$ -Umgebung eines Bildpunktes  $p$  aus einem Binärbild  $M$  und  $R(p) = U(p) \setminus \{p\}$ . Der Punkt  $p$  wird dann als Kurvenpunkt bezeichnet, wenn alle Punkte aus  $R(p) \cap M$  isoliert sind, d.h. keine 4-Nachbarn in  $M$  besitzen. Die Anzahl dieser isolierten Punkte heißt *Verzweigungsindex*  $B(p)$ .

Wenn alle Punkte von  $M$  Kurvenpunkte sind, heißt  $M$  *digitale Kurve*.

Beachte: Die Menge der Konturpunkte eines digitalen Objekts bildet nicht notwendig eine Kurve i. Sinne dieser Def.

topologische Charakteristiken von Regionen:

## *Zusammenhang (Konnektivität)*

(vgl. Übung 2)

Sei  $V$  die betrachtete Region im Binärbild.

### **Pixelzusammenhang:**

Zwei Pixel  $p$  und  $q$  ( $p, q \in V$ ) sind zusammenhängend, wenn  $q$  benachbart zu  $p$  ist, d.h.  $q \in N_4(p)$  oder  $q \in N_8(p)$ , etc. So spricht man vom 4-Zusammenhang, bzw. 8-Zusammenhang etc.

### **Pfad** von $p$ nach $q$

Folge von Pixeln  $(p_0, p_1, \dots, p_{n-1}, p_n) = (p, p_1, \dots, p_{n-1}, q)$ , bei dem alle Pixel paarweise zusammenhängend sind, d.h. Es gilt  $p_i \in N_4(p_{i-1})$  oder  $p_i \in N_8(p_{i-1})$  ( $1 \leq i \leq n$ ) etc. So spricht man von 4-; 8-Pfade, etc. Pfadlänge =  $n$ .

### **Zusammenhängende Komponente $K$**

(maximal zusammenhängendes Gebiet)

$I$ : Bild,

$I = \{ f_{00}, f_{01}, \dots, f_{M-1N-1} \}, S \subseteq I$

Teilmenge  $S$  heißt zusammenhängende Komponente  $K$  wenn gilt

$$K = \{ q \mid q \in S, \forall p \in S, \exists \text{Pfad}(p, \dots, q) \}$$

Hier:

Komponente: zusammenhängende Komponente aus 1-Pixeln

Löcher: zusammenhängende Komponente aus 0-Pixeln

Zusammenhängende Komponente: 4-Zusammenhang, 8-Zusammenhang  
Loch: 8-Zusammenhang, 4-Zusammenhang

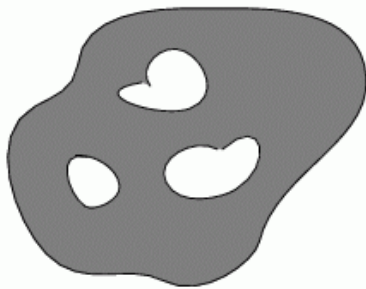
## Die Eulerzahl $E$

Topologischer Deskriptor:  $E = N_Z - N_L$

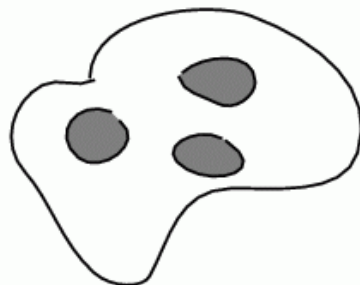
$N_Z$ : Anzahl der zusammenhängenden Komponenten,

$N_L$ : Anzahl der Löcher.

Beispiele



a) „Schweizer Käse“  $E = 1 - 3 = -2$



b)  $E = 3 - 0 = 3$



c)  $E = 1 - 1 = 0$



d)  $E = 1 - 2 = -1$

## Einfache geometrische Merkmale

*Fläche*: Anzahl der Bildpunkte, die zum Objekt gehören

*Umfang*: Anzahl der Umfangspunkte.

Gewinnung der Umfangspunkte durch morphologische Operation ( $\mathbf{D}_B(X) \setminus X$ ) oder durch Konturerkennung, siehe Kap. 4

Umfang genauer aus dem Kettencode:  
direkte Nachbarn mit Faktor 1,  
die restlichen mit Faktor  $\sqrt{2}$

*Formfaktor*:

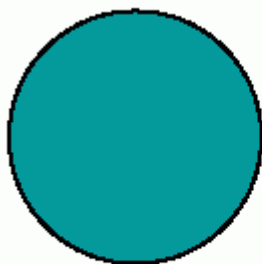
Verhältnis von Umfangsquadrat zur Fläche

$$V_{U^2F} = \frac{U^2}{4\pi F}$$

ist beim Kreis = 1, größer bei zerklüfteten Objekten

wird manchmal auch *Kompaktheit* genannt

(Achtung: dies hat nichts mit "Kompaktheit" im Sinne der Topologie oder Analysis zu tun!)



kompakt



nicht kompakt



*Schwerpunkt* (bei Binärbild) zur Lagebeschreibung:

Geometrischer Schwerpunkt  $(x_s, y_s)$ :

$$x_s = \frac{1}{F} \sum_{i=1}^F x_i \quad \text{bzw.} \quad y_s = \frac{1}{F} \sum_{i=1}^F y_i$$

