

Fortsetzung zu Kap. 3: Bildoperationen

### 3.5 Morphologische Operationen

*Morphologie* = Formenlehre

Idee:

über flexible Festlegung eines strukturierenden Elements (Maske) Einfluss auf zu extrahierende Formen nehmen

morphologische Operatoren sind *nichtlinear*

Spezialgebiet: "mathematische Morphologie" (Begr. v. G. Matheron & J. Serra in Frankreich, Analyse poröser Materialien)

- Kantenextraktion
- Texturanalyse
- Analyse von Größenverteilungen
- Skelettierung von Objekten
- gezielte Vergrößerungen von Bildern
- pixelbasierte Klassifikationsverfahren
- ...

Hilfsmittel:

$A \cup B$  Vereinigungsmenge

$A \cap B$  Schnittmenge

$\mathbf{C}A$  Komplement

$\mathbf{I}A$  identischer Mengenoperator:  $\mathbf{I}A = A$

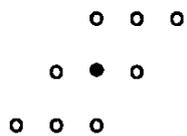
für Teilmengen von  $\mathbb{R}^n$  :

$A \boxplus B = \{ x \mid x = a+b, a \in A, b \in B \}$  Mengen-Summe  
(Minkowski-Summe)

$A \boxminus B = \{ x \mid \forall b \in B: x+b \in A \}$  Mengen-Differenz

$B_x = B \boxplus \{x\} =$  um  $x$  verschobene Kopie der Menge  $B$

"Strukturelement" B: Menge von Pixeln in der Gitterebene, mit Festlegung des Nullpunktes



*Definition der beiden morphologischen Basis-Operatoren "Dilatation" und "Erosion"*

(Achtung: Großes Definitions-Wirrwarr in der Lit.! – Hier weitgehend nach Soille 1998)

- Definitionen zunächst für *Binärbilder*.

Gegeben: ein strukturierendes Element B und eine Menge X.

*Dilatation* (auch: *Dilation*)

$D_B(X)$  = alle diejenigen Punkte, für die das strukturierende Element, dorthin verschoben, die Menge X trifft

$$= \{ x \mid B_x \cap X \neq \emptyset \}$$

gleichwertig:

$$= \{ x \mid \exists b \in B: x+b \in X \}$$

$$= X - b_1 \cup X - b_2 \cup \dots \quad (b_i \in B)$$

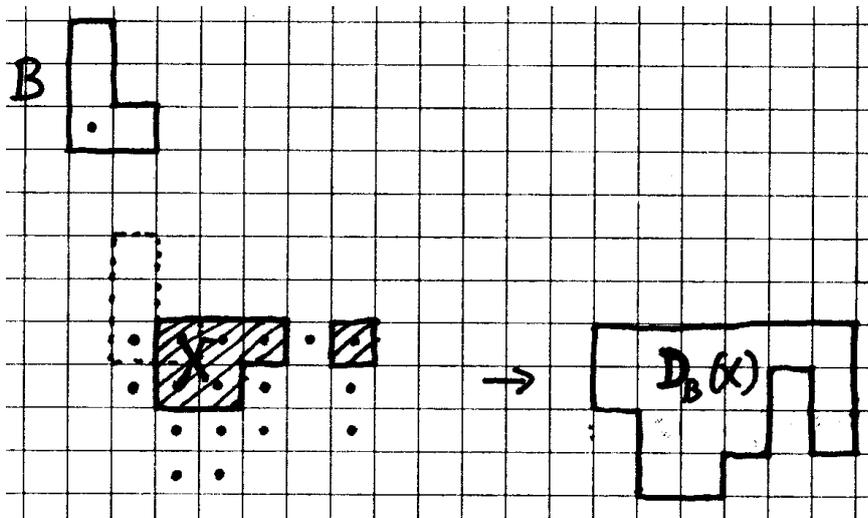
$$= \bigcup_{b \in B} X_{-b}$$

$$= \{ x \mid x = a - b, a \in X, b \in B \}$$

$$= X \boxed{+} (-B)$$

(-B: die am Nullpunkt gespiegelte Menge B)

Beispiel:



aus der schraffierten Menge  $X$  wird durch Dilatation mit dem Strukturelement  $B$  die rechts gezeigte Menge.

duale Operation:

*Erosion*

$E_B(X)$  = alle diejenigen Punkte, für die das strukturierende Element, dorthin verschoben, ganz in  $X$  liegt  
 $= \{ x \mid B_x \subseteq X \}$

gleichwertig:

$$\begin{aligned}
 &= \{ x \mid \forall b \in B: x+b \in X \} \\
 &= X - b_1 \cap X - b_2 \cap \dots \quad (b_i \in B) \\
 &= \bigcap_{b \in B} X_{-b} \\
 &= X \boxminus B
 \end{aligned}$$

Verallgemeinerung der Basisfunktionen auf *Grauwertbilder*:

Sei  $f_{-b}$  die um  $(-b)$  verschobene Intensitätsfunktion  $f$ , also  $f_{-b}(x) = f(x+b)$ .

Ersetze in obiger Def. die Vereinigungsmenge durch das Maximum und die Schnittmenge durch das Minimum.

$$\mathbf{D}_B(f)(x) = \max \{ f_{-b}(x) \mid b \in B \} = \max \{ f(x+b) \mid b \in B \}$$

$$\mathbf{E}_B(f)(x) = \min \{ f_{-b}(x) \mid b \in B \} = \min \{ f(x+b) \mid b \in B \}$$

- für die charakteristische Funktion  $f_X$  einer Menge  $X$  läuft dies auf die alte Def. heraus
- **D** und **E** erweisen sich damit als Verallgemeinerung des Max- bzw. Min-Operators
- anschauliche Interpretation: Dilatation bzw. Erosion der (3D-) Menge *unter dem Graphen* von  $f$ .

weitere Verallgemeinerung: auch statt  $B$  kann eine Intensitätsfunktion genommen werden ("B nicht flach")