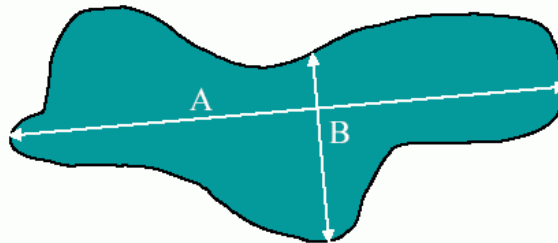
( $F$  = Fläche des Objekts)

Formfaktor zwischen Innen- und Außenkreis um den geometr. Schwerpunkt:

$$V_{RAD} = \frac{R_{\max}}{R_{\min}}$$

*Exzentrizität:*

- Verhältnis der längsten Sehne innerhalb der Region zur Sehne quer dazu (Hauptachse zu Nebenachse)



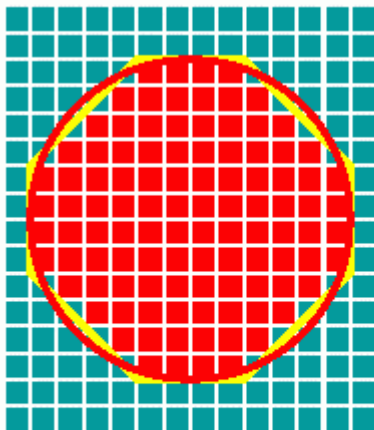
*Konturmerkmale*

- Beschreibung einer Kontur durch Liste von Pixel-Koordinatenpaaren (kartesisch oder polar)
- oder durch Kettencode (siehe Kap. 2)
- Konturkrümmung: siehe Übung, Aufgabe U16.

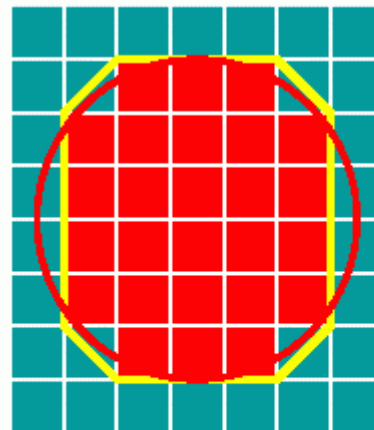
## Länge

- **Randlänge:** ermittelt aus dem Chain Code:
  - vertikale und horizontale Elemente: Länge 1
  - diagonale Elemente: Länge  $\sqrt{2}$  (8NB)
  - Rand länger in 4NB als 8NB
  - geschlossene Kurven: Randlänge = Umfang (Perimeter)
  - abhängig von der Bildauflösung
  - abhängig von der Randdefinition (innerer Rand, äußerer Rand, extended Border)

Randlänge abhängig von der räumlichen Auflösung:



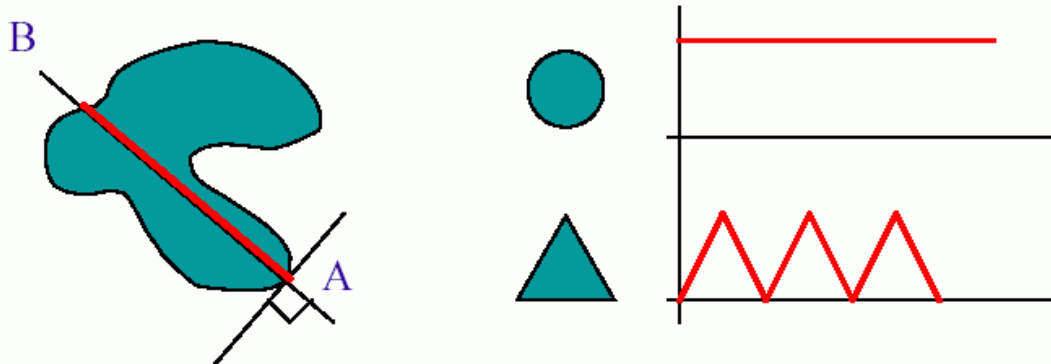
$$16 + 16 * \sqrt{2} = 38,63$$



$$2 * (14 + 4 * \sqrt{2}) = 2 * 19,66 = 39,32$$

## Signatur:

- Folge von Kontur-Normalabständen



- Für jeden Randpunkt wird der Abstand zum kürzesten gegenüberliegenden Randpunkt, rechtwinklig zur aktuellen Tangente, gesucht

## Sehnenverteilung (chord distribution)

- Sehne ist eine Linie, die 2 Randpunkte verbindet
- Konturbeschreibung durch die **Verteilung der Länge und Winkel dieser Sehnen**