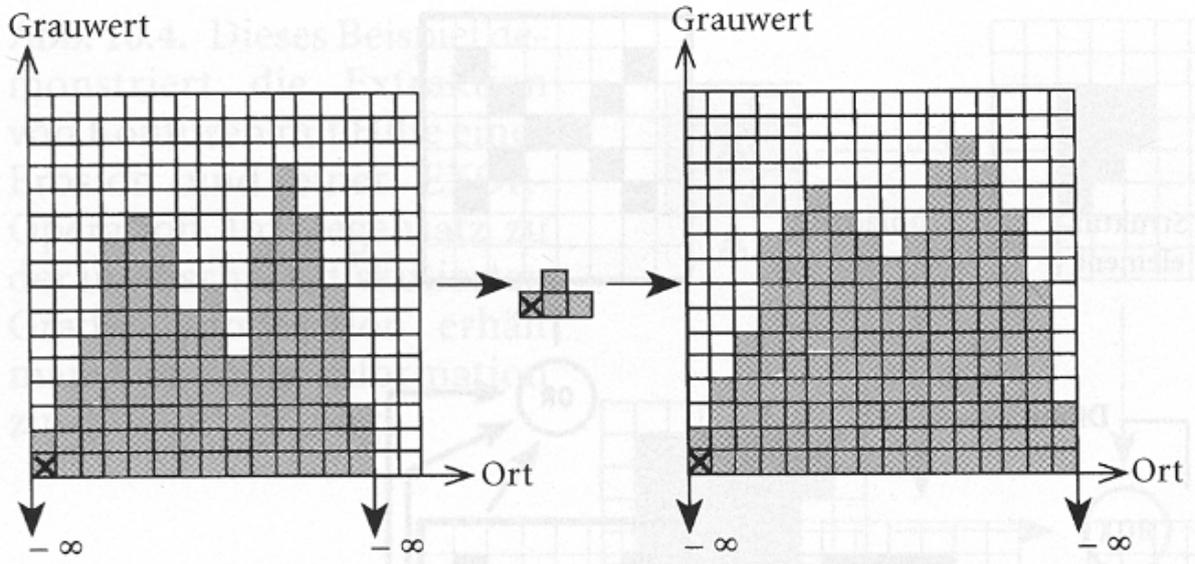
Def. für Funktionen  $f$  und  $B$   
( $D(B)$  Definitionsbereich von  $B$ ):

$$\mathbf{D}_B(f)(x) = \max \{ f(x+b) + B(b) \mid b \in D(B) \}$$

$$\mathbf{E}_B(f)(x) = \min \{ f(x+b) - B(b) \mid b \in D(B) \}$$

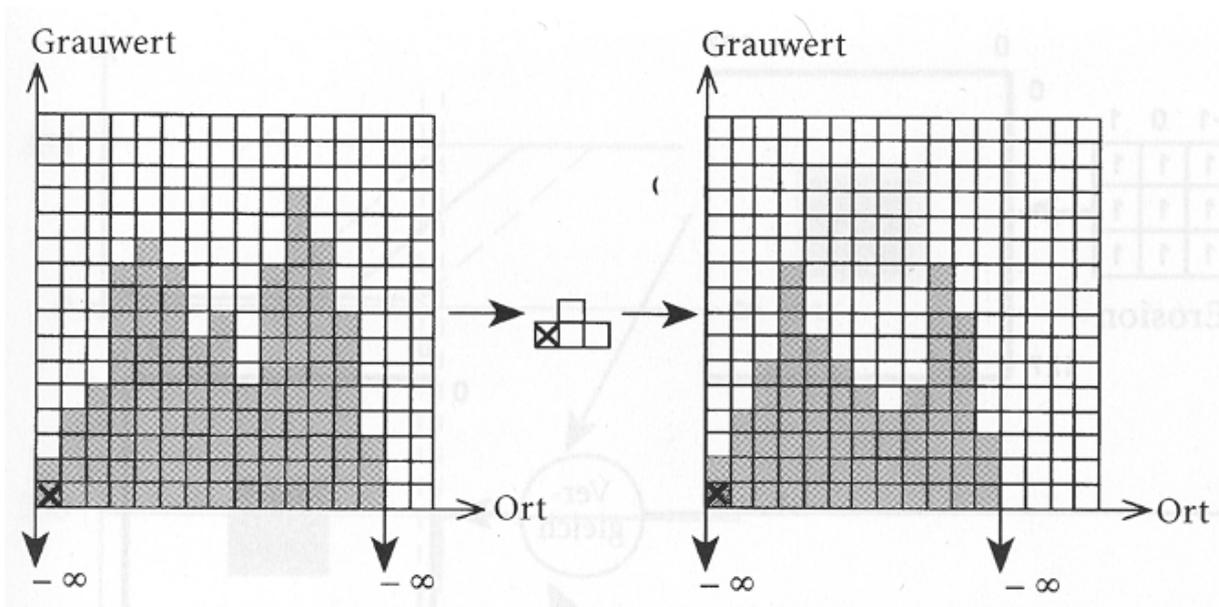
- Beachte: den Spezialfall ( $B$  Menge; man sagt: "B flach") erhält man hieraus durch eine Funktion  $B$ , die auf ihrem Definitionsbereich 0 ist.
- Anschauliche Interpretation auch hier: Dilatation bzw. Erosion der Menge unter dem Graphen von  $f$ , jetzt durch ein dreidimensionales Strukturelement.

Beispiel für Grauwert-Dilatation mit nichtebenem Strukturelement (vereinfacht auf nur eine 1D-Ortskoordinate):



(aus Bäsmann & Kreys 1998)

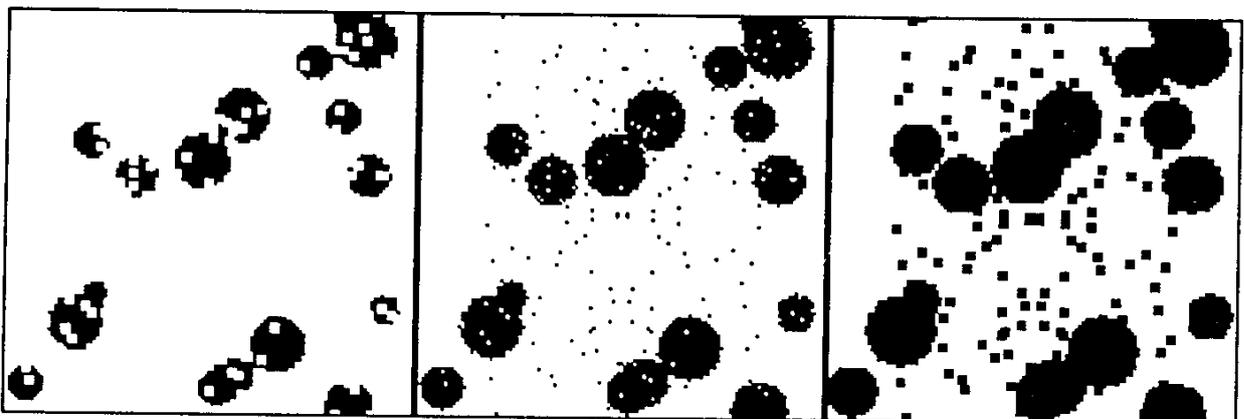
Analog für die Erosion:



## Eigenschaften von Dilatation und Erosion:

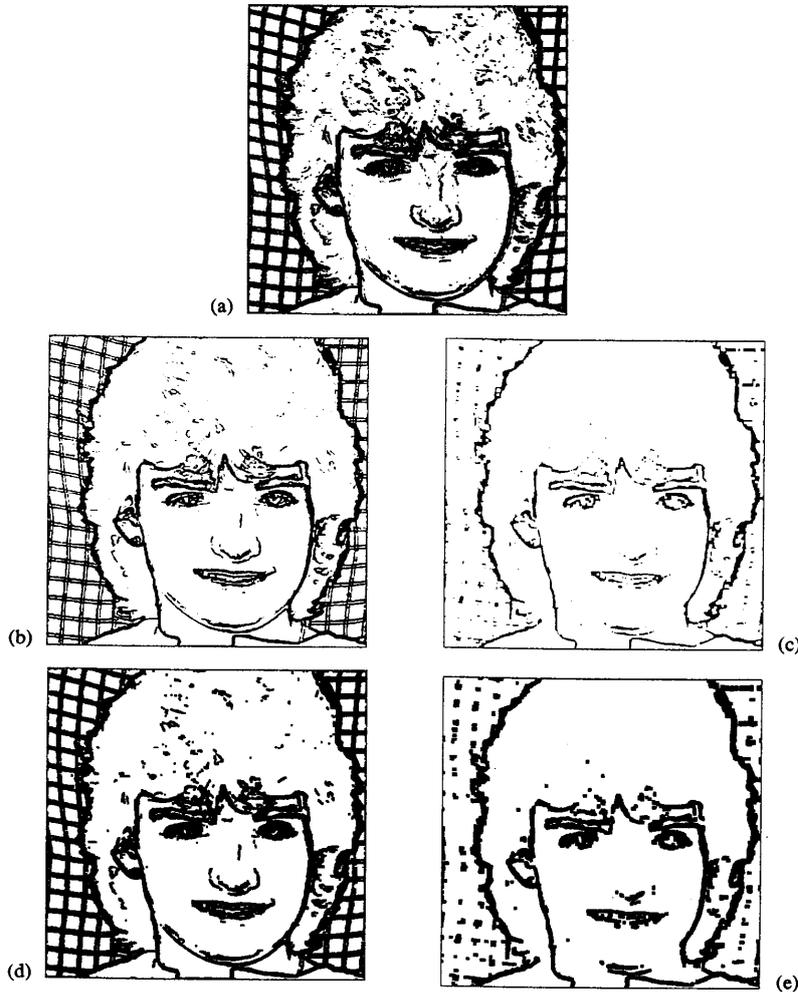
- Dualität:  
 $\mathbf{E} = \mathbf{C D C}$   
 $\mathbf{D} = \mathbf{C E C}$
- Verschiebungsinvarianz:  
 $(\mathbf{D}(f_c)) = (\mathbf{D}(f))_c$   
 $(\mathbf{E}(f_c)) = (\mathbf{E}(f))_c$
- Monotonie:  
 $f \leq g \Rightarrow \mathbf{D}(f) \leq \mathbf{D}(g), \mathbf{E}(f) \leq \mathbf{E}(g)$
- Distributivgesetze bzgl. punktwisem Minimum und Maximum von Funktionen
- Zusammensetzung von Dilatationen und Erosionen:  
 $\mathbf{D}_B \mathbf{D}_A = \mathbf{D}(\mathbf{D}_{-B} A)$   
 $\mathbf{E}_B \mathbf{E}_A = \mathbf{E}(\mathbf{D}_{-B} A)$

Wirkung von Erosion und Dilatation bei Binärbildern  
(Erosion  $\mathbf{E}_B$ , Originalbild  $B$ , Dilatation  $\mathbf{D}_B$ ):



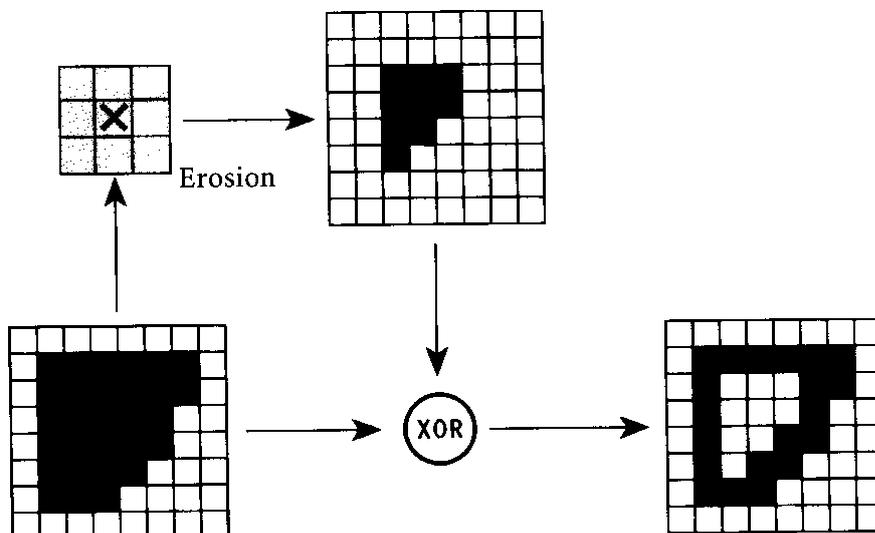
(aus Voss & Süße 1991)

Einsatz zur Manipulation von Kantenbildern aus der klassischen Filterung:

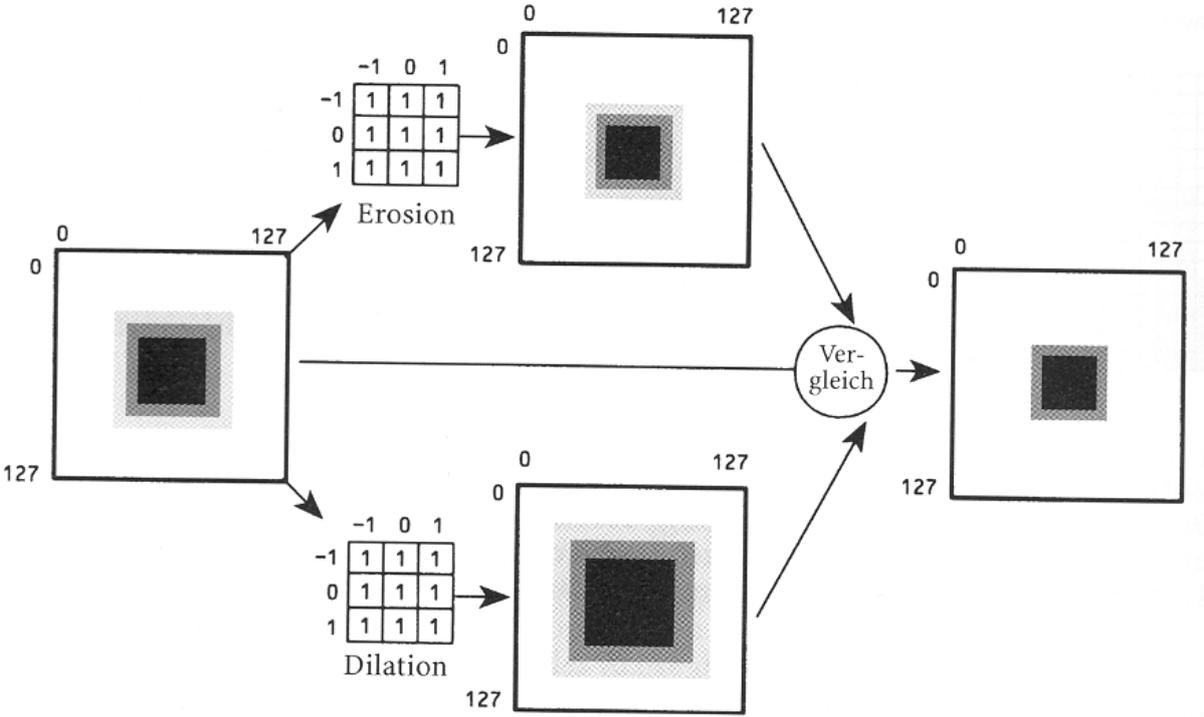


(b), (c) Erosionen von (a); (d), (e) Dilatationen aus (b), (c) (aus Haberäcker 1991)

Extraktion von Konturen:



# Adaptive Kontrastverbesserung:



Zusammengesetzte morphologische Operationen:

Öffnung (Opening):  $\mathbf{O}_B = \mathbf{D}_{-B}\mathbf{E}_B$   
(für symmetrisches B ist  $\mathbf{O} = \mathbf{DE}$ )

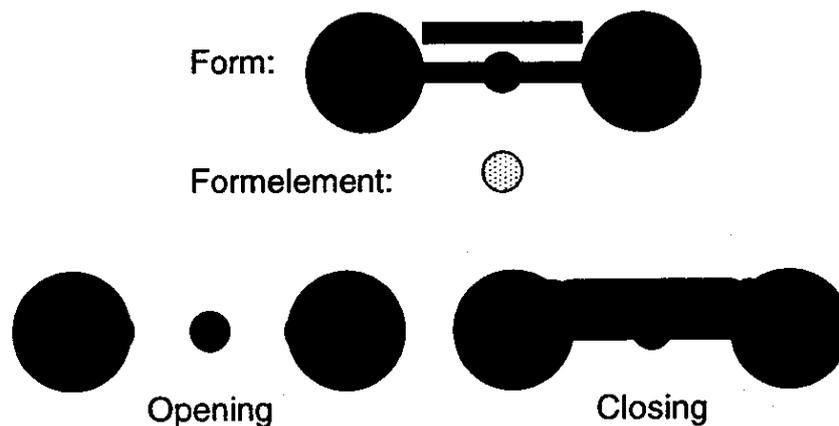
bewirkt Aufbrechen von Regionen an Stellen, wo nur schwacher Zusammenhang bestand

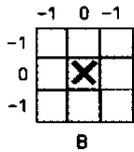
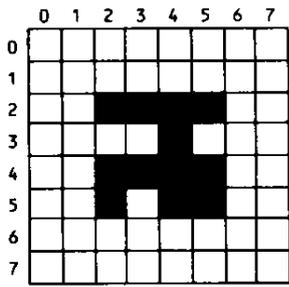
Schließung (Closing):  $\mathbf{S}_B = \mathbf{E}_{-B}\mathbf{D}_B$   
(für symmetrisches B ist  $\mathbf{S} = \mathbf{ED}$ )

schließt kleine Zwischenräume

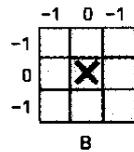
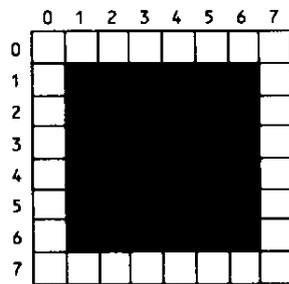
Eigenschaften:

- Idempotenz  
 $\mathbf{OO} = \mathbf{O}, \mathbf{SS} = \mathbf{S}$
- Dualität  
 $\mathbf{S} = \mathbf{COC}, \mathbf{O} = \mathbf{CSC}$
- Schließung extensiv, Öffnung anti-extensiv:  
 $\mathbf{O} \leq \mathbf{I} \leq \mathbf{S}$
- Monotonie:  
 $f \leq g \Rightarrow \mathbf{O}(f) \leq \mathbf{O}(g), \mathbf{S}(f) \leq \mathbf{S}(g)$

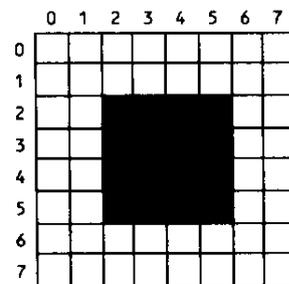




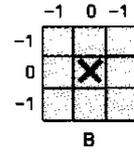
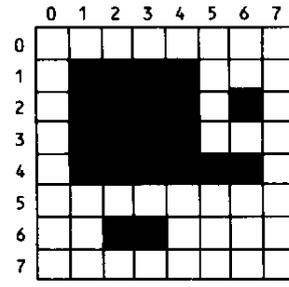
Dilation