– kontinuierlich

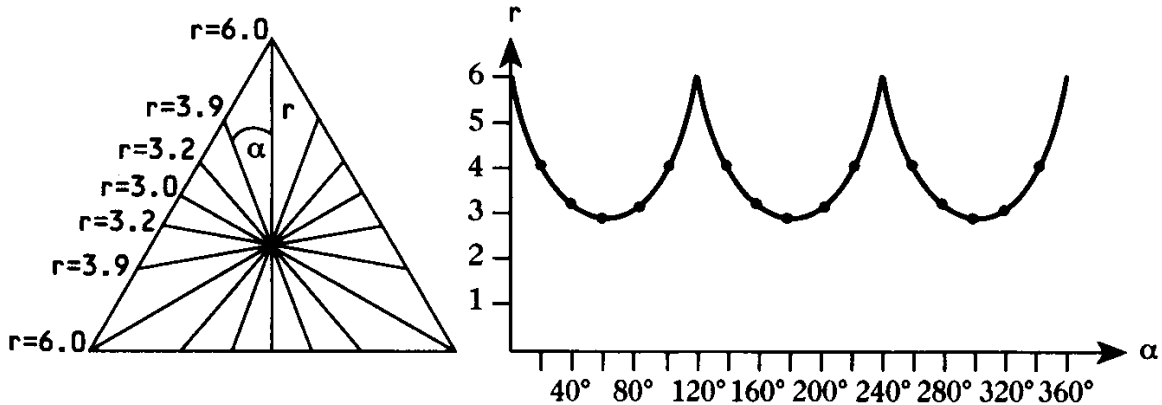
$$h(\Delta x, \Delta y) = \iint b(x, y) b(x + \Delta x, y + \Delta y) dx dy$$

– diskret

$$h(\Delta x, \Delta y) = \sum_i \sum_j b(x, y) b(x + \Delta x, y + \Delta y)$$

### Polarer Abstand:

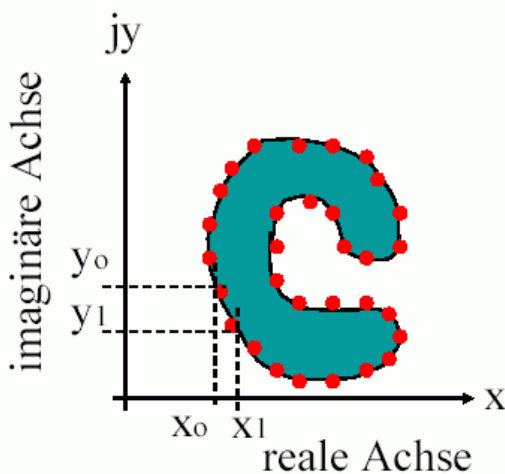
Abstand des Bereichsrandes vom Schwerpunkt.  
Darstellung als Kurve: aussagekräftig für die Form



### Fourier-Deskriptoren:

FT angewandt auf die Kontur als 1D-Funktion

- Geschlossene Kurve in der komplexen Ebene
- Umrundung der Kurve (entgegen dem Uhrzeigersinn) ergibt komplexe Funktion  $z(t)$
- Geschwindigkeit wird so gewählt, daß eine Umrundung  $2\pi$  lange dauert.
- Mehrfache Umrundung ergibt  $2\pi$  periodische Funktion: Darstellung als Fourier-Folge möglich



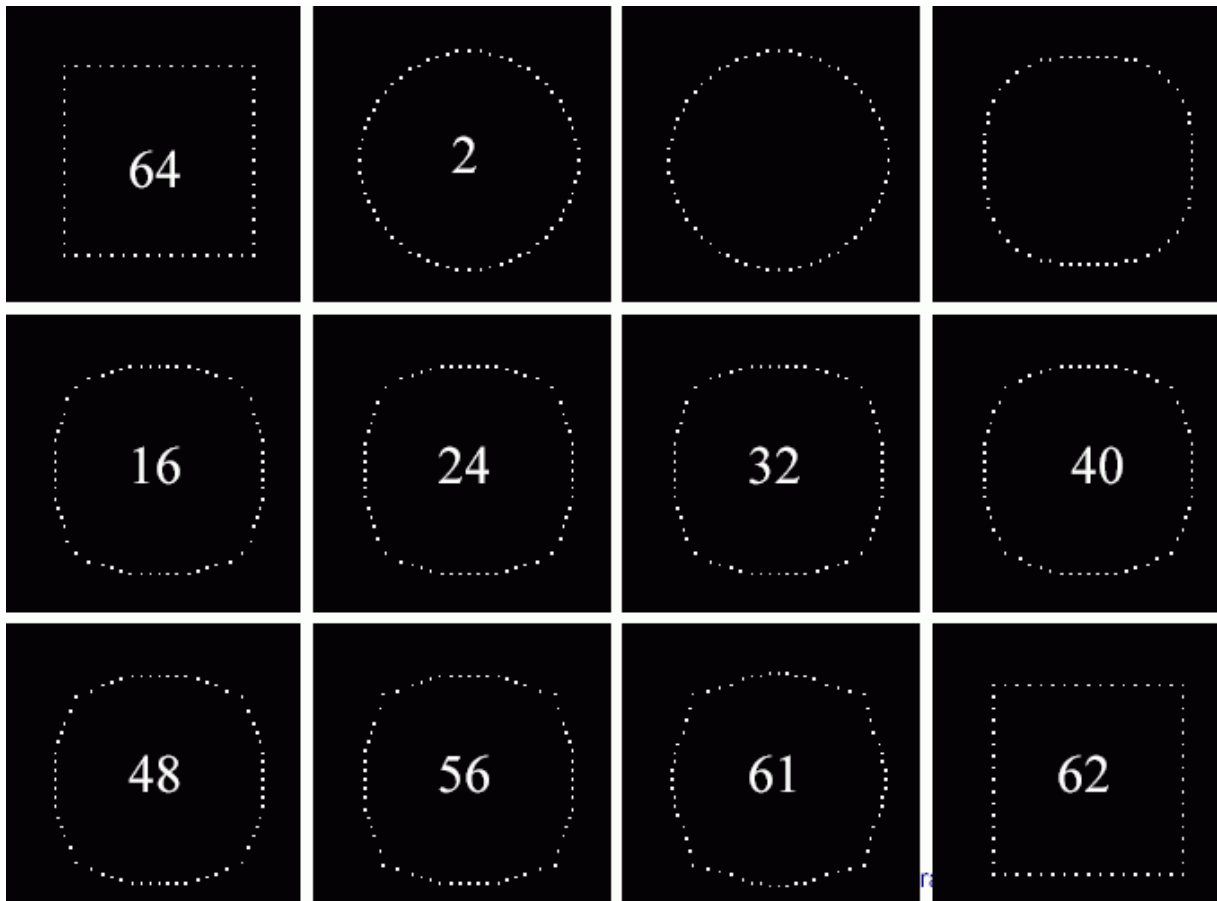
$$z(t) = \sum_n T_n e^{jnt}$$

$T_n$  ... Fourier Deskriptoren

$$t = \frac{2\pi s}{L} \quad s \dots \text{Kurvenlänge}$$

$$T_n = \frac{1}{L} \int_0^L z(s) e^{-j(2\pi/L)ns} ds$$

Beispiel für die Anwendung:  
Approximation des Randes durch weniger Koeffizienten in der  
Fourier-Darstellung



(aus Beichel 2002)

– analog auch mit Wavelets möglich!

### *Kontur als Liste von Segmenten*

- Einteilung des Randes in einzelne Segmente, die bestimmte Eigenschaften erfüllen
- Randbeschreibung als Folge von Segmenttypen
- z.B. gerade Kantenstücke, Kurven 2.Ordnung

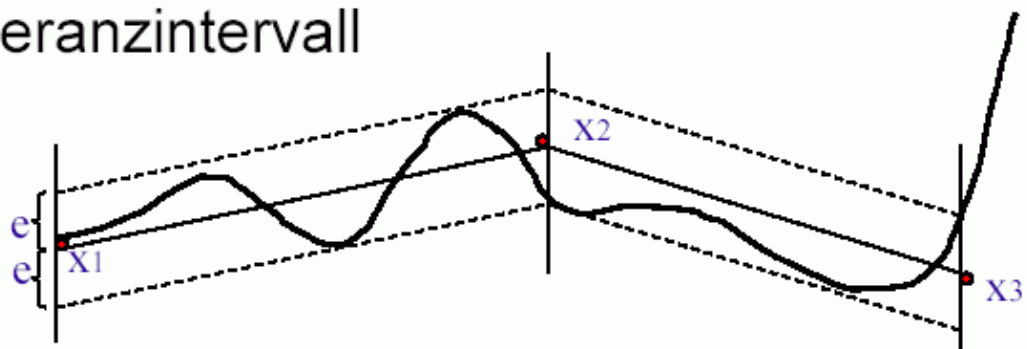
## Spezialfall: *Polygonale Repräsentation*

- **Approximation** der Region durch ein **Polygon**
- Region beschreiben durch **Polygonkanten**
- **Genauigkeit** der Approximation **variabel**