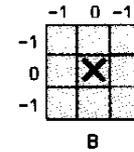
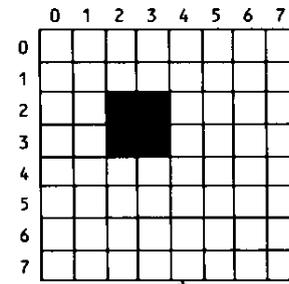
Erosion



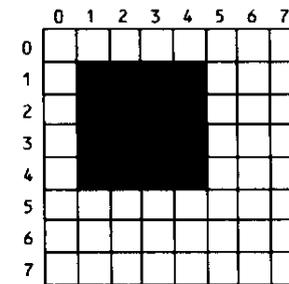
a



Erosion



Dilation

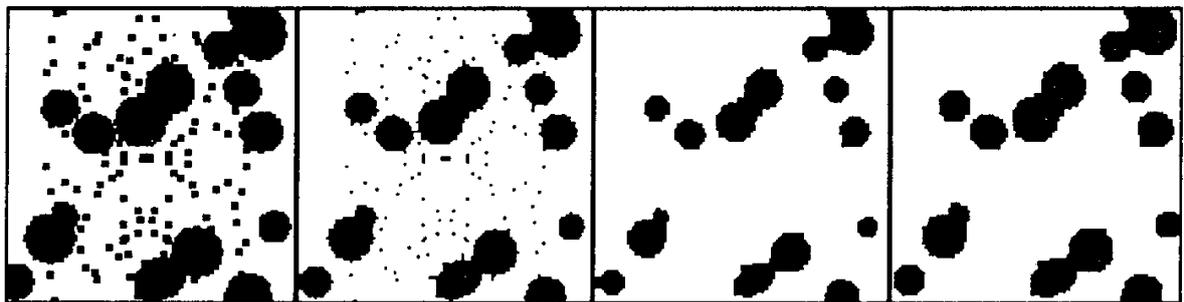
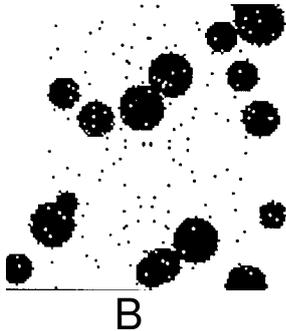


b

a: Schließung  
b: Öffnung

Öffnung: Abtragen "ausgefranster" Bereichsränder, Eliminieren kleiner Partikel  
Schließung: schließt Lücken zwischen "Fransen"

Anwendung zur Rauschunterdrückung (erst schließen, dann öffnen):



DB

SB=EDB

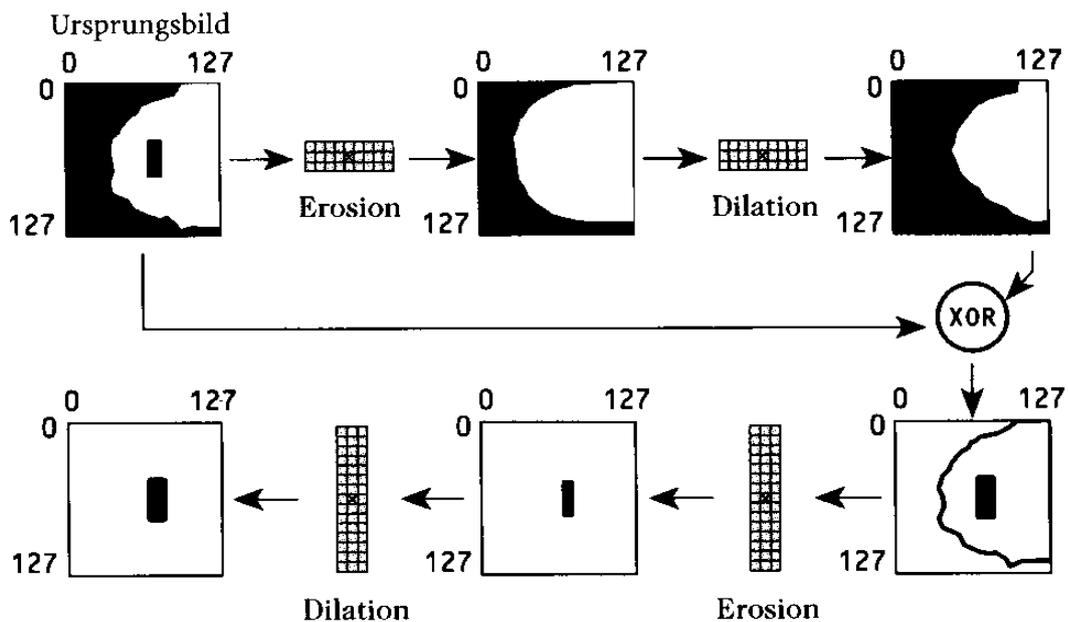
EEDB

OSB=DEEDB

(aus Voss & Süße 1991)

Einsatz spezieller strukturierender Elemente zur *Detektion von Binärbildanteilen mit bekannter Form*

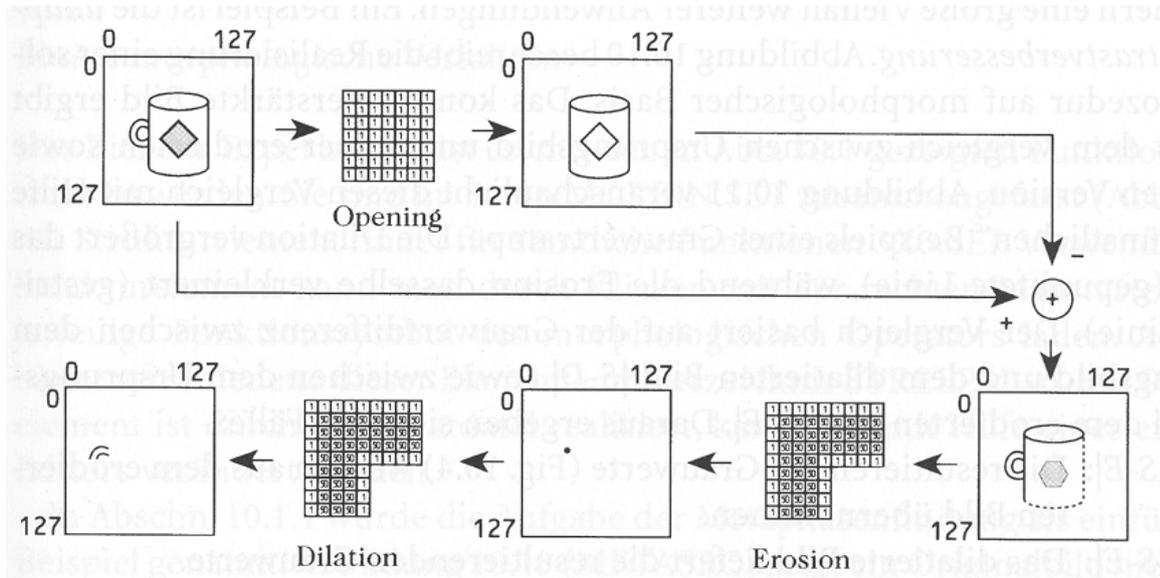
Beispiel: Rechteck in der Mitte des Originalbildes:



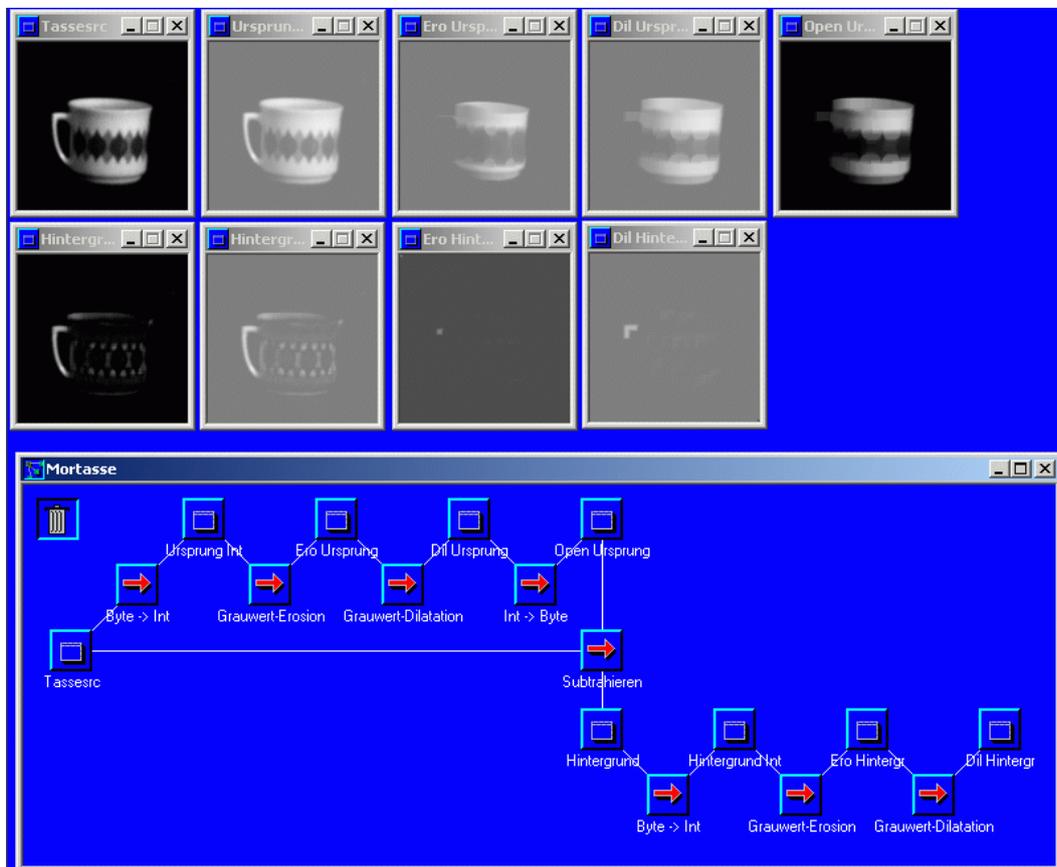
(aus Bäsmann & Kreys 1998)

Öffnung zur Hintergrundschätzung, XOR liefert interessierende Bereiche, zweites Opening filtert gewünschten Bereich heraus

Übertragung der Vorgehensweise auf Grauwertbilder:



Beispiel mit AdOculos (aus Bässmann & Kreys 1998, S. 263ff.):



## Weitere abgeleitete morphologische Operationen

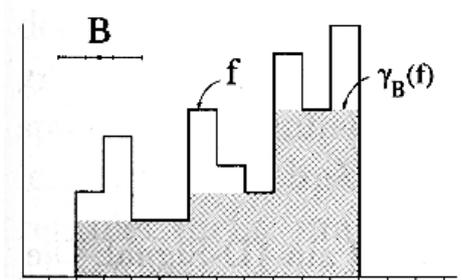
Dilatationsresiduum:  $\mathbf{D}rf = \mathbf{D}f - f$

Erosionsresiduum:  $\mathbf{E}rf = f - \mathbf{E}f$

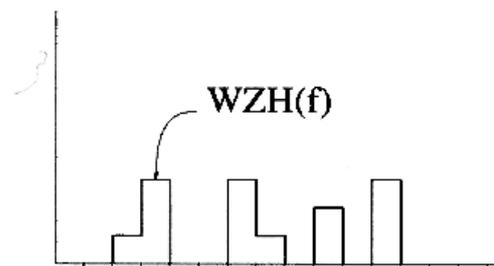
Zylinderhut-Transformationen:

Weißer Zylinderhut:  $\mathbf{WZH}(f) = f - \mathbf{O}f$

Schwarzer Zylinderhut:  $\mathbf{SZH}(f) = \mathbf{S}f - f$

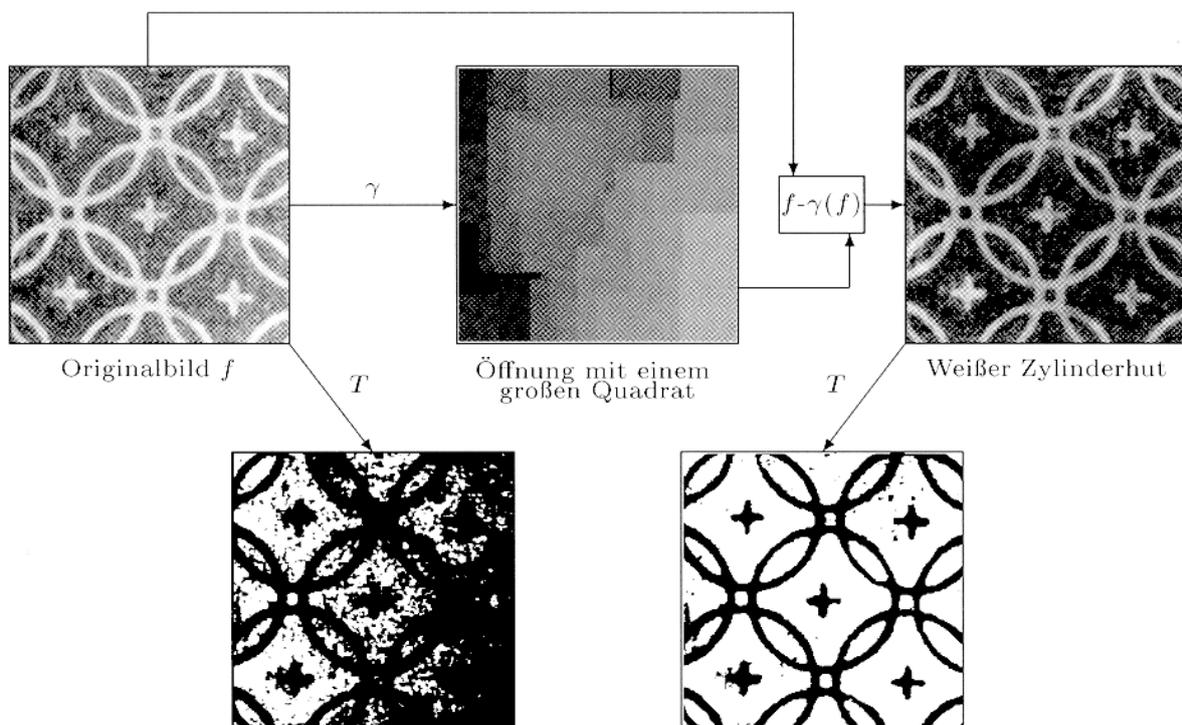


(a) Originalbild  $f$  und seine Öffnung  $\gamma$  durch  $B$ .



(b)  $\mathbf{WZH}(f) = f - \gamma_B(f)$ .

Einsatz des Zylinderhuts zur Shadingkorrektur:



Binarisierung des Originalbildes

Binarisierung des weißen Zylinderhuts

(aus Soille 1998)

## Zusammengesetztes strukturierendes Element

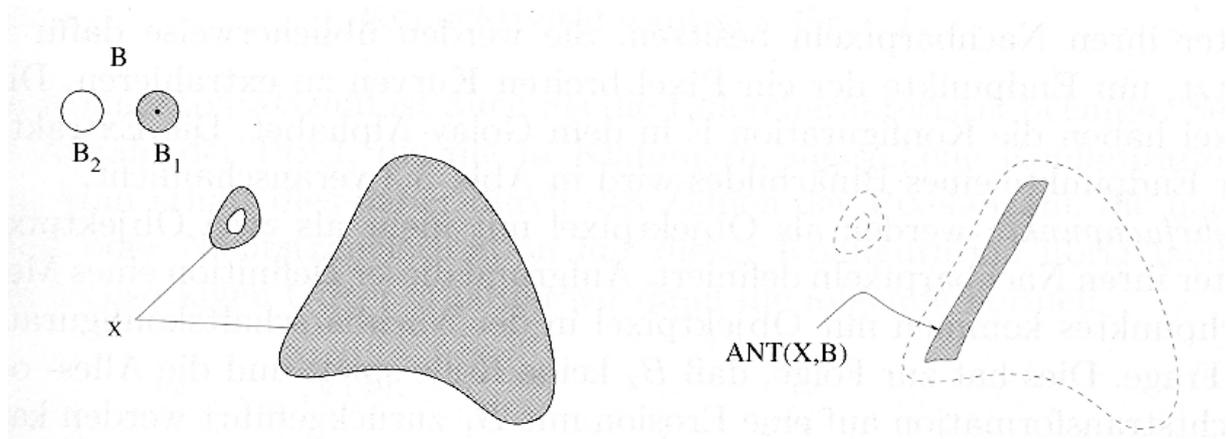
$B = (B_1, B_2)$ :

- $B_1$  und  $B_2$  sind disjunkt
- besitzen denselben Bezugspunkt (Nullpunkt)

## Alles-oder-Nichts-Transformation

Idee: Extraktion von Pixeln, die eine durch  $(B_1, B_2)$  gegebene Nachbarschaftskonfiguration besitzen  
"Passt die erste Menge in die Bildobjekte hinein, während gleichzeitig die zweite Menge die Bildobjekte nicht berührt (d.h. in den Hintergrund hineinpasst)?"

$$\begin{aligned}\mathbf{ANT}_B(X) &= \{ x \mid (B_1)_x \subseteq X \text{ und } (B_2)_x \subseteq \mathbf{C}X \} \\ &= \mathbf{E}_{B_1}X \cap \mathbf{E}_{B_2}\mathbf{C}X\end{aligned}$$



*Verdünnung* eines Binärbildes bzgl. eines zusammengesetzten strukturierenden Elementes  $B$ :

$$X \circ B = X \setminus \mathbf{ANT}_B(X) \quad (\text{Mengendifferenz})$$

(auf Grauwertbilder verallgemeinerbar, s. Soille 1998, S. 140ff.)

*Verdickung*:

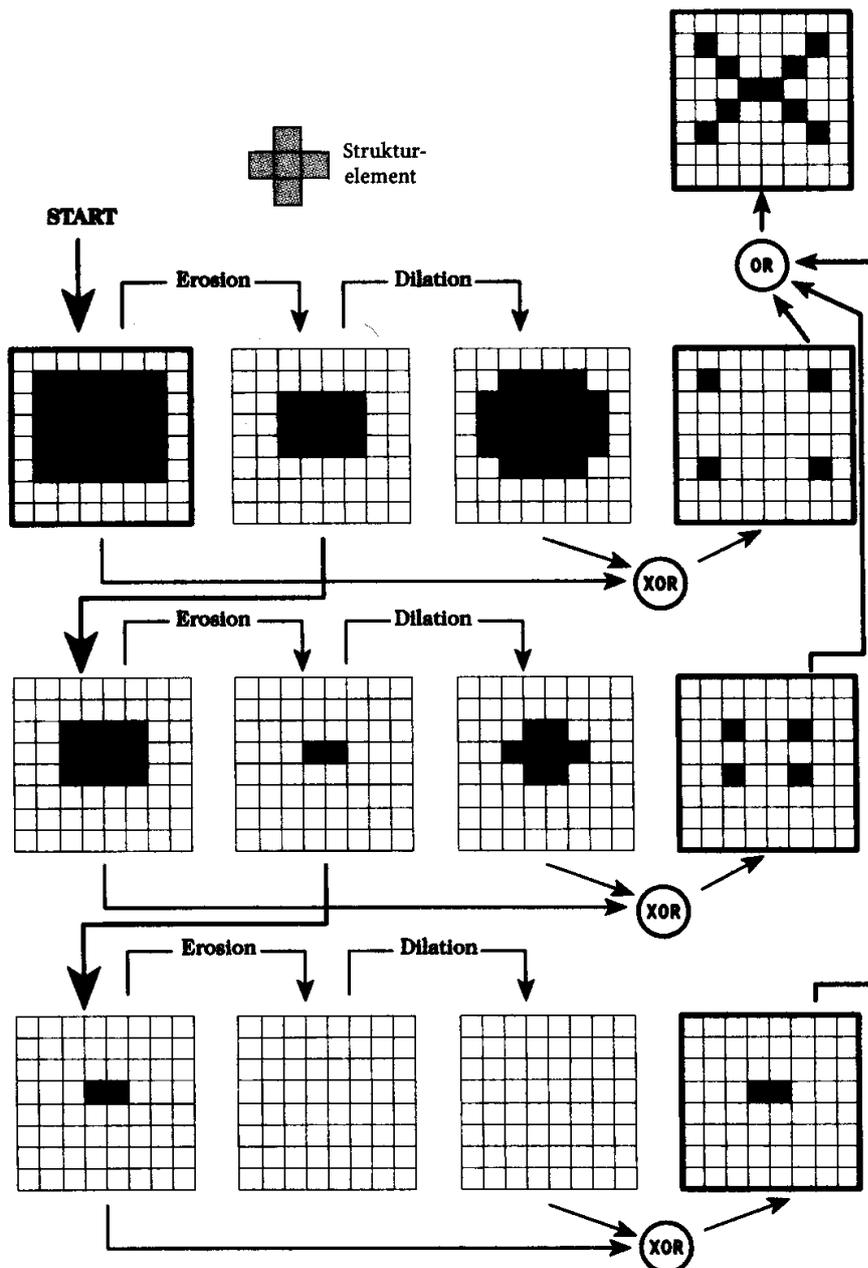
analog mit Vereinigungsmenge statt Mengendifferenz

# Skelettierung

Ziele:

- pixelbreite Konturen
- aus Flächen Formbeschreibungen generieren
- Strichzeichnungen durch Scanner oft "zu dick" - Bildverbesserung

Beispiel:



(aus Bässmann & Kreyss 1998)

Prinzip:

Erosion vom Rand bis zur Mitte des Objekts (Skelettlinie)

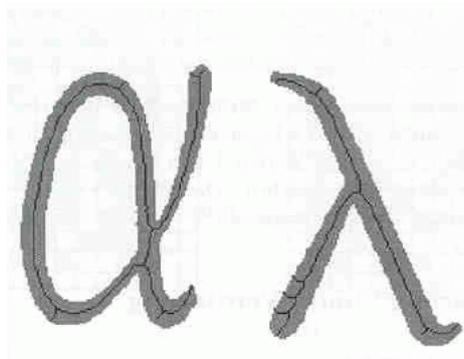
bessere Verfahren als das oben gezeigte:

Erosion + bestimmte Bedingungen

- Skelettlinie darf nur 1 Pixel breit sein
- muss in der Mitte des Objekts verlaufen
- darf sich bei weiteren Schritten nicht weiter verändern

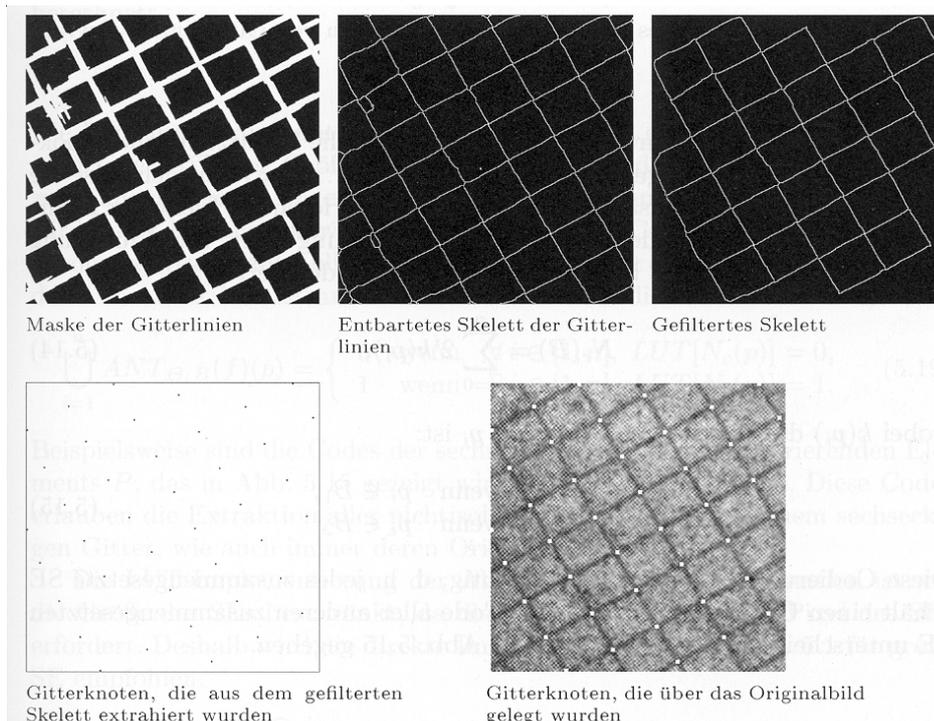
⇒ Verwendung bestimmter strukturierender Elemente, die nur dann abtragen, wenn Punkte *keine* Skelettpunkte sind

Verwendung von **ANT** und Verdünnung



- Skelettierung
- Entbartung fehlt:
  - Abtragen von Linienendpunkten

Anwendung: z.B. Extraktion der Schnittpunkte von Gitterlinien



(aus Soille 1998)

### *Vorteile der morphologischen Bildoperationen:*

- komplexe Bildverarbeitungsaufgaben können auf einfache Basisoperationen auf Pixelebene zurückgeführt werden
- diese Grundoperationen basieren letztlich auf Boolescher Algebra
- die Verfahren sind hochgradig parallelisierbar

⇒ Hardware-freundlich