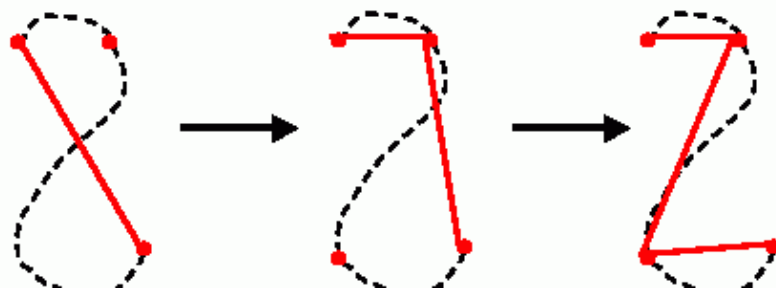


## Polygonkantenbestimmung:

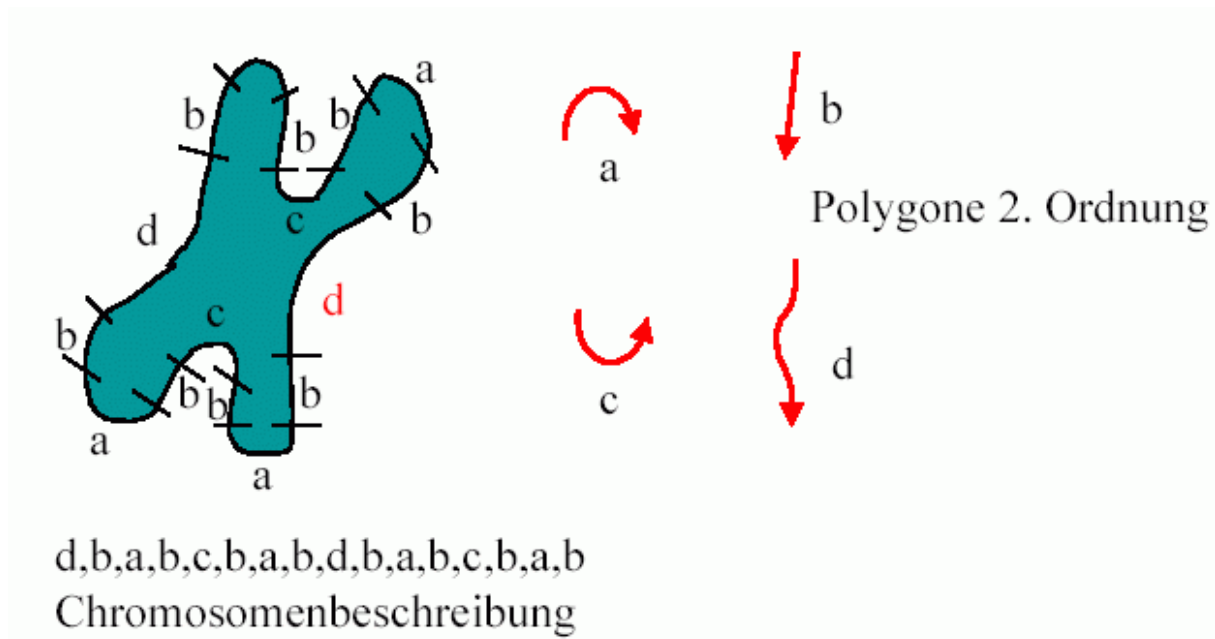
- **Toleranzintervall**



- **Recursive Boundary Splitting**



## strukturelle Beschreibung



## B-Splines

- Repräsentation von Kurven durch **stückweise polynomiale Interpolation**
- wird häufig in der **Grafik** verwendet
- B-Splines sind solche Kurven, die durch ein **Kontrollpolygon** bestimmt werden
- B-spline der Ordnung  $n$  bleibt immer innerhalb eines konvexen  $n+1$  Polygons
- **lokale Kontrolle** der Punkte
- **tangentenstetige Kurven**

## Regionen-Merkmale und Formbeschreibung

einfache Merkmale von Regionen: Fläche, Schwerpunkt, Formfaktor, Exzentrizität (siehe oben)

### *Ferret box:*

kleinstes *achsenparalleles* Rechteck, welches die Region vollständig enthält

- *Aspect ratio* (Breite : Höhe) dieses Rechtecks
- Füllungsgrad dieses Rechtecks

### *Minimum bounding rectangle (MBR):*

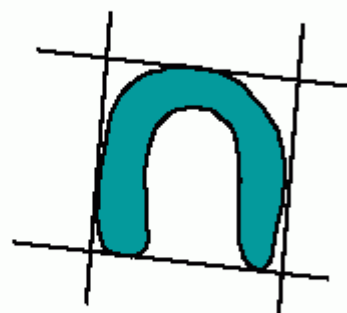
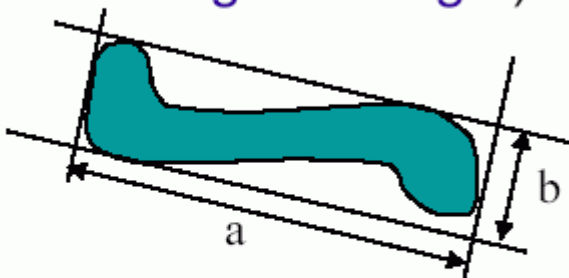
kleinstes Rechteck, welches die Region vollständig enthält

– i.allg. nicht achsenparallel

- Angabe als Polygon (4 Eckpunkte)
- oder über Mittelpunkt, Breite, Höhe und Winkel

### *Ausdehnung (Elongatedness):*

- Verhältnis der **Kantenlängen** des kleinsten Umschreibenden Rechtecks (**Minimum Bounding Rectangle**)



- bei **stark kurvigen** Regionen: **Verhältnis** der Fläche zum Quadrat der Dicke

$$\text{elongatedness} = \frac{\text{area}}{(2d)^2}$$

- *Füllungsgrad* des MBR = *Rectangularity*



- **Rectangularity** (Rechteckigkeit):  
Maximales Verhältnis der  
Regionenfläche zur Fläche eines  
umschreibenden Rechtecks  $rect = \max_k(F_k)$
- Auch Dreiecks bzw. Kreisverhältnis

*Best ellipse fit:*

Das Objekt wird durch eine Ellipse angenähert.  
Mittelpunkt, Orientierung der Hauptachse und Länge von  
Haupt- und Nebenachse werden repräsentiert.

*Elongiertheit:*

wird auch def. als  $(1 - \text{Nebenachsenlänge}/\text{Hauptachsenlänge})$   
des *best ellipse fit*.

Invarianz solcher Merkmale bei Transformationen:

	rad. Tr.	$T$	$R$	$S_H$	$S$	$AT_H$	$AT$
Ferret box: Aspect Ratio	•	•		•			
Ferret box: Füllungsgrad	•	•		•			
MBR: Aspect Ratio	•	•	•	•		•	
MBR: Füllungsgrad	•	•	•	•		•	
Best ellipse fit	•	•	•	•		•	
Elongiertheit	•	•	•	•		•	
Umfang	•	•	•				
Kompaktheit	•	•	•	•		•	
Größe	•	•	•				
Farbe		•	•	•	•	•	•
Textur		•	(•)				
Anzahl der Löcher	•	•	•	•	•	•	•
Anzahl der blobs	•	•	•	•	•	•	•

rad. Tr. = radiometrische Transformationen (Farb- oder Grauwertänderungen),  $T$  = Translation,  $R$  = Rotation,  $S_H$  = homogene Skalierung,  $S$  = Skalierung ( $x, y$  verschieden),  $AT_H$  = affine Transformation mit homogener Skalierung,  $AT$  = allg. affine Transformation

(aus Pinz 1994)

– Rechtecke oder Ellipsen sind oft nur schlechte Approximationen von Bildobjekten

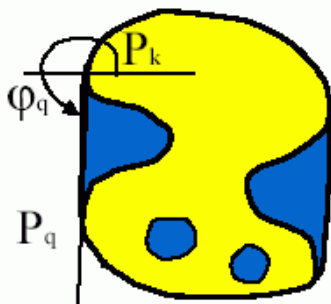
### *Konvexe Hülle*

- Eine Menge von Punkten ist *konvex*, wenn mit je 2 Punkten auch die Verbindungslinie zur Menge gehört
- die *konvexe Hülle* einer Region  $R$  ist die kleinste konvexe Menge, die  $R$  enthält
- die konvexe Hülle kann zur Regionen-Beschreibung benutzt werden

Einfacher Algorithmus zur Bestimmung der konvexen Hülle:

Eingabe: Liste aller Bildpunkte der äußeren Kontur (Regionengrenze)

- **Startpunktsuche**: Suche alle Punkte mit minimaler Zeilenkoordinate, nimm davon den Punkt mit minimaler Spaltenkoordinate  $P_k = P_1$ ,  $v=(0,-1)$ ... Richtungsvektor
- Durchsuche die Regionengrenze entgegen dem Uhrzeigersinn und berechne den Winkel  $\varphi$  zu jedem Randpunkt. Der **Punkt mit minimalem Winkel** ist Teil der konvexen Hülle
- **Richtung**  $v = P_k P_q$ ,  $P_k = P_q$
- **Wiederhole** die beiden Vorherigen Schritte, bis  $P_k = P_1$



- Es gibt wesentlich **effizientere Algorithmen**
- $O(n \log n)$  bzw.  $O(n)$

*Densitometrische Merkmale*  
(auch: photometrische, radiometrische Merkmale)

werden aus Grauwertverteilung gewonnen

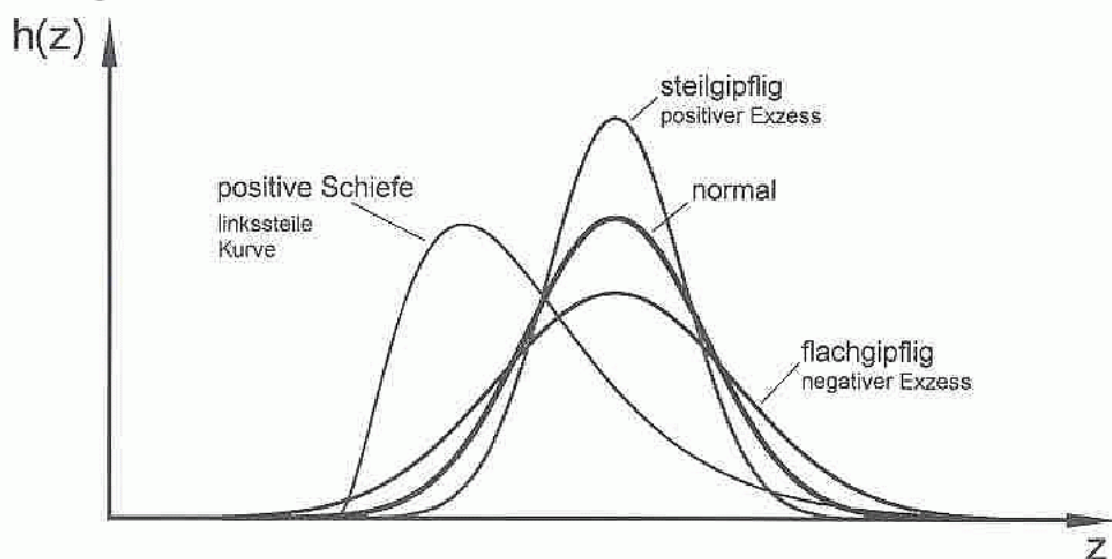
- einzelnes Objekt  
oder
- ganzes Bild  
oder
- Fenster

nach Segmentierung Berechnung von Histogrammen für einzelne Objekte / Regionen  
Bildpunkte außerhalb der betrachteten Region werden auf Null gesetzt (Masken-Operation)

Charakterisierung des Histogramms durch Momente  
(Mittelwert, Varianz, Schiefe, Kurtosis; vgl. Übung 1)

### ➤ Histogrammformen

[Abmayr 94], S. 258



## Momente:

- Interpretation einer normalisierten Grauwert- Verteilungsfunktion als Wahrscheinlichkeitsverteilung einer 2D Zufallsvariable
- Eigenschaften dieser 2D Zufallsvariable werden durch Momente beschrieben:

$$m_{pq} = \int_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} \int_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} x^p y^q f(x, y) dx dy$$

kontinuierlich

$$m_{pq} = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \sum_{j=-\infty}^{\infty} i^p j^q f(i, j)$$

diskret

## Translationsinvarianz:

- Durch die Verwendung zentraler Momente

$$\mu_{pq} = \int_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} \int_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} (x - x_c)^p (y - y_c)^q f(x, y) dx dy \quad x_c = \frac{m_{10}}{m_{00}}$$

$$\mu_{pq} = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \sum_{j=-\infty}^{\infty} (i - x_c)^p (j - y_c)^q f(i, j) \quad y_c = \frac{m_{01}}{m_{00}}$$

Mittelpunkt  
der Region

- Auch Invarianz bezgl. Skalierung und Rotation kann erreicht werden.

$$\gamma = \frac{p+q}{2} + 1 \quad \mathcal{G}_{pq} = \frac{\mu_{pq}}{(\mu_{00})^\gamma}$$

7 rotations-, translations- und skalierungsinvariante Momente:

$$\varphi_1 = \mathcal{I}_{20} + \mathcal{I}_{02}$$

$$\varphi_2 = (\mathcal{I}_{20} - \mathcal{I}_{02})^2 + 4\mathcal{I}_{11}^2$$

$$\varphi_3 = (\mathcal{I}_{30} - 3\mathcal{I}_{12})^2 + (3\mathcal{I}_{21} - \mathcal{I}_{03})^2$$

$$\varphi_4 = (\mathcal{I}_{30} + \mathcal{I}_{12})^2 + (\mathcal{I}_{21} + \mathcal{I}_{03})^2$$

$$\varphi_5 = (\mathcal{I}_{30} - 3\mathcal{I}_{12})(\mathcal{I}_{30} + 3\mathcal{I}_{12})\left[(\mathcal{I}_{30} + \mathcal{I}_{12})^2 - 3(\mathcal{I}_{21} + \mathcal{I}_{03})^2\right] \\ + (3\mathcal{I}_{21} - \mathcal{I}_{03})(\mathcal{I}_{21} + \mathcal{I}_{03})\left[3(\mathcal{I}_{30} + \mathcal{I}_{12})^2 - (\mathcal{I}_{21} + \mathcal{I}_{03})^2\right]$$

$$\varphi_6 = (\mathcal{I}_{20} - \mathcal{I}_{02})\left[(\mathcal{I}_{30} + \mathcal{I}_{12})^2 - (\mathcal{I}_{21} + \mathcal{I}_{03})^2\right] + 4\mathcal{I}_{11}(\mathcal{I}_{30} + \mathcal{I}_{12})(\mathcal{I}_{21} + \mathcal{I}_{03})$$

$$\varphi_7 = (3\mathcal{I}_{21} - \mathcal{I}_{03})(\mathcal{I}_{30} + \mathcal{I}_{12})\left[(\mathcal{I}_{30} + \mathcal{I}_{12})^2 - 3(\mathcal{I}_{21} + \mathcal{I}_{03})^2\right] \\ - (\mathcal{I}_{30} - \mathcal{I}_{12})(\mathcal{I}_{21} + \mathcal{I}_{03})\left[3(\mathcal{I}_{30} + \mathcal{I}_{12})^2 - (\mathcal{I}_{21} + \mathcal{I}_{03})^2\right]$$

Beispiel:

(aus Beichel 2002)



-6.48  
-9.88  
-23.89  
-24.06  
-48.05

-6.48  
-9.93  
-23.88  
-24.06  
-48.05

-6.48  
-9.87  
-23.86  
-24.04  
-48.01

*Übersicht über Größen der beschreibenden Statistik*  
 (Achtung: bei Schiefe und Exzess bzw. Kurtosis teilweise unterschiedliche Definitionen in der Literatur!)

Statistik 1. Ordnung

Mittelwert	$y_m = \sum_{y=0}^{L-1} y P(y)$
Varianz	$\sigma_y^2 = \sum_{y=0}^{L-1} (y - y_m)^2 P(y)$
Schiefe	$y_s = \frac{1}{\sigma_y^3} \sum_{y=0}^{L-1} (y - y_m)^3 P(y)$
Exzess	$y_E = \frac{1}{\sigma_y^4} \sum_{y=0}^{L-1} (y - y_m)^4 P(y)$
Energie	$P_y = \sum_{y=0}^{L-1} [P(y)]^2$
Entropie	$H_y = - \sum_{y=0}^{L-1} P(y) \log_2[P(y)]$

Die Schätzung der Wahrscheinlichkeit erfolgt aus einem Grauerthistogramm  $N(y)$

$$P(y) = P\{x(m, n) = y\} \approx \frac{N(y)}{M}$$

$M$ = Zahl der Bildpunkte,  $L$ =Zahl der Quantisierungsstufen

## Statistik 2. Ordnung

Korrelation  $\rho = \sum_{y=0}^{L-1} \sum_{z=0}^{L-1} y \cdot z P(y, z)$

Kovarianz  $\gamma = \sum_{y=0}^{L-1} \sum_{z=0}^{L-1} (y - y_m)(z - z_m) P(y, z)$

Trägheitsmoment  $I = \sum_{y=0}^{L-1} \sum_{z=0}^{L-1} (y - z)^2 P(y, z)$

Absolutwert  $y_4 = \sum_{y=0}^{L-1} \sum_{z=0}^{L-1} |y - z| P(y, z)$

Energie  $P_y = \sum_{y=0}^{L-1} \sum_{z=0}^{L-1} [P(y, z)]^2$

Entropie  $H_{yz} = - \sum_{y=0}^{L-1} \sum_{z=0}^{L-1} P(y, z) \log_2[P(y, z)]$

Die Schätzung der Verbundwahrscheinlichkeit

$$P(y, z) = P\{ x(m, n) = y, x(i, k) = z \}$$

erfolgt aus einem zweidimensionalen Histogramm, der sogenannten Cooccurrence Matrix  $N(y, z)$

$$P(y, z) \approx \frac{N(y, z)}{M}$$

$M$ = Zahl der Bildpunkte,  $L$ =Zahl der Quantisierungsstufen

## Korrelationskoeffizient

(vgl. Ende von Kap. 3):

$$r = \frac{s_{xy}}{s_x \cdot s_y} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}$$

- drückt Stärke des linearen Zusammenhangs zwischen zwei Zufallsgrößen aus
- liegt zwischen  $-1$  und  $+1$

wenn 2 Bildpunkte (aufgefasst als Realisierungen von zufälligen Größen) desselben Bildes korreliert werden:  
*(normierte) Autokorrelationsfunktion*

wenn die beiden verglichenen, ortsabhängigen Zufallsvariablen aus verschiedenen Bildern stammen:  
*(normierte) Kreuzkorrelationsfunktion*

Problem bei der Berechnung:

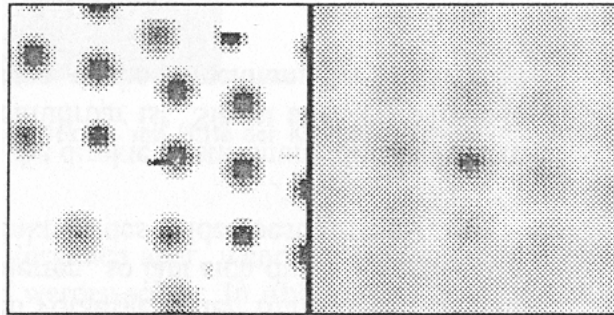
einzelnes digitales Bild = nur eine einzige Realisierung des angenommenen Zufallsprozesses

⇒ man verwendet die Voraussetzung eines *stationären Prozesses*:

- Mittelwerte und Varianzen sind ortsunabhängig
- die normierte Autokorrelation zweier Bildpunkte ist verschiebungsunabhängig (bei gleicher Verschiebung der beiden Punkte)
- wenn zusätzlich gilt: die Korr. ist nur abhängig von  $r^2 = (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2$ , nicht von  $\Delta x$  und  $\Delta y$  selbst, so spricht man von einem *isotropen* Prozess.



## Beispiel: Autokorrelationsfunktion eines Grauwertbildes



Berechnung der Autokorrelationsfunktion effizienter mit Hilfe der Fourier-Transformierten des Bildes (s. Voss & Süße 1991)

Einsatz der Kreuzkorrelation beim Matching:

Beispiel: Bestimmung eines Verschiebungsvektors zwischen zwei Satellitenaufnahmen

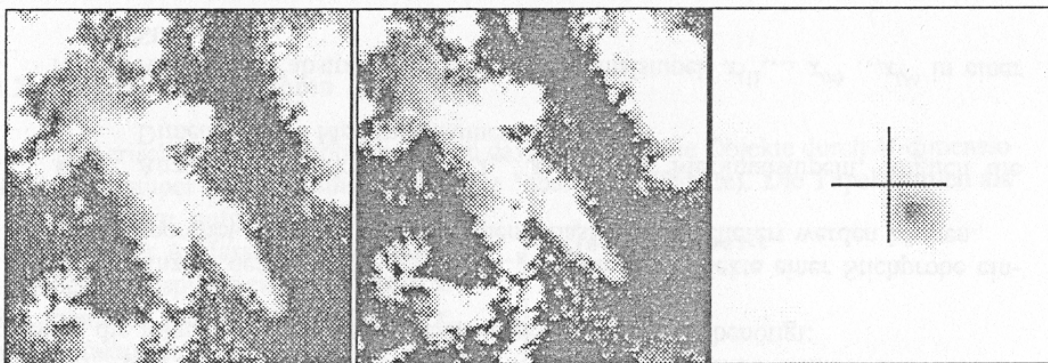


Bild 1

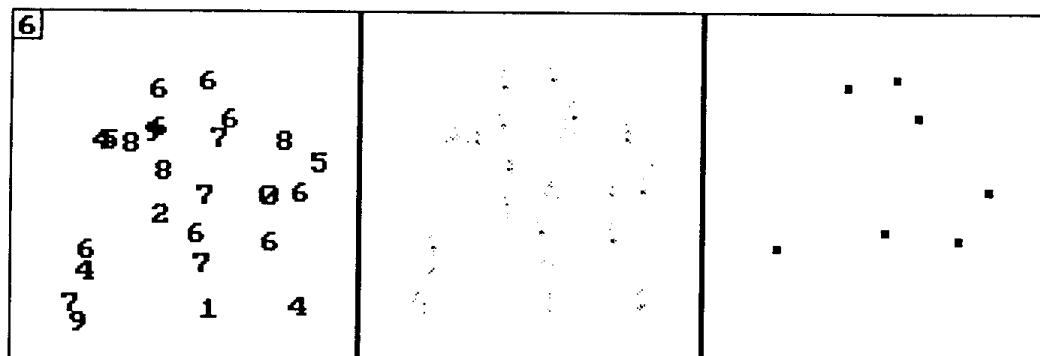
Bild 2

Korrelationsfunktion

(aus Voss & Süße 1991)

(Fadenkreuz = Nullpunkt)

Korrelationsanalyse zur Detektion der Ziffer "6" durch Matching:



Originalbild  
mit gesuchtem Muster  
(links oben)

Korrelationsfunktion

Cluster der  
Korr.funktion